



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

# 电路分析原理

下册

第2版

姚维 姚仲兴 编著



机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

# 电路分析原理

下册

第2版

姚维 姚仲兴 编著



机械工业出版社

本书为普通高等教育“十一五”国家级规划教材。

作者积 50 年电路分析课程之教学经验与研究成果,吸收了师生们对第 1 版教材的反馈信息,参照《高等学校工科本科电路课程教学基本要求》而完成本次修订。

本次修订对第 1 版的内容作了较大改动。

第 2 版仍分上、下两册。上册共 10 章,内容是:电路的基本概念和基本定律,电阻电路及其一般分析法,线性网络的几个定理及等效网络,动态电路元件及其强制响应,正弦稳态电路(含互感及三相)与傅里叶分析。下册共 7 章,内容是:一阶、二阶电路的时域分析, $s$  域与状态变量分析,矩阵分析,双口网络及非线性电阻电路分析。

本次修订保持了第 1 版的风格与特色,内容新颖,风格独特,条理清晰,说理透彻,言简意赅,通俗易懂。教师便于组织教学与习题批改,学生容易自学。

本书可作为高等理、工、农、医院校及各类成人高校电类相关专业的本科教材,也可供有关科技人员参考。

## 图书在版编目(CIP)数据

电路分析原理.下册/姚维等编著—2版.—北京:机械工业出版社,2011.2

普通高等教育“十一五”国家级规划教材  
ISBN 978-7-111-32857-5

I. ①电… II. ①姚… III. ①电路分析-高等学校-教材  
IV. ①TM133

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 254206 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑:于苏华 责任编辑:于苏华 卢若薇

责任校对:张莉娟 封面设计:陈 沛

责任印制:杨 曦

北京京丰印刷厂印刷

2011 年 11 月第 2 版·第 1 次印刷

169mm×239mm·25 印张·486 千字

标准书号:ISBN 978-7-111-32857-5

定价:43.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心:(010) 88361066

门户网:<http://www.cmpbook.com>

销售一部:(010) 68326294

教材网:<http://www.cmpedu.com>

销售二部:(010) 88379649

读者购书热线:(010) 88379203

封面无防伪标均为盗版

## 第2版前言

《电路分析原理》(简称《原理》)、配套教材《电路解析与精品题集》(简称《精品》)两书为普通高等教育“十一五”国家级规划教材。

《原理》前身《电路分析导论》历经八年写成,1988年由浙江大学出版社出版,1990年作为浙江大学优秀教材参加了香港国际图书展。1997年出修订版。

《原理》第1版于2005年出版。经五年教学实践,听取了师生们的反馈信息,结合自身从事电路分析课程五十年之教学经验与研究成果,参照《高等学校工科本科电路课程教学基本要求》,完成本次修订。

本次修订对第1版的内容作了较大改动。其中,第三章线性电路分析的一般方法,第七章正弦稳态电路的功率,第十一章一阶电路的时域分析,作了重新改写。第四章提出了互易定理四;第五章提出了单位阶跃函数 $\varepsilon(t)$ ,与单位冲激函数 $\delta(t)$ 性质的新证明法;第八章改写了耦合电感器的串联,增加了耦合电感器的并联;第十三章改写了 $s$ 域中的网络函数;第十四章增加了矩阵及其运算;第十五章改写了割集分析与回路分析;第十六章改写了双口网络的 $H$ 、 $G$ 、 $T$ 与 $T'$ 参数等。

此外,对第1版的其余内容也作了相应修改。全书更换了大量例题与习题(例题点明了设置之意,并给出了解题思路;例题、习题的难易程度更为适中)。

书中,打有“\*”号的正文可作为加深、加宽的参考内容,打有“\*”号的例题与习题,难度较大,分析的技巧性较高。

在教学过程中,如能在适当阶段安排一次课堂练习,将打有“\*”号的例题、习题让学生练习,并作讲评,将能收到良好的效果。

修订版仍然保持了第1版的风格与特色,内容新颖,风格独特,条理清晰,说理透彻,言简意赅,通俗易懂。教师便于组织教学与习题批改,学生很容易自学。

相信本教材能受到师生们的欢迎。

《原理》的配套教材《精品》主要介绍电路的分析方法与解题技巧,并提供大量的、概念综合的、形式多样的、难度相当高的、数据极其简单的、分析方法巧妙的例题与习题。

在本书中,作者提出了许多电路分析的新方法与巧妙的解题技巧。

阅读本书,能使读者学到的电路理论概念清晰,融会贯通,解题思路敏捷,视野开阔。本书将能有效地帮助读者提高电路分析问题与解决问题的能力,及电

#### IV

路课程的应试成绩（读者反映，无论是本科、还是研究生入学考试的电路试题，在《精品》书中大多似曾相识）。相信本书会成为你的良友。

参加本书资料收集与整理工作的还有章玮博士，黄小柳高工，以及章生根、赵梅芳、陶敏恩、陆渭琴。

感谢使用本教材的师生们为本书作出的贡献，感谢所有帮助过作者的老师们。

作者尽力想把本教材写得更好，一遍一遍，改了又改，实因水平有限，谬误与不妥之处一定还是存在，敬请广大读者提出宝贵的意见。

**编著者**  
**于求是园**

# 第 1 版前言

作者参阅了国内外的同类教材，结合自身 40 余年来从事电路分析课程的教学经验，参照《高等学校工科本科电路课程教学基本要求》编著成本书。

本教材主要介绍在电类相关专业中有关电路分析方面的基本概念、基本原理与基本分析计算方法，为学习电类专业课打下一定的电路理论与实验基础。

本教材有如下特点：①既介绍经典的电路原理，又介绍近代的电路理论，并渗透了作者的研究成果。②以讲稿形式成书，条理清晰，层次分明，教师便于组织教学，学生容易自学。③内容编排由浅入深，难点分散，循序渐进。④凡遇抽象概念，先举实例，后作一般论述（即先建立感性认识，后作理性飞跃）。⑤凡易出差错及尚需深入理解之处，安插思考题，以免差错再现，并予以启发。⑥在算式推导省略部位加注，便于阅读。⑦理论联系实际。⑧例题、习题都经精心设计 [概念综合，难易搭配（基本题占 1/2，中等难度题占 1/3，难题占 1/6）；既介绍基本分析法，还介绍多种解题技巧；数据简单（作者以支路号赋予元件参数值，如设  $u_{s1} = 1\text{V}$ ， $i_{s2} = 2\text{A}$ ， $R_3 = 3\Omega$ ， $L_4 = 4\text{H}$ ， $C_5 = 5\text{F}$ ，…，并使计算结果也是一组良好的数字。如此设计，一是便于教师举例与习题批改，二是免去了学生繁琐的数据运算，可提升学习兴趣)]。⑨每章后的小结给出了本章重点，便于复习。⑩书末附有习题答案供参考。

考虑到阅读的连贯性，有些可属附录性质的内容，如复数及其运算，三角函数组的正交性质，线性函数等，作者将它们安排在正文中。

打有“\*”号的正文作为加深、加宽的参考内容，打有“\*”号的例题与习题，难度较大，分析的技巧性较高。

在使用本教材时，如能在每章结束后安排一次课堂练习，将打有“\*”号的习题在课堂上练习，并进行讲评，将会收到良好的效果。

本教材系统性与逻辑性强，内容新颖，风格独特，言简意赅，通俗易懂，很适宜于自学。

本书有配套参考书《电路解析与精品题集》，姚维，姚仲兴编著。北京：机械工业出版社，2005。该书着重介绍电路的分析方法与解题技巧，并提供大量的、内容覆盖全部大纲的、概念综合的、形式多样的、难度相当高的、分析方法灵活巧妙的例题与习题（全书有 179 个典型例题，1001 个习题）。通过例题的演示与对习题的分析、求解，能使读者学到的电路理论概念清晰，融会贯通，解题思路敏捷，视野开阔。该书特别适宜于要报考研究生的学生与有关教师参考。

参加本书资料收集、整理等工作的还有章玮博士、黄小柳高工，以及章生根、赵梅芳、陶敏恩、陆渭琴。

由于编著者水平有限，谬误与不妥之处实难避免，敬请广大读者批评指正。

**编著者**  
**于浙江大学**

# 目 录

## 第 2 版前言

## 第 1 版前言

第十一章 一阶电路的时域分析 .....	1
第一节 引言 .....	1
第二节 电流与电压初始值的确定 .....	5
第三节 $RC$ 电路的零输入响应 .....	10
第四节 $RL$ 电路的零输入响应 .....	23
*第五节 零输入响应是初始值的线性函数 .....	34
第六节 一阶时域分析的三要素法 .....	36
第七节 $RC$ 电路的零状态响应 .....	38
第八节 $RL$ 电路的零状态响应 .....	45
第九节 $RC$ 与 $RL$ 电路的全响应 .....	50
*第十节 零状态响应是激励的线性函数 .....	57
第十一节 单位阶跃响应 .....	63
*第十二节 线性定常零状态网络的定常特性 .....	66
第十三节 阶跃响应 .....	67
第十四节 正弦函数激励下的响应 .....	70
第十五节 冲激响应 .....	73
*第十六节 脉冲系列响应 .....	84
*第十七节 任意波形(函数)激励下的响应——卷积 .....	88
*第十八节 一阶奇异电路 .....	98
习题 .....	110
第十二章 二阶电路的时域分析 .....	126
第一节 $RLC$ 串联电路的零输入响应 .....	126
第二节 $GCL$ 并联电路的零输入响应 .....	136
习题 .....	140
第十三章 线性定常电路的 $s$ 域分析 .....	142
第一节 拉普拉斯变换 .....	142
第二节 一些常用函数的拉普拉斯变换 .....	145
第三节 拉普拉斯反变换 .....	149
第四节 拉普拉斯变换的基本性质(定理) .....	157
第五节 电路基本定律的 $s$ 域形式 .....	167



第六节	线性定常电路的 $s$ 域分析 .....	174
第七节	$s$ 域中的网络函数 .....	185
	习题 .....	190
<b>第十四章</b>	<b>状态变量分析</b> .....	<b>198</b>
第一节	概述 .....	198
第二节	矩阵及其运算 .....	202
第三节	线性定常常态网络状态方程的直观编写 .....	209
*第四节	线性定常常态网络状态方程的复频域 ( $s$ 域) 解 .....	218
	习题 .....	226
<b>第十五章</b>	<b>线性网络的矩阵分析</b> .....	<b>228</b>
第一节	关联矩阵与节点分析 .....	228
第二节	基本割集矩阵与割集分析 .....	246
第三节	网孔矩阵与网孔分析 .....	254
第四节	基本回路矩阵与回路分析 .....	263
第五节	特勒根定理 .....	273
	习题 .....	283
<b>第十六章</b>	<b>双口网络分析</b> .....	<b>289</b>
第一节	引言 .....	289
第二节	用 $Y$ 参数与 $Z$ 参数描述双口网络 .....	290
第三节	用 $H$ 参数与 $G$ 参数描述双口网络 .....	303
第四节	用 $T$ 参数与 $T'$ 参数描述双口网络 .....	311
第五节	双口网络六组参数间的相互关系 .....	317
第六节	双口网络的级联 .....	318
第七节	有载双口网络 .....	320
第八节	回转器 .....	323
第九节	运算放大器 .....	334
	习题 .....	342
<b>第十七章</b>	<b>简单非线性电阻电路分析</b> .....	<b>351</b>
第一节	概述 .....	351
第二节	含有一个非线性电阻器的直流电阻电路 .....	356
第三节	非线性电阻器的串联与并联 .....	360
第四节	小信号分析法 .....	363
	习题 .....	368
<b>部分习题答案</b>	.....	<b>372</b>
<b>参考文献</b>	.....	<b>391</b>

# 第十一章 一阶电路的时域分析

## 内 容 提 要

本章介绍  $RC$ 、 $RL$  电路的零输入、零状态及全响应，阶跃与冲激等响应，还要介绍一阶电路在任意波形激励下的响应——卷积，最后，介绍一阶奇异电路的分析。

在一阶电路的时域分析中，三要素法是一个有效的方法。

在静态电路中，响应与激励同时出现，同时消失，即电路从一个稳态到另一个稳态是在瞬间完成的。在含有动态元件的线性定常电路中，在正弦函数激励下，电路进入稳态后，响应是与激励同频率的正弦时间函数。

大家知道，由于惯性的缘故，火车从静止状态起动，到某一匀速状态，中间有一个加速过程；反之，当火车有了一定速度以后，在关掉发动机的情况下，要经过一个减速过程才会停下来。在电路中也有类似现象存在。在含有动态元件的电路中，一般情况下，当电路从一个状态向另一个状态转变时，也要经过一个过程（电惯性）。在本章及紧接着的后面三章中，我们的任务是要分析电路是怎样实现状态转变的。

## 第一节 引 言

本节介绍有关暂态电路分析中的一些基本概念，并通过一个实例的讨论，指出暂态电路时域分析的一般步骤。

### 一、暂态过程、暂态、暂态电路

由于某种原因，使电路从一个状态变为另一个状态的过程，称为**暂态过程**，或称**过渡过程**。在这段时间内，称电路处于**暂态**，处于暂态的电路称为**暂态电路**。

暂态过程中的电流、电压等，分别称为**暂态电流**、**暂态电压**，统称**暂态响应**。

### 二、电路中出现暂态过程的原因

#### 1. 外因

电路中由于开关的换接、或是电路参数的突然变化等，迫使电路的工作状态

发生改变，是电路出现暂态过程的外部因素。今后，统称这些外部因素为换路。

## 2. 内因

外因是使电路出现暂态过程的条件，出现暂态过程的内在因素是动态元件中的储能能不能突变。下面不妨以含有电容器的电路为例来论证这个问题。如果说，电容器  $C$  在时刻  $t$  时的储能  $w_c(t)$  能突变，则有  $dw_c(t)/dt = p_c(t) = \pm \infty$ ，即在该时刻电容器将吸收（或放出）无限大的功率。在任一时刻  $t$ ，电路中的功率是平衡的。这样，电路中就要有相应产生（或吸收）无限大功率的元件，而在工程电路中还没有这种元件，这表明，在这样的电路中，动态元件中的储能是不能突变的，它只能渐变，从而引起暂态过程。

## 三、一阶电路与一阶时域分析

如果换路后的电路方程可化为单一网络变量的一阶微分方程，则称这种电路为一阶电路。

在时域中分析一阶电路，称为一阶时域分析。在时域中分析暂态过程的方法，也叫作经典法。

## 四、暂态电路时域分析的一般步骤

下面举例说明暂态电路时域分析的一般步骤。至于电路在暂态过程中出现的现象，在后面几节中再作讨论。

在图 11-1a 所示电路中，开关  $S$  在位置 1，电容器  $C$  被充电，在  $t = 0_-$  时，有  $u_c(0_-) = E$ 。在  $t = 0$ ，开关从 1 移至 2（电路中开关的动作是瞬间完成的），换路后的电路如图 11-1b 所示（注意，图中  $R$ 、 $C$ 、 $U_s$  应理解为等效参数）。如设  $U_s > E$ ，则换路后电容器被继续充电，充电电流设为  $i_c$ ，最后被充到  $u_c = U_s$ 。在充电过程中，电容电压  $u_c$  怎样改变？ $u_c$  的变化规律可通过下面几个步骤来确定。

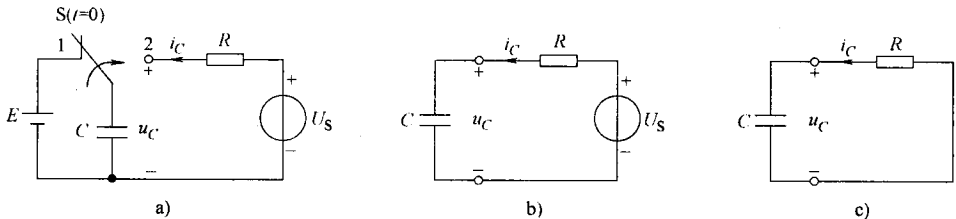


图 11-1 RC 充电电路（设  $U_s > E$ ）

a)  $t = 0_-$  时，开关在位置 1 b)  $t \geq 0$  时的电路， $u_c(0) = E$  c) 图 b 中  $U_s$  置零后的电路

1. 在换路后的电路中建立单网络变量的微分方程

图 11-1b 电路的 KVL 方程为

$$Ri_c + u_c = U_s \quad t \geq 0$$

注意，上式必须加  $t \geq 0$  的限制。因为该方程是在换路后的电路中建立的，亦即该方程是定义在  $t \geq 0$  的时域中的。需要指出，如果电路中有冲激函数存在，这时我们就要研究电路在  $t=0$  这一瞬间的性状；如无冲激存在，则式中（与图 11-1 中）的 0 均指  $0_+$ （全书同）。

现在是分析  $u_c$ ，式中  $i_c$  应转换为以  $u_c$  表示，在图 11-1b 所示电路中有  $i_c = Cdu_c/dt$ ，将  $i_c$  代入上式后，得

$$RC \frac{du_c}{dt} + u_c = U_s \quad t \geq 0 \quad (11-1)$$

式 (11-1) 中  $R$ 、 $C$  在线性定常电路中为常数。式 (11-1) 是关于  $u_c$  的一阶常系数线性非齐次常微分方程。高等数学中指出，非齐次方程的解由两部分组成：一个称为特解，或叫作特别 (particular) 积分；另一个是齐次 (homogeneous) 方程的解，即通解，通解也叫作补函数。

## 2. 求解非齐次方程的特解（特解与激励有关）

在电路分析中，非齐次方程的特解即是电路的强制响应 [如果强制响应就是稳态响应的话，则特解也就是新的稳态响应（在高等数学中，有专门求特解的方法)]，这个解与激励源具有相同的变化规律（对于直流电源激励的电路，这个解用分析直流电路的方法求得；对于正弦函数激励的电路，这个解用正弦稳态分析的方法，即用相量分析求得；对于指数函数、斜坡函数与冲激函数等激励的电路，虽然在这种电路中没有稳态解，但我们可用比较系数法求得其特解）。

在图 11-1b 电路中，强制响应就是新的稳态响应。下一节的分析将指出，从换路开始到新的稳态被建立，理论上说需要经过无限长的时间。这样，在新的稳态时（充电结束， $u_c$  为定值， $i_c = Cdu_c/dt = 0$ ， $C$  相当于开路），电容电压为  $u_c(\infty) = U_s$ ，即特解为

$$u_{cP} = u_c(\infty) = U_s$$

式中，下标 P 表示“特别”的意思。

## 3. 求解齐次方程的通解（通解与激励无关）

式 (11-1) 的齐次方程为 ( $U_s$  置零)

$$RC \frac{du_c}{dt} + u_c = 0 \quad (11-2)$$

式 (11-2) 相应的电路如图 11-1c 所示。该式的特征方程为

$$RCs + 1 = 0$$

（为与第十三章介绍的  $s$  域分析相一致，特征方程中的变量本书采用  $s$ ）特征方程的根为

$$s = -\frac{1}{RC} \quad (11-3)$$

[注意,  $s$  值与激励源无关, 也即在换路后的电路中, 令激励源置零后 (电路如图 11-1c 所示) 由电路等效参数  $R$ 、 $C$  给出  $s$  值。] 式中单位: 电阻为欧 [姆] ( $\Omega$ ), 电容为法 [拉] (F),  $s$  的单位为 1/秒 (1/s)。

$$\left[ \frac{1}{RC} \rightarrow \frac{1}{\text{欧} \cdot \text{法}} = \frac{1}{\text{欧} \cdot \text{安秒/伏}} = \frac{1}{\text{秒}} \left( \frac{1}{\text{s}} \right) \right] \quad (\text{式中箭头符号“} \rightarrow \text{”意为单位是})$$

齐次方程的通解为

$$u_{ch} = Ae^{st} = Ae^{-\frac{t}{RC}}$$

式中,  $A$  为积分常数, 其值由电路初始条件确定。下标  $h$  表示“齐次”之意。

#### 4. 写出全解

非齐次方程的全解等于特解加通解, 即

$$u_c = u_{cp} + u_{ch} = U_s + Ae^{-\frac{t}{RC}} \quad t \geq 0 \quad (11-4)$$

#### 5. 确定积分常数 $A$

在式 (11-4) 中, 令  $t = 0_+$  [注意,  $u_c = u_c(t)$ ], 有

$$u_c(0_+) = U_s + A \quad (U_s \text{ 为定值})$$

于是有

$$A = u_c(0_+) - U_s$$

如果  $u_c(0_+)$  能够确定, 则积分常数  $A$  就确定了。 $u_c(0_+)$  称为确定电路微分方程式 (11-1), 亦即确定响应  $u_c$  有定解的初始条件。将  $A$  值代入式 (11-4) 后, 得

$$\underbrace{u_c}_{\text{全解}} = \underbrace{U_s}_{\text{特解}} + \underbrace{[u_c(0_+) - U_s]e^{-\frac{t}{RC}}}_{\text{通解}} \quad t \geq 0 \quad (11-5)$$

式 (11-5) 指出, 暂态电压  $u_c$  按指数规律变化, 这个变化规律只决定于  $s$  值, 而与激励源及电路的初始条件都无关 [激励  $U_s$  与初始条件  $u_c(0_+)$  只影响通解的初值, 而不影响其变化规律]。于是人们将特征方程的根  $s$  称作电路的固有频率, 或自然频率 [称其为“固有 (自然)”是因为  $s$  值与外施激励源无关, 而仅由电路自身元件参数决定; 称其为“频率”是由于  $s$  的单位与电路角频率  $\omega$  相同]; 将通解称为电路的固有响应, 或自然响应 [也叫自由分量 (或暂态分量)]; 将特解称为强制响应或稳态响应 [也叫强制分量 (或稳态分量)]。

以上给出的确定暂态电压  $u_c$  的五个步骤, 对于一阶、二阶及任意阶电路 (换路后单网络变量电路方程为二阶微分方程的电路为二阶电路;  $n$  阶微分方程的电路为  $n$  阶电路) 的时域分析, 都是普遍适用的。

要使微分方程有定解, 需要给出电路的初始条件。如设换路发生在  $t=0$ , 所求响应为  $y(t)$ , 则一阶电路的初始条件为  $y(0_+)$ ; 二阶电路的初始条件为

$y(0_+)$ 及 $y'(0_+)$ ;  $n$ 阶电路的初始条件为 $y(0_+), y'(0_+), \dots, y^{(n-1)}(0_+)$ 。这些初始条件如何给出? 下一节将讨论这个问题 [注意, 初始条件也就是相应响应 $y(t)$ 及其导数的初始值]。

## 第二节 电流与电压初始值的确定

在高等数学中, 在解微分方程时, 初始条件往往是给定的, 而在电路分析中的初始条件通常是要我们自己去确定的。

### 一、 $u_c(0_+)$ 与 $i_L(0_+)$ 值的确定

在第五章第三节与第五章第七节中, 我们分别讨论了电容电压与电感电流的连续变化与跳变。若在 $(0_-, 0_+)$ 内, 流经电容器 $C$ 的电流 $i_c$ 为有界函数, 则在该区间内电容电压是连续变化的, 即有 [式 (5-28)]

$$u_c(0_+) = u_c(0_-) \quad (11-6)$$

如果 $i_c$ 中含有冲激函数 $K\delta(t)$  ( $K$ 为任一常数), 则电容电压要发生跳变, 即 [式(5-29)]

$$u_c(0_+) = u_c(0_-) + \frac{K}{C} \quad (11-7)$$

若在 $(0_-, 0_+)$ 内, 电感器 $L$ 的端电压 $u_L$ 为有界函数, 则在该区间内电感电流是连续变化的, 即 [式 (5-55)]

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) \quad (11-8)$$

如果 $u_L$ 中含有冲激函数 $K\delta(t)$ , 则电感电流要发生跳变, 即 [式 (5-56)]

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) + \frac{K}{L} \quad (11-9)$$

注意, 式 (11-6) 与式 (11-8)、式 (11-7) 与式 (11-9) 是对偶的。

在电路理论中, 将式 (11-6)、式 (11-8) 称为换路条件, 或换路定则。

需要指出, 在今后的电路分析中, 如不加以说明, 就认为换路条件是成立的。如果要判断换路条件是否成立, 可以应用反证法, 即先设 $i_c$ 和 (或) $u_L$ 中含有冲激函数, 然后分析电流、电压是否满足 KCL 和 KVL 的约束。如能满足约束, 表明 $u_c$ 与 $i_L$ 要跳变; 不能满足约束, 则 $u_c$ 与 $i_L$ 连续变化。

### 二、其余网络变量 $0_+$ 值的确定

除了 $u_c$ 与 $i_L$ 外, 其余元件上的电流、电压没有像式 (11-6) ~ 式 (11-9) 那样的约束条件。那么, 这些网络变量的 $0_+$ 值如何确定? 确定的一般步骤是:

1. 画出 $t=0_-$ 时的等效电路, 确定 $u_c(0_-)$ 与 $i_L(0_-)$ 值

对于直流电源激励的电路,若在  $t=0_-$  时电路处于稳态,则电感器  $L$  用短接线替代 ( $i_L$  为定值,  $u_L = L di_L/dt = 0$ ), 电容器  $C$  用开路替代 ( $u_C$  为定值,  $i_C = C du_C/dt = 0$ ), 并用分析直流电路的方法, 确定  $u_C(0_-)$  与  $i_L(0_-)$  值; 对于正弦函数激励的电路, 如在  $t=0_-$  时电路处于稳态, 则可画出换路前的频域电路, 确定相量  $\dot{U}_C$  与  $\dot{I}_L$ , 随后写出时域式  $u_C(t)$ 、 $i_L(t)$ , 式中令  $t=0_-$ , 即得  $u_C(0_-)$  与  $i_L(0_-)$  值。

## 2. 画出 $t=0_+$ 时的等效电路

在  $0_+$  等效电路中, 电容器用电压为  $u_C(0_+)$  的电压源替代 [ $u_C(0_+)$  由式 (11-6) 或式 (11-7) 确定]; 电感器用电流为  $i_L(0_+)$  的电流源替代 [ $i_L(0_+)$  由式 (11-8) 或式 (11-9) 给出]; 激励源以其  $0_+$  时的值用直流电源替代 (这些替代是替代定理在该处的应用); 其余电路元件保留。

## 3. 在 $0_+$ 等效电路中, 确定各网络变量的 $0_+$ 值

在  $0_+$  等效电路中, 激励源都是恒定值, 其余均为电阻元件与受控电源等, 这样, 用分析直流电路的方法, 可以很容易地确定各网络变量的  $0_+$  值。

## 三、 $\left. \frac{du_C}{dt} \right|_{0_+}$ 与 $\left. \frac{di_L}{dt} \right|_{0_+}$ 值的确定

当电容器、电感器上的电流、电压有关联参考方向时, 有

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} \quad u_L = L \frac{di_L}{dt}$$

于是有  $\left. \frac{du_C}{dt} \right|_{0_+} = \frac{1}{C} i_C(0_+)$        $\left. \frac{di_L}{dt} \right|_{0_+} = \frac{1}{L} u_L(0_+)$

式中,  $i_C(0_+)$  与  $u_L(0_+)$  可以在  $0_+$  等效电路中确定【思考 在  $0_-$  等效电路中, 除了  $u_C(0_-)$  与  $i_L(0_-)$  外, 其余网络变量的  $0_-$  值, 对于确定  $0_+$  时的网络变量及其导数值有无贡献?】。

## 四、其余网络变量一阶、二阶导数 $0_+$ 值的确定

其余网络变量一阶、二阶导数的  $0_+$  值, 可在  $t \geq 0$  的电路中确定。

**例 11-1**<sup>⊙</sup> 在图 11-2a 电路中,  $R_1 = 1\Omega$ ,  $R_2 = 2\Omega$ ,  $R_3 = 3\Omega$ ,  $L = 4\text{H}$ ,  $C = 5\text{F}$ ,  $U_s = 6\text{V}$ , 开关 S 打开前电路处于稳态,  $t=0$  开关打开, 试求  $i_L$ 、 $\psi$ 、 $u_C$ 、 $q$ 、 $i_C$ 、 $i$ 、 $u_L$  及  $di_L/dt$ ,  $du_C/dt$ ,  $di_C/dt$ ,  $d^2i_L/dt^2$  在  $0_+$  时的值。

⊙ 本书述及的方程在运算过程中, 为使运算简洁便于阅读, 如对量的单位无标注及特殊说明, 此方程均为数值方程, 而方程中的物理量均采用 SI 单位, 如电压  $U(u)$  的单位为 V; 电流  $I(i)$  的单位为 A; 功率  $P$  的单位为 W; 无功功率  $Q$  的单位为 var; 视在功率  $S$  的单位为 V·A; 电阻  $R$  的单位为  $\Omega$ ; 电导  $G$  的单位为 S; 电感  $L$  的单位为 H; 电容  $C$  的单位为 F; 时间  $t$  的单位为 s 等。

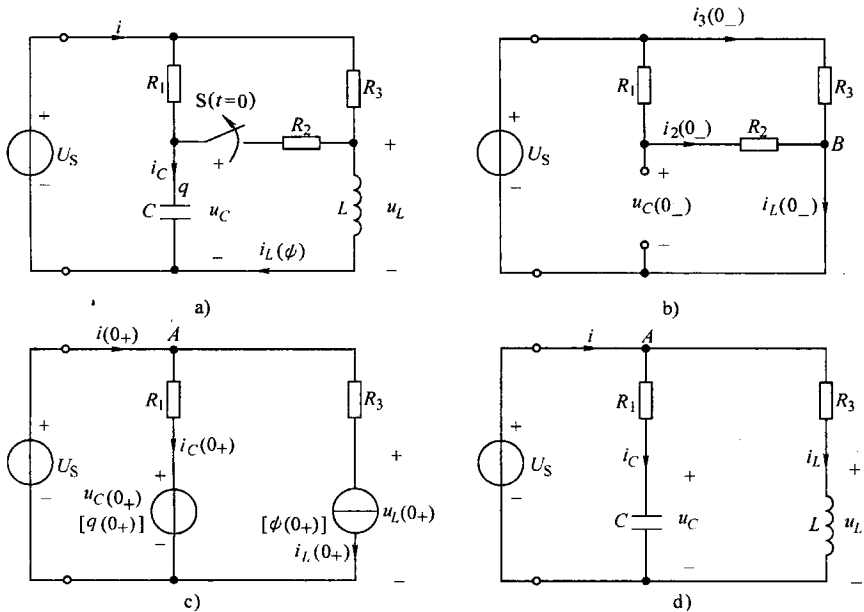


图 11-2 初始值计算

a) 计算初始值的电路 b)  $0_-$  等效电路 c)  $0_+$  等效电路 d)  $t \geq 0$  时的电路

**解** (1) 画出  $0_-$  等效电路, 确定  $i_L(0_-)$  与  $u_C(0_-)$

图 a 电路在  $t = 0_-$  时为稳态, 将  $L$  短接、 $C$  断开后的等效电路如图 b 所示 ( $U_S$  为定值), 图中

$$\begin{aligned} i_L(0_-) &= i_2(0_-) + i_3(0_-) \quad (\text{KCL 于 } B \text{ 点}) \\ &= \frac{U_S}{R_1 + R_2} + \frac{U_S}{R_3} = \left( \frac{6}{1+2} + \frac{6}{3} \right) \text{ A} = 4 \text{ A} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} u_C(0_-) &= \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_S \quad (\text{分压}) \\ &= \frac{2}{1+2} \times 6 \text{ V} = 4 \text{ V} \end{aligned} \quad (2)$$

(2) 画出  $0_+$  等效电路, 确定  $i_L$ 、 $\psi$ 、 $u_C$ 、 $q$  的  $0_+$  值

电感器用电压为  $u_C(0_+)$  的电压源替代后的  $0_+$  等效电路如图 c 所示 ( $U_S$  为定值)。图中  $i_L(0_+)$  与  $u_C(0_+)$  如何确定? 下面来分析开关 S 打开瞬间  $i_L$  与  $u_C$  的变化。开关打开后的电路如图 d 所示 (注意, 该电路也适用于  $t=0$  的瞬间, 因为现在要分析在  $t=0$  时, 电路中有无冲激函数), 如设在  $(0_-, 0_+)$  内,  $i_C$  中含有冲激函数, 且有

$$i_C = K\delta(t) + i_C^{(1)}$$

式中,  $K$  为任一常数;  $i_C^{(1)}$  为有界函数。则在图 d 左边网孔中应用 KVL, 并代入



上式  $i_c$  后, 有

$$R_1 [K\delta(t) + i_c^{(1)}] + u_c = U_s \quad (3)$$

式中,  $U_s = 6\text{V}$ ;  $i_c^{(1)}$  与  $u_c$  为有界函数 (当  $i_c$  中含有冲激函数时,  $u_c$  值是有界的), 这样式 (3) 成立的条件是  $K=0$ , 即  $i_c$  中没有冲激函数。

用类似的分析可以证实,  $u_L$  中也没有冲激函数。这样一来, 在  $(0_-, 0_+)$  内,  $i_L$  与  $u_c$  是连续变化的, 于是有

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 4 \text{ A} \quad [\text{代入了式(1)}]$$

$$\psi(0_+) = Li_L(0_+) = 4 \times 4 \text{ Wb} = 16 \text{ Wb} \quad (\psi, i_L \text{ 间方向符合右螺旋)}$$

$$u_c(0_+) = u_c(0_-) = 4 \text{ V} \quad [\text{代入了式(2)}]$$

$$q(0_+) = Cu_c(0_+) = 5 \times 4 \text{ C} = 20 \text{ C}$$

(3) 确定  $i_c$ 、 $i$ 、 $u_L$  及  $di_L/dt$ 、 $du_c/dt$  的  $0_+$  值

在图 c 左网孔中应用 KVL 有

$$i_c(0_+) = \frac{U_s - u_c(0_+)}{R_1} = \frac{6 - 4}{1} \text{ A} = 2 \text{ A} \quad (4)$$

在 A 点应用 KCL 得

$$i(0_+) = i_c(0_+) + i_L(0_+) = (2 + 4) \text{ A} = 6 \text{ A}$$

在外围回路中, 应用 KVL 有

$$u_L(0_+) = -R_3 i_L(0_+) + U_s = (-3 \times 4 + 6) \text{ V} = -6 \text{ V} \quad (5)$$

在图 d 中, 电容器、电感器上电流、电压有关联参考方向, 这样有

$$\left. \frac{di_L}{dt} \right|_{0_+} = \frac{1}{L} u_L(0_+) = \frac{-6}{4} \text{ A/s} = -1.5 \text{ A/s} \quad [\text{代入了式(5)}] \quad (6)$$

$$\left. \frac{du_c}{dt} \right|_{0_+} = \frac{1}{C} i_c(0_+) = \frac{2}{5} \text{ V/s} = 0.4 \text{ V/s} \quad [\text{代入了式(4)}] \quad (7)$$

(4) 确定  $di_c/dt$ 、 $d^2 i_L/dt^2$  的  $0_+$  值

在图 d 左边网孔中, 应用 KVL 有

$$R_1 i_c + u_c = U_s \quad (8)$$

式 (8) 对  $t$  求导一次, 得

$$R_1 \frac{di_c}{dt} + \frac{du_c}{dt} = \frac{dU_s}{dt} = 0 \quad (U_s \text{ 为常量})$$

令  $t=0_+$ , 代入给定数据及式 (7) 后, 有

$$\left. \frac{di_c}{dt} \right|_{0_+} = -\frac{1}{R_1} \left. \frac{du_c}{dt} \right|_{0_+} = -\frac{1}{1} \times 0.4 \text{ A/s} = -0.4 \text{ A/s}$$

在图 d 外围回路中, 应用 KVL 有

$$R_3 i_L + L \frac{di_L}{dt} = U_s \quad (9)$$