

顾问 唐贤江 翁凯庆 杜 斌
主编 罗朝述 (金牌教练)

巧上加巧

QIAO
SHANG JIA
QIAO

小学数学培优

XIAOXUE SHUXUE PEIYOU



一例一练 巧学解题方法



名校名师 巧引名校之路



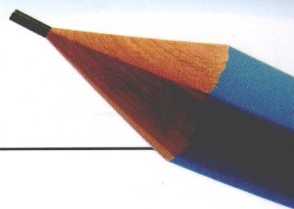
金牌教练 巧



YZLI0890143021



五年级



四川出版集团 · 四川辞书出版社

巧上加巧

QIAO
SHANG JIA
QIAO

小学数学培优

XIAOXUE SHUXUE PEIYOU

五年级

顾问 唐贤江 翁凯庆 杜斌

主编 罗朝述 (金牌教练)

副主编 阎小雄 (特级教师·教育专家)

敬娥君 (特级教师·教育专家)

马绍萍 (特级教师·教育专家)

廖代寿 肖德静 李宇明

付云涛

编写 罗朝述



YZLI0890143021

袁刚 李彬彬 黄林林 龚玲

罗池池 华威 张恩明 金铭

四川出版集团·四川辞书出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

巧上加巧: 小学数学培优·五年级/罗朝述主编. —成都:
四川出版集团·四川辞书出版社, 2011. 4
ISBN 978-7-80682-664-5

I. ①巧… II. ①罗… III. ①小学数学课—教学参考
资料 IV. ①G624. 503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 041264 号

巧上加巧: 小学数学培优·五年级

QIAO SHANG JIA QAO XIAOXUE SHUXUE PEIYOU WU NIANJI

罗朝述 主编

策 划	田学宾
责任编辑	田学宾
特约编辑	侯京晋
封面设计	墨创文化
版式设计	王 跃
责任印制	严红兵
出版发行	四川出版集团·四川辞书出版社
地 址	成都市三洞桥路 12 号
邮政编码	610031
印 刷	四川五洲彩印有限责任公司
开 本	787 mm×1 092 mm 1/16
版 次	2011 年 4 月第 1 版
印 次	2011 年 4 月第 1 次印刷
印 数	6000
印 张	15.5
书 号	ISBN 978-7-80682-664-5
定 价	23.00 元

- 本书如有印装质量问题, 请寄回印刷厂掉换。
- 市场营销部电话: (028)87734330 87734332

前言

一次有人问本丛书主编罗朝述：“小学数学培优有啥‘营养’？”老罗沉思片刻答道：“打个比方，我们知道牛奶对于小学生的身体成长是很重要的，而小学数学培优好比是智力成长‘牛奶’，对促进小学生智力水平的提高非常有效。”

这套《巧上加巧——小学数学培优》丛书就是我们为同学们调制的一份精制的数学“营养奶”，它每一节的内容分为三部分：巧点睛、巧指导、巧练习，现分别介绍如下：

巧点睛——不是送你火眼金睛，而是让你领会数学的思想方法，让你在解题时有更宏观的视野，少走些弯路。

巧指导——这是本书的精华部分，它以经典例题作为引导，向同学们介绍具体的解题方法，并且边讲边练，每个例题后面都紧跟相应的练习，让同学们即时掌握所学的方法。这部分的“营养”很丰盛，由浅入深分为**冲刺名校、培优竞赛、决胜总决赛（选学）**三部分，你可以逐一“尝尝”，也可以有选择地“尝”，不合“口味”就吐，特别是决胜总决赛的内容太难，仅供少数同学选用。

巧练习——练拳不练功，到老一场空；内练一口气（自己争点气，让父母少生点气），外练筋骨皮（为升入高一级学校打下基础，让自己强大）。练习太多，同学们会吃不消，造成消化不良；一点不练，就不会长进，这个“度”自己把握。

成都华数培训中心的名师们，凭着一股“牛劲”，以知名奥数教练罗朝述为核心，在畅销的《华罗庚数学教程》的基础上，积数年之功，打造出了《巧上加巧——小学数学培优》丛书，希望能成为同学们数学营养大餐中的“牛初乳”。

特别感谢中国科技大学博士后黄祥娣先生、深圳南山实验小学朝宣老师对我们工作的支持！

成都华数培训中心名师工作室

2011年3月

序

美国著名心理学家布卢姆经过多年研究，得出一个重要的结论：七岁前儿童的智力已达到成人智力水平的80%。这一已得到国际学术界公认的结论说明：抓紧儿童的早期教育是至关重要的。

“数学是锻炼思维的体操”（苏联著名社会活动家加里宁语），通过数学来训练、开发智力无疑是行之有效的一种途径。

为了适应社会的需要，我们根据小学各个年级学生的年龄特点、智力水平及心理特征，依据教育部新颁数学课程标准，借鉴现代认知心理学的成果，编写了这套适合小学3~6年级学生学习的系列读物：《巧上加巧——小学数学培优》。

本丛书遵从可接受性原则，按年级分设课题，内容大致与教材同步，便于同学们在所学课本知识的基础上适当拓宽、加深，满足个性化学习的需要。本书在编排上突出学案的功能，有着鲜明的特色：经典例题启迪数学智慧，一例一练即时巩固所学方法，习题编排由浅入深、循序渐进，非常适合同学们自学。本书源于教材，高于教材，启迪智慧，发展思维，融知识性和趣味性于一体，适合各层次学生使用，让同学们事半功倍巧上加巧地学好小学数学。

参加本书编写的作者是以金牌教练罗朝述老师为核心的“成都华数培训中心”的名师队伍，他们有着丰富的教学、辅导经验，辅导的学生曾多次在全国及省、市各级竞赛中获奖。

由于编写时间紧张，书中难免有不足之处，欢迎老师、同学们给我们提出宝贵意见，以便我们进一步修订。

中国数学学会普委会副主任

唐贤江 教授

四川大学数学学院

四川省数学学会普委会副主任

翁凯庆 教授

四川师范大学数学与软件科学院

四川大学数学学院

杜斌 副教授

2011年4月

目 录

第 1 讲	巧解小数的运算	1
第 2 讲	巧解平均数问题(一)	7
第 3 讲	巧解平均数问题(二)	19
第 4 讲	巧解盈亏应用题	33
第 5 讲	巧用递推	40
第 6 讲	巧用容斥原理	46
第 7 讲	巧解相遇问题	52
第 8 讲	巧解追及问题	58
第 9 讲	巧解火车行程问题	64
第 10 讲	巧解定义新运算	70
第 11 讲	巧算面积(一)	76
第 12 讲	巧算面积(二)	82
第 13 讲	巧解“弦图”与面积	90
第 14 讲	巧解整除问题	98
第 15 讲	巧解奇数与偶数问题	104
第 16 讲	巧解质数与合数问题	110
第 17 讲	巧解分解质因数问题	116
第 18 讲	巧解最大公约数与最小公倍数问题	122
第 19 讲	巧解尾数问题	128
第 20 讲	巧解余数和同余问题	134
第 21 讲	巧解页码问题	146

第 22 讲	巧用矩形图解题·····	152
第 23 讲	巧用列方程解题·····	156
第 24 讲	巧解“牛吃草”问题·····	163
第 25 讲	巧解小数与分数互化问题·····	171
第 26 讲	巧解逻辑推理问题(一)·····	177
第 27 讲	巧解逻辑推理问题(二)·····	185
第 28 讲	巧用抽屉原理解题·····	193
第 29 讲	巧解长方体和正方体(一)·····	199
第 30 讲	巧解长方体和正方体(二)·····	206
参考答案	·····	214

第1讲 巧解小数的运算

巧点睛——方法和技巧

- (1)小数的加法、减法、乘法、除法的运算法则,加、减、乘、除混合运算的运算顺序。
 (2)运算定律:加法交换律、加法结合律、乘法交换律、乘法结合律和乘法分配律。
 (3)商不变性质。
 (4)积不变的性质:若一个因数扩大若干倍,另一个因数缩小相同倍数,则积不变。
 (5)补数定义:如果两数的和恰好能凑成10,100,1 000,...那么,其中的一个数就叫做另一个数的补数,且这两个数互为补数。
 (6)会用 $a^2 - b^2 = (a+b) \times (a-b)$ 。

巧指导——例题精讲

A级 冲刺名校·基础点睛

一、运用凑整法解题

【例1】 计算:

$$72.19 + 6.48 + 27.81 - 1.38 - 5.48 - 0.62$$

分析与解 原式 $= 72.19 + 6.48 + 27.81 - 1.38 - 5.48 - 0.62$
 $= (72.19 + 27.81) + (6.48 - 5.48) - (1.38 + 0.62)$
 $= 100 + 1 - 2 = 99$

小结 在小数加减法中,应用补数定义“凑整”,将能凑成整十、整百……的两数先相加或相减,以达到凑整简化运算的目的。

☞做一做 1 计算:

$$176.2 + 348.3 + 42.47 + 252.5 + 382.23$$

二、运用积不变性质

【例2】 计算:

$$1.25 \times 67.875 + 125 \times 6.7875 + 1250 \times 0.053375$$

分析与解 注意到相加的三个乘积中分别有因数1.25,125和1250,因此想到利用“积不变”的性质。

将 125×6.7875 变成 1.25×678.75 ,将 1250×0.053375 变成 1.25×53.375 ,于是三个积都有公因数1.25。

再注意到67.875,678.75和53.375三数相加又可凑整,于是变形后可提取公因数1.25,这样就可方便地计算了。



$$\begin{aligned}
 & 1.25 \times 67.875 + 125 \times 6.7875 + 1250 \times 0.053375 \\
 &= 1.25 \times 67.875 + 1.25 \times 678.75 + 1.25 \times 53.375 \\
 &= 1.25 \times (67.875 + 678.75 + 53.375) \\
 &= 1.25 \times 800 \\
 &= 1000
 \end{aligned}$$

☞ 做一做 2 计算:

$$4.65 \times 32 + 2.5 \times 46.5 + 0.465 \times 430$$

三、运用乘法分配律

【例 3】 计算:

$$1999 + 199.9 + 19.99 + 1.999$$

解 $1999 + 199.9 + 19.99 + 1.999$

$$= 1999 \times (1 + 0.1 + 0.01 + 0.001)$$

$$= 1999 \times 1.111$$

$$= (2000 - 1) \times 1.111$$

$$= 2222 - 1.111$$

$$= 2220.889$$

小结 其中第一步是利用乘法对加法的分配律,第三步到第四步利用乘法对减法的分配律,第二步到第三步是为下一步做准备。

☞ 做一做 3 计算:

$$1888 + 188.8 + 18.88 + 1.888$$

B级 培优竞赛·更上层楼

四、转化法解题

【例 4】 计算:

$$100 + 99 - 98 - 97 + 96 + 95 - 94 - 93 + \cdots + 8 + 7 - 6 - 5 + 4 + 3 - 2 - 1$$

解 原式 $= (100 + 99 - 98 - 97) + (96 + 95 - 94 - 93) + \cdots + (8 + 7 - 6 - 5) + (4 + 3 - 2 - 1)$

$$= \underbrace{4 + 4 + \cdots + 4}_{25 \text{ 个}} + 4$$

$$= 4 \times 25$$

$$= 100$$

☞ 做一做 4 计算:

$$(1 + 3 + 5 + \cdots + 1999) - (2 + 4 + 6 + \cdots + 1998)$$



五、代换法解题

【例5】 计算:

$$(1+0.33+0.44) \times (0.33+0.44+0.55) - (1+0.33+0.44+0.55) \times (0.33+0.44)$$

分析与解 令 $a=0.33+0.44$, $b=0.33+0.44+0.55$, 则

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (1+a) \times b - (1+b) \times a = b + a \times b - a - a \times b = b - a \\ &= (0.33+0.44+0.55) - (0.33+0.44) = 0.55 \end{aligned}$$

小结 把几个数的运算式子作为整体来参与其他运算,是一种代换的思想,它可使问题简化。

做一做 5 计算:

$$(1+0.23+0.45) \times (0.45+0.67+0.89) - (1+0.45+0.67+0.89) \times (0.23+0.45)$$

【例6】 计算:

$$1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - 6^2 + \cdots - 100^2 + 101^2$$

$$\begin{aligned} \text{分析与解 原式} &= (101^2 - 100^2) + (99^2 - 98^2) + (97^2 - 96^2) + \cdots + (3^2 - 2^2) + 1^2 \\ &= (101+100) \times (101-100) + (99+98) \times (99-98) + (97+96) \times (97-96) + \cdots + (3+2) \times (3-2) + 1 \\ &= 201 + 197 + 193 + 189 + \cdots + 9 + 5 + 1 \\ &= (1+201) \times 51 \div 2 = 5151 \end{aligned}$$

做一做 6 计算:

$$2^2 - 4^2 + 6^2 - 8^2 + \cdots - 48^2 + 50^2$$

C级(选学) 决胜总决赛·勇夺冠军

六、发散思考,综合运用

【例7】 若 $m = \underbrace{0.00\cdots075}_{1995\text{个}0}$, $n = \underbrace{0.00\cdots04}_{1996\text{个}0}$, 试求:(1) $m+n$; (2) $m \times n$; (3) $m \div n$.

分析与解 (1) 做小数加法的关键是把相同数位对齐,如下式:

$$m+n = \underbrace{0.00\cdots075}_{1995\text{个}0} + \underbrace{0.00\cdots04}_{1996\text{个}0} = \underbrace{0.00\cdots079}_{1995\text{个}0}$$

(2) 由于 $75 \times 4 = 300$, 而 $m \times n$ 的积的小数点后应有 $[(1994+2) + (1995+1)] = 3992$ 位, 所以

$$m \times n = \underbrace{0.00\cdots075}_{1995\text{个}0} \times \underbrace{0.00\cdots04}_{1996\text{个}0} = \underbrace{0.00\cdots0300}_{3992\text{位}} = \underbrace{0.00\cdots03}_{3990\text{个}0}$$

(3) 可以先把 m 扩大 $\underbrace{100\cdots0}_{1996\text{个}0}$ 倍, 于是有 $\underbrace{100\cdots0}_{1996\text{个}0} \times m = 75$, 同样, 也把 n 扩大相同的倍数, 于



是 $\underbrace{100\cdots0}_{1996\text{个}0} \times n = 4$, 所以

$1996\text{个}0$

$$m \div n = (\underbrace{100\cdots0}_{1996\text{个}0} \times m) \div (\underbrace{100\cdots0}_{1996\text{个}0} \times n) = 75 \div 4 = 18.75$$

做一做 7

如果把 $0.000\ 000\ 000\ 25$ 简记为 $\underbrace{0.000\cdots0}_{10\text{个}0}25$, 有两个数, $a = \underbrace{0.00\cdots0}_{1996\text{个}0}125$, $b = \underbrace{0.00\cdots0}_{1998\text{个}0}08$, 试

求 $a+b$, $a \times b$, $a \div b$ 。

巧练习——温故知新(一)

A级 冲刺名校·基础点睛

1. 计算(填空):

(1) $999 \times 87.5 + 87.5 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $808 \times 0.125 - 1600 \div 16 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $3.49 + 4.47 + 3.51 + 2.38 + 4.53 + 2.62 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) $732\ 066 \times 55\ 555 \times (4 - 3.2 \div 0.8) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(5) $0.45 - [10 - (0.2 + 6.37 \div 0.7)] \times 0.5 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(6) $0.035 \times 935 + 0.035 + 3 \times 0.035 + 0.07 \times 61 \times 0.5 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(7) $19.98 \times 37 - 199.8 \times 1.9 + 1998 \times 0.82 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(8) $(8.4 \times 2.5 + 9.7) \div (1.05 \div 1.5 + 8.4 \div 0.28) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 计算下面各题:

(1) $0.125 \times 0.25 \times 32$

(2) $0.9 + 0.99 + 0.999 + 0.9999 + 0.99999$

(3) $(72 \times 357 + 357 \times 28) \div (51 \times 7 \times 4)$

(4) $0.25 \times 1.25 \times 22.4$

(5) 16×4.5

(6) $98\ 989\ 898 \times 99\ 999\ 999 \div 1\ 010\ 101 \div 11\ 111\ 111$

3. 计算下列各题:

(1) $3.14 \times 6.5 + 4.5 \times 3.14 - 3.14$



$$(2) 1\,240 \times 3.8 + 124 \times 51 + 1.24 \times 1\,400 + 760 \times 9.6 + 0.76 \times 700$$

$$(3) 1 \div (2 \div 3) \div (3 \div 4) \div (4 \div 5) \div \cdots \div (1\,999 \div 2\,000)$$

$$(4) 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \cdots - 98 + 99 - 100 + 100$$

$$(5) 0.1 + 0.3 + 0.5 + 0.7 + 0.9 + 0.11 + 0.13 + 0.15 + 0.17 + 0.19 + 0.21 + \cdots + 0.99$$

4. 计算:

$$26.25 + 73.75 \times 0.35 + 0.65 \times 73.5$$

5. 计算:

$$2\,003 \times 200\,220\,022\,002 - 200\,320\,032\,003 \times 2\,002$$

B级 培优竞赛·更上层楼

6. 计算: $99\,999 \div 5 + 9\,999 \div 5 + 999 \div 5 + 99 \div 5 + 9 \div 5$

7. 计算: $0.888 \times 125 \times 73 + 999 \times 3$

8. 计算: $32.14 + 64.28 \times 0.5378 \times 0.25 + 0.5378 \times 64.28 \times 0.75 - 8 \times 64.28 \times 0.125 \times 0.5378$



9. 计算: $2\,002 - 1\,999 + 1\,996 - 1\,993 + 1\,990 - 1\,987 + \cdots + 16 - 13 + 10 - 7 + 4$

10. 计算:

$$(1 + 0.5 + 0.51 + 0.52 + \cdots + 0.59) \times (0.5 + 0.51 + 0.52 + \cdots + 0.59 + 0.6) - (1 + 0.5 + 0.51 + \cdots + 0.6) \times (0.5 + 0.51 + \cdots + 0.59)$$

C级 (选学) 决胜总决赛 · 勇夺冠军

11. 计算: $\underbrace{0.00\cdots0181}_{963\text{个}0} \times \underbrace{0.00\cdots011}_{1\,028\text{个}0}$

12. 已知 $A = \underbrace{0.00\cdots0125}_{9\text{个}0}$, $B = \underbrace{0.00\cdots08}_{10\text{个}0}$, 求 $A+B$, $A-B$, $A \times B$, $A \div B$ 的值。

13. 计算: $12\,345\,671^2 - 12\,345\,670 \times 12\,345\,672$

14. 设 $[a]$ 表示不大于数 a 的最大整数, 如 $[1.9] = 1$, $[2] = 2$ 。那么 $[1.36] + [1.36 + \frac{1}{30}] + [1.36 + \frac{2}{30}] + \cdots + [1.36 + \frac{38}{30}] + [1.36 + \frac{39}{30}] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

巧总结

本节我的收获是: _____。

不足之处有: _____。



第2讲 巧解平均数问题(一)

I 基础平均数问题



巧点睛——方法和技巧

(1)直接求法:利用公式求出平均数,这是由“均分”思想产生的方法。

总数量 $\div$ 总份数=平均数

(2)基数求法:利用公式求平均数。这里要先设各数中最小者为基数,它是由“补差”思想产生的方法。

基数+各数与基数的差 $\div$ 总份数=平均数



巧指导——例题精讲

A级 冲刺名校·基础点睛

一、“直接求”与“补差法”

【例1】 李师傅前4天平均每天生产30个零件,改进技术后,第5天生产零件55个。问:李师傅5天中平均每天生产多少个零件?

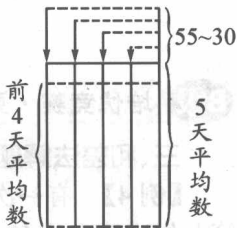
解法1 先算出5天的总零件数 $30 \times 4 + 55 = 175$ (个),再求在5天内平均每天生产零件的个数为

$$(30 \times 4 + 55) \div 5 = 35(\text{个})$$

解法2 从“补差”的角度考虑。由于前4天的平均数小于第5天的生产数量,所以可把第5天多生产的零件数 $(55 - 30)$ 分成“5份”,用4份补进到前4天的平均数中去,从而得到5天的平均数(如右图),即

$$30 + (55 - 30) \div 5 = 35(\text{个})$$

答:李师傅5天中平均每天生产35个零件。



做一做1 五(1)班有学生40人,数学期末考试有三位同学因病缺考,全班平均成绩是80分。后来这三位同学补考,成绩分别为88分、87分和85分,问:这时全班同学的平均成绩是多少?

二、“补差法”解題

【例2】 王师傅前4天平均每天生产26个零件,第5天生产零件数比5天的平均数还多4.8个。问:王师傅第5天生产多少个零件?

解法1 (算术解法) 关键是求出5天的平均数。由于前4天的平均数小于5天的平均



数,因此,要把前4天的平均数提高到5天的平均数,必须用多余的4.8个去“补足”(如下图),平均每天补 $4.8 \div 4 = 1.2$ (个),因而,5天的平均数是 $26 + 4.8 \div 4 = 27.2$ (个)。王师傅第5天生产的零件数为

$$(26 + 4.8 \div 4) + 4.8 = 32 \text{ (个)}$$

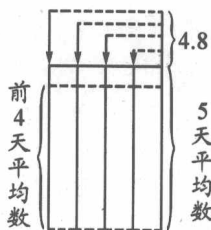
解法2 (列方程解法) 设王师傅第5天生产 x (个) 零件。由5天平均数这个“量”可列方程

$$x - 4.8 = (26 \times 4 + x) \div 5$$

$$x = 32 \text{ (个)}$$

答:王师傅第5天生产32个零件。

做一做2 一个学生前六次测验的平均分为93分,比七次测验的平均分高3分,问:他第七次测验得了多少分?



【例3】 小明前几次数学测验的平均成绩是84分,这一次要考100分才能把平均成绩提高到86分。问:这一次是第几次测验?

分析与解 平均每次要提高 $86 - 84 = 2$ (分)。这一次的成绩比原来平均成绩多了 $100 - 84 = 16$ (分),平均分到每一次上,就可以分摊为

$$(100 - 84) \div (86 - 84) = 8 \text{ (次)}$$

答:这一次是第8次测验。

做一做3 小松前几次考试的平均成绩是84分,这一次考了94分,就把平均成绩提高到86分。问:这一次是第几次考试?

B级 培优竞赛·更上层楼

三、和差法解题

【例4】 有一次考试,某小组10人的平均成绩是87分,前八位同学的平均成绩是90分,第九位比第十位多2分。求:第十位同学得了多少分?

分析与解 现已知第九位与第十位的得分差,若能知道第九位与第十位的得分和,则求第十位同学的得分问题将迎刃而解。应用和差法解题,第九位与第十位的得分和为

$$87 \times 10 - 90 \times 8 = 150 \text{ (分)}$$

所以,第十位同学得分为

$$(150 - 2) \div 2 = 74 \text{ (分)}$$

答:第十位同学得了74分。

做一做4 10位同学在一次考试中的平均分是81分,去掉最高分和最低分,其余8位同学的平均分数是80分,已知最高分与最低分相差20分,问:最高分是多少?



【例5】 一辆汽车从甲地开往乙地,前2小时每小时行40千米,为了按时到达,后3小时每小时加快5千米。求汽车的平均速度。

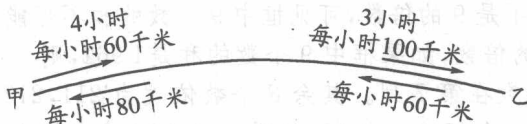
分析与解1 因甲、乙两地相距 $[40 \times 2 + (40 + 5) \times 3]$ 千米,所用时间为 $(2 + 3)$ 时,故所求的平均速度为 $[40 \times 2 + (40 + 5) \times 3] \div (2 + 3) = 43$ (千米/时)

分析与解2 把后3小时多行的平均分配给5小时(不是前2小时!为什么?),再加上前2小时的平均速度就是从甲地到乙地的平均速度:

$$40 + (5 \times 3) \div 5 = 43 \text{ (千米/时)}$$

做一做5 从甲地到乙地的路程是60千米,小林去时速度为每小时15千米,回来时速度为每小时10千米。问:小林往返的平均速度是多少?

【例6】 一辆汽车从甲地开往乙地,上坡速度为每小时60千米,下坡速度为每小时100千米。现在汽车从甲地出发,上坡用了4小时,下坡用了3小时,从原路返回时,下坡速度改为每小时80千米,而上坡速度不变。这辆汽车往返一次的平均速度。



分析与解 通过分析可知,从甲地去乙地时:

上坡路程: $60 \times 4 = 240$ (千米);

下坡路程: $100 \times 3 = 300$ (千米);

所用时间: $4 + 3 = 7$ (时)。

从乙地返回甲地时:

上坡路程:就是原来的下坡路程300千米;

上坡路程: $300 \div 60 = 5$ (时);

下坡路程:就是原来的上坡路程240千米;

下坡时间: $240 \div 80 = 3$ (时);

返回的总时间: $5 + 3 = 8$ (时)。

综合算式得: $60 \times 4 \div 80 = 3$ (时) $100 \times 3 \div 60 = 5$ (时)

$(60 \times 4 + 100 \times 3) \times 2 \div (4 + 3 + 3 + 5) = 1080 \div 15 = 72$ (千米/时)

答:这辆汽车往返一次的平均速度是72千米/时。

小结 本例要求往返一次的平均程度,应该用往返一次的总路程除以往返一次的总时间。

做一做6 一辆汽车从甲地到乙地,下坡速度为80千米/时,平路速度为51.5千米/时,上坡速度为40千米/时。现在汽车从甲地到乙地,下坡用6小时到丙地,平路用2小时到乙地,从乙地再原路返回。这辆汽车往返一次的平均速度是多少?





C级 (选学) 决胜总决赛 · 勇夺冠军

【例 7】 将自然数 $1, 2, 3, \dots$ 如下排列, 能否用一个方框框出 9 个数, 使这 9 个数的和等于:

(1) 1 962

(2) 1 994

(3) 2 007

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
...	...	...	...	...	...	...

如能办到, 请写出框中的最小数和最大数。

分析与解 仔细观察, 可以发现方框中的 9 个数有这样的规律: 横向的 3 个数依次差 1, 纵向的 3 个数依次差 7。

设最小数为 x , 则其余的 8 个数依次为: $x+1, x+2, x+7, x+8, x+9, x+14, x+15, x+16$ 。这 9 个数的和为 $9x+72$, 而 $9x+72=9 \times (x+8)$, 所以这 9 个数的和一定是 9 的倍数。

逐一试验发现, 1 994 不是 9 的倍数, 可见框中 9 个数的和不可能是 1 994。

1 962 和 2 007 都是 9 的倍数, 如果框中 9 个数的和是 1 962, 则 $9 \times (x+8) = 1\,962, x+8 = 218, x = 210 = 7 \times 30$, 最小数在第 7 列。其余 8 个数依次为 211, 212, 217, 218, 219, 224, 225, 226。这 9 个数不可能在一个框内。其实, 从最小数 210 在数表的最后一列便可知这一事实了。

如果框中 9 个数之和为 2 007, 则 $9 \times (x+8) = 2\,007, x+8 = 223, x = 215 = 7 \times 30 + 5$, 最小数在第 5 列。最大数是 $215 + 16 = 231$ 。

答: 这 9 个数的和可以是 2 007, 这时框中最小数为 215, 最大数为 231。

做一做 7 把从 1 开始的自然数按 7 个一行排成下表。在这个数表中, 把横向的 3 个数与纵向的 2 个数, 共 $2 \times 3 = 6$ 个数用一个方框框起来。如果框起来的 6 个数的和是 429, 试求框内的 6 个数。

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
...	...	...	...	...	...	...