提分攻略系列

常考题型训练题典

CHANGKAO TIXING XUNLIAN TIDIAN

高中 数学2

（必修2）

主编 蔡晔

龍門書局 | 龙门品牌·学子至爱
www.longmenbooks.com

提分攻略系列

常考题型训练题典

CHANGKAO TIXING XUNLIAN TIDIAN

高中 数学2

（必修2）

丛书主编 蔡晔

丛书副主编 冯素

编 者 赵宏伟 王青仁

龍門書局

北京

举报电话:(010) 64031958,13801093426 (打假办)
邮购电话:(010) 64034160,88937471

图书在版编目(CIP)数据

提分攻略　常考题型训练题典　高中数学 2(必修 2)/蔡晔主编;赵宏伟,王青仁编.—北京:龙门书局,2011.6
ISBN 978-7-5088-3162-6

Ⅰ.①提…　Ⅱ.①蔡…　②赵…　③王…　Ⅲ.①中学数学课—高中—习题集　Ⅳ.①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 121193 号

责任编辑:潘恭华　高　鹏/封面设计:浩蓝书籍设计

龍門書局出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码:100717
www.longmenbooks.com
新蕾印刷厂印刷
科学出版社总发行　各地书店经销
*
2011年6月第　一　版　　开本:B5
2011年7月第二次印刷　　印张:9
字数:176 000

定　价:14.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前言

新课标教学和新课改理念越来越重视对学生的思维能力、实践能力和创新能力的培养。《考试大纲》告诉我们高考的命题将全面落实新课改理念，把以能力测试为主导的命题指导思想落实到每一道题中，在继承和发展传统命题优势的情况下，高考将更加注重对学生各种能力的考查，并真正把对能力的考查放在首要位置。

《提分攻略》系列图书正是在这种背景下应运而生，它包含《疑难与规律详解》和《常考题型训练题典》两大子系列，涉及数学、物理、化学、生物和英语五大学科，供中学各年级教师和学生使用。《常考题型训练题典》系列丛书由多位优秀的一线骨干教师和研究员，结合新课标教学理念和考试大纲的要求分学科、分模块、分年级编排成册，总的说来本书有以下特点：

体例切合学习认知规律

本丛书从学生学习认知的心理规律出发，以母题与衍生的形式呈现知识内容，每一个题型都让学生经过学、悟、练的过程，进而将需要掌握的知识快速地内化到自己的知识结构中，帮助学生提高理解和运用知识的效率。

题型牢牢把握考试动向

本丛书在编写过程中，本着"遵循教材但不拘泥于教材"的原则，以考试大纲为指导，将各分册知识内容以题型的形式科学系统地归纳整理，考点、重点、难点一目了然，让同学们在学习的过程中目标明确、有的放矢。

题型全面总结通式通法

本书在全面梳理各节考点、重点、难点的同时，兼顾各题型中涉及的解题方法、规律并以解题锦囊的形式高度总结通式通法，全面科学地归纳各节的知识特点，揭示解题技巧，提升解题能力；并通过易错题、探究题、创新题等综合题型的专项训练，进一步提升同学们运用知识解决综合性问题的能力。

编写思路新颖

本丛书一改传统题典类图书的简单罗列例题的形式，采取了考点归类、举一反三的方式，全面梳理各种常考题型。并提炼出题中能够激发思维的重要内容，强化记忆，引导学生思考、研究、学习、提升。

编　者

2011.5.20

目　录

第一章　空间几何体

第1节　空间几何体的结构

题型一　空间几何体的概念和结构特征

母题 1 下列说法正确的是　　(　　)

A. 有两个面平行,其余各面都是四边形的几何体叫棱柱

B. 侧面都是四边形且每相邻两个四边形的公共边都平行的几何体叫棱柱

C. 各侧面都是正方形的四棱柱一定是正方体

D. 九棱柱有 9 条侧棱,9 个侧面,且侧面为平行四边形

解析:A 答案,除了上述条件外,必须还要每相邻两个四边形的公共边都互相平行. 故 A 答案错误.

对于 B 选项上述条件中漏掉了“有两个面平行”这一条件. 因而,所围成的几何体可能不是棱柱. 故 B 答案错误.

C 选项,侧面是正方形,只能说底边相等,则底面为菱形,但不能说明底面为正方形,故不能说明此四棱柱是正方体.

D 选项正确.

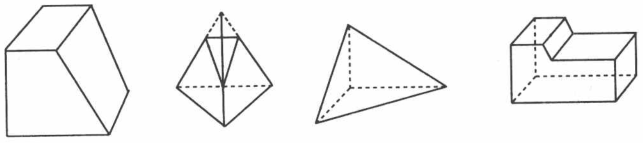
答案:D

指点迷津

本题主要考查的是基本概念. 心得:棱柱有两个互相平行的面,侧棱互相平行且相等,故棱柱的所有侧面和对角面都是平行四边形.

解题锦囊 本题型是结论判断,关键是要注意其中的陷阱,基本原则与识图题相似,要有空间想象力,同时注意特例,举出一个反例则结论就错误.

母题 2 观察图 1-1-1 所示中的四个几何体,其中判断正确的是　　(　　)



(1)　　(2)　　(3)　　(4)

图 1-1-1

A. (1) 是棱台　　B. (2) 是棱台

C. (3) 是棱锥　　D. (4) 不是棱柱

解析:棱台是由平行于棱锥底面的平面去截棱锥,底面与截面之间的部分,(1) 本身截的不是棱锥;(2) 的平面不平行于底面;(3) 是正确的;(4) 的上底面和下底面是面向读者的方向,是棱柱.

答案:C

指点迷津

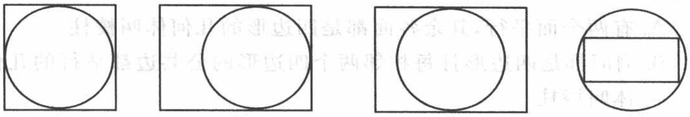
识图题比较直观,要观察出图的特征. 注意:判断空间几何体要依据他们的定义和结构特征,与该几何体摆放的位置无关.

解题锦囊 本题型的一般解题思路是:识图题要根据图形的特

征，如果有两个平行全等的底面，侧棱（或母线）互相平行且相等，考虑为柱体；如果有一个底面和一个顶点，则为锥体；如果有两个平行的底面但是不全等，考虑是台体，然后判断是否由锥体截出；球体可以直接观察出来.

本题型常用的方法技巧：对棱柱的特殊理解：{正方体} $\subsetneqq$ {长方体} $\subsetneqq$ {直平行六面体} $\subsetneqq$ {平行六面体} $\subsetneqq$ {四棱柱}.

母题 3 ★★★ 一个正方体内有一个内切球，作正方体的对角面，所得截面图形是　　（　　）



A　　B　　C　　D

解析：因为是正方体内有一个内切球，故将 D 排除；正方体对角面是个长方形，故排除 A；内切球应该与上下底面相切，与侧棱相离，处于对角面长方形的中间，故选 C.

答案：C

解题锦囊 本题型的解题关键在于找对角面.

指点迷津
提示：要搞清对角面的定义；分别经过棱柱、棱台的两条不相邻的侧棱的截面叫做对角面.

衍生训练

衍生 1 ★★ 下列结论中错误的是　　（　　）

A. 圆柱侧面上的线段不会比母线长

B. 圆锥顶点与底面圆周上任一点的连线(线段)都是母线

C. 圆台母线所在直线与轴相交

D. 在空间中，到定点的距离为定长的点的轨迹为球

解析：根据定义，圆柱侧面上的线段只可能是垂直于底面的，否则就是曲线了，显然母线即(高)是最长的，A 正确；B 符合圆锥母线定义；圆台是圆锥截得，所以其母线所在直线的交点就应该是对应圆锥的顶点，必然在轴上，C 正确；在空间，到定点的距离为定长的点的轨迹为球面，D 错误.

答案：D

指点迷津
注意：球与球面是两个不同的概念，用一个平面去截球面，截痕是一个圆，用一个平面去截球，截面为一个圆面. 迁移：空心球应该理解为球的组合体，即从一个大球里面挖掉一个与它共球心的小球形成的几何体.

衍生 2 ★★★ 如图 1-1-2 所示，将装有水的长方体水槽固定底面一边后将水槽倾斜一个小角度，不使水溢出，则倾斜后水槽中的水形成的几何体是　　（　　）

A. 棱柱　　B. 棱锥

C. 棱柱与棱锥的组合体　　D. 不能确定

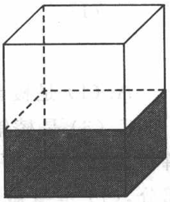


图 1-1-2

解析：水槽固定底面一边后将之倾斜，前后两面尽管形状变化，但左右两面依然是平行且全等的多边形，所以还是棱柱.

答案：A

指点迷津
联想：若固定底面一角进行倾斜，则结果就不是棱柱了.

衍生3 ★★★ 如图1-1-3所示，沿平面$A'BC$和平面$A'B'C$切割三棱柱$ABC-A'B'C'$，则这个三棱柱被分成了____部分，每部分是______.

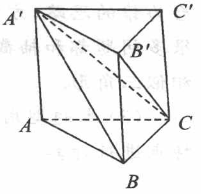


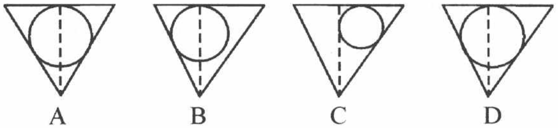
图1-1-3

解析：切割后分成了三部分，每部分都是由四个三角形围成的多面体，其中有三个三角形有一个公共的顶点，故每部分是三棱锥.

答案：三，三棱锥

指点迷津
多面体最少有四个面，三棱锥有四个面，所以又称四面体.

衍生4 ★★★★ 在一个侧置的正三棱锥容器内放入一个钢球，钢球恰与棱锥的四个面都接触，过棱锥的一条侧棱和高作截面，正确的截面图形是 ( )



解析：过正三棱锥的侧棱和高作截面，截面不是正三角形，排除A；根据结构特征，不能和侧棱相切，排除D；钢球与棱锥的四个面都接触，高必然过球心，所以选B.

答案：B

指点迷津
解题关键点在于想象出截面的形状，并且得出与四个面都接触，则高过球心的结论.

题型二 空间几何体的相关基本元素计算

母题 ★★★★ 从一个底面半径和高都是R的圆柱中挖去一个以圆柱上底面为底，下底面中心为顶点的圆锥，得到一个如图1-1-4所示的几何体，如果用一个与圆柱下底面距离等于l并且平行于圆柱底面的平面去截该几何体，求所得截面的面积.

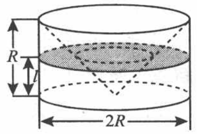


图1-1-4

分析：图中的几何体是一个圆柱中挖去一个圆锥，用平行于圆柱下底面的平面去截该几何体，截面是一个圆环，圆环的大环半径为圆柱半径，已知，小环半径与l和R有关，故问题可以转化为平面几何问题求解.

解答：图1-1-4中几何体的轴截面如图1-1-5所示，被平行于下底面的平面所截的圆柱的截面圆的半径$O_1C=R$，设圆锥的截面圆的半径O_1D为x，

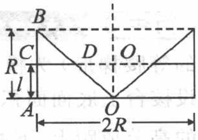


图1-1-5

$\because OA=AB=R$，$\therefore \triangle OAB$是等腰直角三角形.

又$CD\parallel AO$，则$CD=BC$，$\therefore O_1D=AC$，即$x=l$.

$\therefore$ 截面面积$S=\pi R^2-\pi l^2=\pi(R^2-l^2)$.

指点迷津
解题关键点在于作出轴截面之后求出小圆半径.

解题锦囊 (1)本题型解题关键在于多观察空间几何体，提高空间想象力.

(2)本题型常用的方法技巧：空间几何体的基本元素有点、线、面，具体到各个形体中就是边长、高、底面积、截面和轴截面面积、球面距离等等. ① 处理台体问题时，很多时候要画出相应的顶点，即还

台为锥的思路，方便解题；② 遇到截面时要注意截面的形状和性质，很多问题都和轴截面有关；③ 平行底面的截面要想到是否可以应用相似三角形.

(3) 本题型用到的思想方法有数形结合思想，根据空间几何体的特点进行计算.

衍生训练

衍生1 ★★★ 一个长方体全面积是 11 m^2，所有棱长的和是 24 m，则长方体的对角线长为______.

解析：设长方体的长、宽、高分别为 a、b、c，则 $\begin{cases} 2(ab+bc+ac)=11, \\ 4(a+b+c)=24. \end{cases}$ 而长方体的对角线长 $l=\sqrt{a^2+b^2+c^2}=\sqrt{(a+b+c)^2-2ab-2bc-2ac}=\sqrt{6^2-11}=5(\mathrm{m})$.

答案：5 m

指点迷津

点拨：长方体对角线定理：长方体一条对角线长的平方等于一个顶点上三条棱的长的平方和.

衍生2 ★★★ 用一个平行于圆锥底面的平面截这个圆锥，截得圆台上、下底面的面积之比为 1∶16，截去的圆锥的母线长是 3 cm，求圆台的母线长.

分析：圆台上、下底面为圆，面积比等于半径比的平方，而轴截面中，可以找出相似三角形，然后利用对应边成比例的性质可以列出比例关系式，进而求解.

解答：如图 1-1-6 所示，设圆台的母线长为 l cm.

∵ 圆台上、下底面的面积之比为 1∶16，∴ 截得圆台的上、下底面半径之比为 1∶4.

根据相似三角形的性质，得 $\dfrac{3}{3+l}=\dfrac{1}{4}$，

解得 $l=9$.

∴ 圆台的母线长为 9 cm.

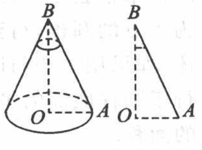


图 1-1-6

指点迷津

心得：求未知线段长度，可以先将其设成未知数，寻找比例关系，如果是求面积，更要应用轴截面的特点去求解.

衍生3 ★★★★★ 以正四棱台（底面为正方形，各个侧面均为全等的等腰梯形）为模型，验证棱台的平行于底面的截面的性质：

设棱台上底面面积为 S_1，下底面面积为 S_2，平行于底面的截面将棱台的高分成距上、下两底的比为 $m:n$，则截面面积 S 满足下列关系：$\sqrt{S}=\dfrac{m\sqrt{S_2}+n\sqrt{S_1}}{m+n}$，当 $m=n$ 时，则 $\sqrt{S}=\dfrac{\sqrt{S_1}+\sqrt{S_2}}{2}$（中截面面积公式）.

解答：如图 1-1-7 所示，$ABCD$ 是正四棱台的相对侧面正中间的截面，延长两腰交于 P，平行于底面的截面与截面 $ABCD$ 交于 EF.

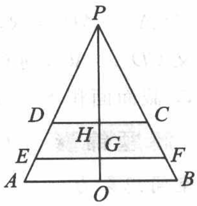


图 1-1-7

根据棱台上底面与平行于底面的截面相似的性质，知棱台上底面、下底面、截面的相似比为 $\sqrt{S_1}:\sqrt{S_2}:\sqrt{S}$

设 $PH=h, OH=x$，

则 $\dfrac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S}}=\dfrac{PH}{PG}=\dfrac{h}{h+x\dfrac{m}{m+n}}=\dfrac{h(m+n)}{h(m+n)+mx}$，

$\dfrac{\sqrt{S_2}}{\sqrt{S}}=\dfrac{PO}{PG}=\dfrac{h+x}{h+x\cdot\dfrac{m}{m+n}}=\dfrac{(h+x)(m+n)}{h(m+n)+mx}$.

$\therefore \dfrac{n\sqrt{S_1}}{\sqrt{S}}+\dfrac{m\sqrt{S_2}}{\sqrt{S}}=\dfrac{nh(m+n)}{h(m+n)+mx}+\dfrac{m(h+x)(m+n)}{h(m+n)+mx}$

$=\dfrac{(hn+hm+mx)(m+n)}{h(m+n)+mx}=m+n$，

即 $\sqrt{S}=\dfrac{m\sqrt{S_2}+n\sqrt{S_1}}{m+n}$.

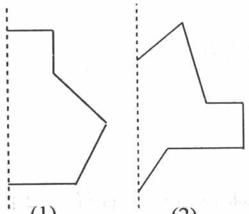
当 $m=n$ 时，$\sqrt{S}=\dfrac{m\sqrt{S_2}+m\sqrt{S_1}}{m+m}=\dfrac{\sqrt{S_1}+\sqrt{S_2}}{2}$.

> **指点迷津**
>
> 解题关键点：利用台体平行于底面的截面与底面相似，把面积比转化为相似比，与对应高之比联系起来．
>
> 心得：关于棱台的平行于底面的中截面性质这一结论，也可以推广到圆台．联想：中截面面积公式可类比梯形中位线等于 $\frac{1}{2}\times$（上底长+下底长）进行记忆，只是中截面面积公式中是面积的平方根的关系．

题型三　简单组合体的结构特征

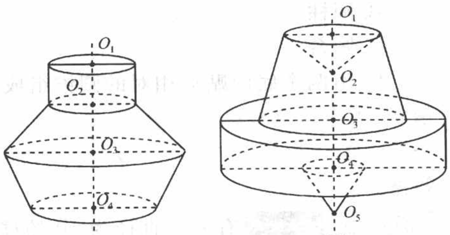
母题 ★★★ 如图 1-1-8 所示的两个平面图形分别绕虚线旋转一周后所形成的几何图形是由哪些简单几何体组成的？

分析：在平面图形中，分别过不在轴上的顶点向轴作垂线，绕轴旋转一周后所形成的几何体如图 1-1-9 所示．



(1)　(2)

图 1-1-8



(1)　(2)

图 1-1-9

解答：(1) 由一个圆柱 O_1O_2，两个圆台圆台 O_2O_3 和圆台 O_3O_4 组成；(2) 由一个圆锥 O_4O_5，一个圆柱 O_3O_4 及一个圆台 O_1O_3 中挖去圆锥 O_1O_2 组成．

> **指点迷津**
>
> 技巧：分解成简单几何体的时候，应注意相应的平面图形，向旋转轴作垂线．

解题锦囊 (1) 本题型的一般解题思路：首先观察组合体的各部分是多面体还是旋转体，如果是多面体，看各面的形状以及边长的关系；如果是旋转体，要观察是什么样的图形沿着轴旋转，旋转了多少度形成图中的几何体．

(2) 本题型解题关键：简单组合体的结构有两种基本形式：一种是由简单几何体拼接而成，一种是由简单几何体截去或挖去一部分而成，要多观察空间几何体，提高空间想象力，在生活中有很多典型的简单组合体，要多分析它们的组成情况，进行合理分割．

(3) 本题型常用的方法技巧为结合面的具体形状，棱与棱之间的关系分析是由哪些几何体组成的组合体，并用平面分割．

指点迷津
通常，拼接而成的组合体共享一个面或一条边，但是形状有明显变化，可以使用共享的面作为分割，也可以过边做平面分割.

指点迷津
联想：当一个平面图形沿某条直线旋转后会形成一个旋转体，如：直角三角形按其直角边旋转后会形成一个圆锥，矩形沿其一条边旋转后会形成一个圆柱，直角梯形绕其直角腰旋转会形成一个圆台.

指点迷津
关键是要画出图形，看出球心钻孔之后，穿成一串，孔端口是一个平面，相比球面的弧度，显然要减小，圆孔长度不为10.

衍生训练

衍生1 ★★ 图1-1-10中所示的几何体是由简单几何体中的______组成的.

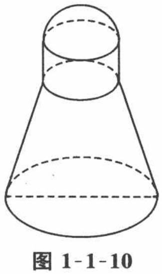


图 1-1-10

解析：观察组合体，有三种明显的结构变化，所以在发生变化处用平面截开，得到三部分，再判断.

答案：半球、圆柱、圆台

衍生2 ★★★ 把直角三角形绕斜边旋转一周，所得的几何体是（　　）

A. 圆锥

B. 圆柱

C. 圆台

D. 由两个底面贴近相对的圆锥组成的组合体

解析：直角三角形绕斜边旋转，可以看成由斜边上的高分割而成的两个直角三角形分别绕直角边旋转，得到两个底面贴近相对的圆锥.

答案：D

衍生3 ★★★★ 有一个直径为10的球，过球心钻一个直径为2的圆柱形孔，现在将10个这样的物体密集穿成一串，求此串长度.

分析：球钻孔之后，要求孔的长度，可以使用勾股定理，半径已知，可以作为斜边，而圆柱孔的直径为一条直角边，另一条直角边即为圆孔的长度的一半.

解答：如图1-1-11所示，$OA=5$，$AP=1$.

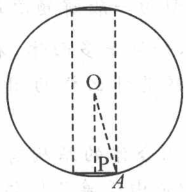


图 1-1-11

$\therefore OP=\sqrt{5^2-1^2}=2\sqrt{6}$，$\therefore$ 串长度为 $10\times 2OP=40\sqrt{6}$.

第 2 节 空间几何体的三视图和直观图

题型一 投影与简单几何体三视图的画法

母题 1 如图 1-2-1 所示，在正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中，E、F 分别是棱 $A'A$、$C'C$ 的中点，则下列判断正确的是______.

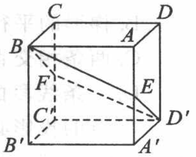


图 1-2-1

① 四边形 $BFD'E$ 在底面 $ABCD$ 内的投影是正方形；

② 四边形 $BFD'E$ 在面 $A'D'DA$ 内的投影是菱形；

③ 四边形 $BFD'E$ 在面 $A'D'DA$ 内的投影与在面 $ABB'A'$ 内的投影是全等的平行四边形.

解析：① 四边形 $BFD'E$ 的四个顶点在底面 $ABCD$ 内的投影分别是点 B、C、D、A，故投影是正方形，① 正确；②设正方体的边长为 2，则 $AE=1$，取 $D'D$ 的中点 G，则四边形 $BFD'E$ 在面 $A'D'DA$ 内的投影是四边形 $AGD'E$，由 $AE \parallel D'G$，且 $AE=D'G$，所以四边形 $AGD'E$ 是平行四边形，但 $AE=1$，$D'E=\sqrt{5}$，故四边形 $AGD'E$ 不是菱形，② 错误；③ 结合 ② 知四边形 $BFD'E$ 在面 $A'D'DA$ 内的投影与在面 $ABB'A'$ 内的投影是两个边长分别对应相等的平行四边形，且形状相同，从而 ③ 正确. 故正确的有 ①③.

答案：①③

解题锦囊 本题型常用的方法技巧有：考查平面多边形的投影，只需要将多边形顶点的投影对应线段相连即可.

指点迷津 解题关键点在于由平行投影的定义画出投影线垂直于投影面，从而确定四边形 $BFD'E$ 的四个顶点在各投影面的位置，然后把各投影点连线成图即可.

母题 2 画出如图 1-2-2 所示的正四棱锥的三视图.

分析：确定正视图的方向，其他视图方向便可以确定.

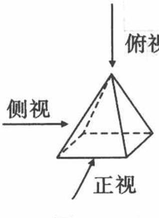


图 1-2-2

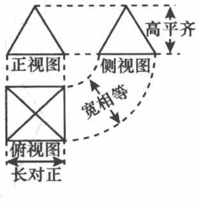


图 1-2-3

解答：正四棱锥的三视图如图 1-2-3 所示.

解题锦囊 本题型的一般解题思路是将空间图形向直立、侧立和水平面作正投影，然后把这三个投影按布局放在一个平面内即为三视图.

指点迷津 这道题的解题关键点在于确定正视图的方向，正四棱锥的俯视图是正方形. 联想：若将正四棱锥旋转一定角度，所得的三视图的俯视图仍然是正方形么？和题中所给有什么不同？

指点迷津

迁移:当图形中的直线或线段不平行于投射线时,与投射面平行的平面图形,它的投影与原图形全等.

指点迷津

几种常见的几何体的三视图要记住,除了题中所给之外,还要知道,圆锥的正视图和侧视图都是等腰三角形,俯视图是圆和圆心;圆台的正视图和侧视图都是等腰梯形,俯视图是两个同心圆.

指点迷津

三视图中如果有被遮挡的线,用虚线画出,题中在遮挡位置上有实线,所以画出实线即可.

衍生训练

衍生 1 ★★ 下列命题中正确的是 ( )

A. 矩形的平行投影一定是矩形

B. 梯形的平行投影一定是梯形

C. 两条相交直线的投影可能平行

D. 一条线段的平行投影如果仍是一条线段,那么这条线段的中点的投影必是这条线段的投影的中点

解析:平行投影因投影线的方向变化而不同,因而平行投影改变几何图形的形状,A、B不正确;两条直线的交点无论是平行投影还是中心投影,仍在两条直线的投影上,因而两条直线的投影不可能平行,故C不正确;两条线段平行投影的比等于这两条线段的比,因而D正确.

答案:D

衍生 2 ★★★ 一个几何体的某一方向视图是圆,则它不可能是 ( )

A. 球体　　B. 圆锥

C. 圆柱　　D. 长方体

解析:球体的三视图都是圆,正放的圆锥的俯视图为圆,正放的圆柱的俯视图也是圆,长方体的各种视图都不会是圆.

答案:D

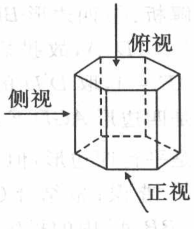


图 1-2-4

衍生 3 ★★★★ 按照图 1-2-4 所示中所标方向,画出图中几何体的三视图.

分析:先认真观察几何体的结构,并明确图中是否有被遮挡的线.

解答:三视图如图 1-2-5.

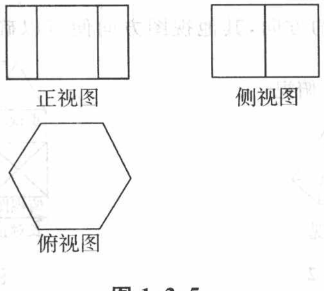
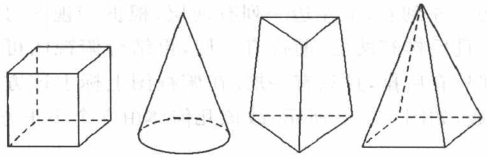


图 1-2-5

衍生 4 ★★★★ 在下列几何体各自的三视图中,有且仅有两个视图相同的是 ( )

A. ①②　　B. ①③

C. ①④　　D. ②④



①正方体 ②圆锥 ③三棱台 ④正四棱锥

解析：正方体的正视图、侧视图、俯视图都为正方形；圆锥的正视图、侧视图、俯视图依次为三角形、三角形、圆及其圆心；三棱台的正视图、侧视图、俯视图依次为梯形及两底边中点的连线、梯形、相嵌套的两个三角形；正四棱锥的正视图、侧视图、俯视图依次为三角形、三角形、正方形及其对角线.

答案：D

题型二 根据三视图还原几何体

母题 1 一个几何体的三视图如图 1-2-6 所示，那么这个几何体是 ( )

A. 三棱锥

B. 四棱锥

C. 四棱台

D. 三棱台

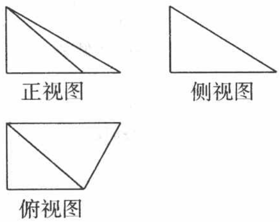


图 1-2-6

解析：由所给三视图与直观图的关系，可以判定对应的几何体为如图 1-2-7 的四棱锥，且 $PA \perp$ 面 $ABCD$，$AB \perp BC$，$AB \perp AD$.

答案：B

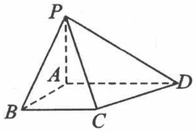


图 1-2-7

解题锦囊 (1) 本题型的一般解题思路是先从俯视图入手，再考虑正视图，最后考虑左视图；

(2) 本题型解题关键在于根据各形体的投影规律，将三视图还原为直观图；

(3) 本题型常用的方法是画三视图的顺序：一般先实（实形体）后空（挖去的形体）；先大（大形体）后小（小形体）；先画轮廓，后画细节. 画每个形体时，要三个视图联系起来画，并从反映形体特征的视图画起，再按投影规律画出其他两个视图.

母题 2 如图 1-2-8 所示，是由一些相同的小正方体构成的几何体的三视图，则该几何体小正方体的个数是______.

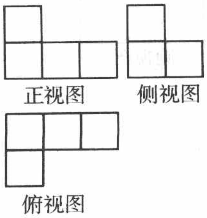


图 1-2-8

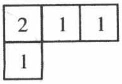


图 1-2-9

指点迷津

心得：实际应用中，有时只需要画出空间几何体的一个或者两个视图就可以了解它的形状和大小，但是，有时候两个不同的几何体也有可能有两个视图是完全相同的，所以，掌握空间几何体的三视图是很有必要的.

指点迷津

解题关键点：通过正视图和侧视图的直角判断，$PA \perp$ 面 $ABCD$

指点迷津

小正方体的堆积个数计算时，可以在三视图上标明该方向小正方体的个数.

解析：正视图从左到右，最左边一列有两层，根据侧视图可知该几何体有前后两排，且后排有两层，前排有一层，再结合俯视图可知该几何体第二、三列都只有后排，且只有一层.在俯视图上标上该方向上相应小正方体的个数，如图1-2-9所示，故该几何体由5个小正方体组成.

答案：5

解题锦囊 本题型解题关键在于务必做到高平齐，长对正，宽相等.同时，要确定正视、俯视、侧视的方向，同一物体放置方向不同，所画三视图可能不同.

衍生训练

衍生1 ★★★ 图1-2-10所示是三个立体图形的三视图，请说出立体图形的名称.

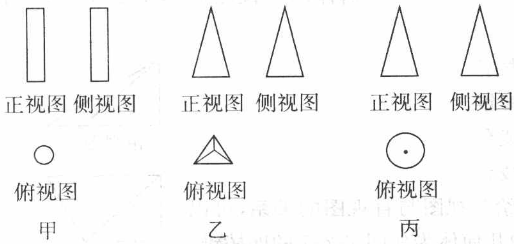


图 1-2-10

分析：由已知可知甲的俯视图是圆，则该几何体是旋转体，又因为正视图和侧视图均是矩形，则甲是圆柱；乙的俯视图是三角形，则该几何体是多面体，又正视图和侧视图均是三角形，则该多面体的各个面都是三角形，则乙是三棱锥；丙的俯视图是圆（及圆心），则该几何体是旋转体，又因为正视图和侧视图均是三角形，则丙是圆锥.

解答：甲是圆柱；乙是三棱锥；丙是圆锥.

衍生2 ★★★ 一个几何体的三视图如图1-2-11所示，请说出这个几何体的结构特征，并画出这个几何体.

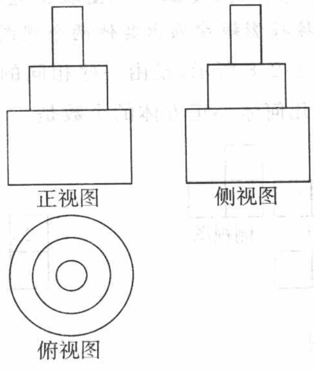


图 1-2-11

学习心得

指点迷津

心得：题中的甲图和丙图俯视图都是圆，均为旋转体，然后需再结合正视图和侧视图判断几何体的形状.

指点迷津

联想：一般地，组合体是由两种方式综合构成：①将基本几何体拼接成组合体——叠加；②从基本几何体中切掉或挖掉部分构成——挖切.

分析：根据正视图和侧视图可以判断出该几何体可能是长方体或圆柱体共三个叠放在一起；由于俯视图是三个圆，可知这个几何体必定是由三个圆柱组成的一个组合体，其中上面的圆柱半径最小，下面的圆柱半径最大.

解答：这个几何体是由三个圆柱组成的一个组合体，圆柱半径从上到下逐渐增大，如图 1-2-12.

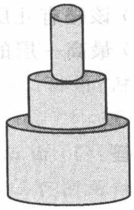


图 1-2-12

衍生 3 ★★★★ 已知某几何体的正视图和侧视图是如图 1-2-13 中所示的等腰梯形，俯视图如图中所示，外部是正方形，内部是与外部正方形同心的正方形，根据图中尺寸，说明原几何体的特征，并说明该几何体的主要元素的尺寸并画出直观图.

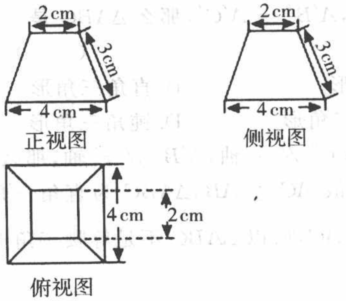


图 1-2-13

分析：几何体是一个正四棱台.

解答：所求几何体是一个正四棱台，上面正方形的边长为 2 cm，下底面正方形的边长为 4 cm，由三视图可知，正四棱台的斜高为 3 cm，所以正四棱台的侧棱长为 $\sqrt{\left(\frac{4-2}{2}\right)^2+3^2}=\sqrt{10}$(cm)，该正四棱台的直观图如图 1-2-14 所示.

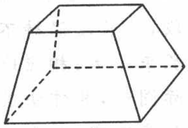


图 1-2-14

衍生 4 ★★★★★ 某大楼由相同的若干个房间组成，该楼的三视图如图 1-2-15，问：

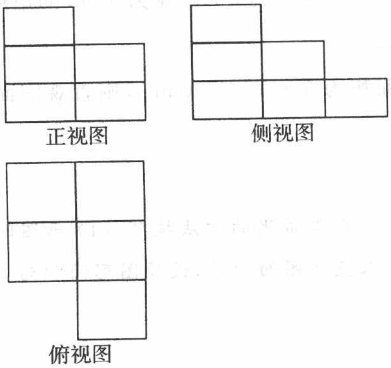


图 1-2-15

指点迷津

由三视图还原几何体的关键是确定几何体的形状和尺寸.

指点迷津

依据三视图进行逆向分析，是用几何知识解决实际问题的一个方面. 在工厂中，工人师傅都是根据零件结构设计的三视图，对零件进行加工制作.

(1) 该楼有几层？从前往后最多要走过几个房间？

(2) 最高一层的房间在什么位置？画出此楼大概形状.

分析：根据三视图的特征，结合所给的视图进行逆推.

解答：(1) 由正视图与侧视图可知，该楼有3层.由俯视图可知，从前往后最多要经过3个房间.

(2) 由正视图与侧视图可知，最高一层的房间在左侧的最后一排的房间.

楼房大致形状如图1-2-16所示.

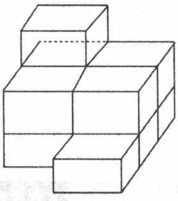


图1-2-16

题型三　斜二测画法及平面图形和空间几何体的相关运算

指点迷津

注意：不要根据直观图简单判断而错认为 $AB=AC$.

母题1 如图1-2-17所示，$\triangle A'B'C'$ 是 $\triangle ABC$ 的直观图，$A'B'=A'C'$，那么 $\triangle ABC$ 是（　　）

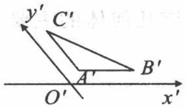


图1-2-17

A. 等腰三角形　　B. 直角三角形

C. 等腰直角三角形　　D. 钝角三角形

解析：直观图中，$A'C' \parallel y'$ 轴，$A'B' \parallel x'$ 轴，那么在原图中，$AC \parallel y$ 轴且 $AB \parallel x$ 轴，故 $AC \perp AB$，$\triangle ABC$ 为直角三角形，虽然 $A'B'=A'C'$，但 $AB=\frac{1}{2}AC$，所以 $\triangle ABC$ 不是等腰三角形.

答案：B

解题锦囊

(1) 本题型的一般解题思路是，原图中在 x 轴上（或与 x 轴平行）的线段，其长度保持不变，而在 y 轴上（或与 y 轴平行）的线段，其长度变为原来一半；相应地，将水平放置的平面图形的直观图还原成原来的实际图形，其作法就是逆用斜二测画法，也就是使平行于 x 轴的线段的长度不变，而平行于 y 轴的线段长度变为原来的2倍.

(2) 本题型解题关键在于原图与直观图中的"三变、三不变".三变：坐标轴的夹角改变，与 y 轴平行线段的长度改变（减半），图形改变.三不变：平行性不变，与 x 轴平行的线段长度不变，相对位置不变.

指点迷津

技巧：$S_{直观图}=\frac{\sqrt{2}}{4}S_{原图形}$，$S_{原图形}=2\sqrt{2}S_{直观图}$.

母题2 有一个长为5 cm，宽为4 cm的矩形，则其斜二测直观图的面积为______.

解析：算出矩形面积为 $5\times4=20(\mathrm{cm}^2)$，则直观图面积为 $\frac{\sqrt{2}}{4}\times20=5\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$

答案：$5\sqrt{2}\mathrm{cm}^2$

解题锦囊 本题型常用的方法技巧：(1) 画图时，被遮线画成虚线或者不画；(2) 求直观图面积时，设原图形面积为 S，则直观图面积 $S'=\frac{\sqrt{2}}{4}S$.