

趣味数学丛书

令人叫绝的奇思妙想
曲折离奇的伟大发现

惊心动魄的数学世界

思维锻炼

乐趣无限

数学猜想 与发现

徐品方 陈宗荣 / 著



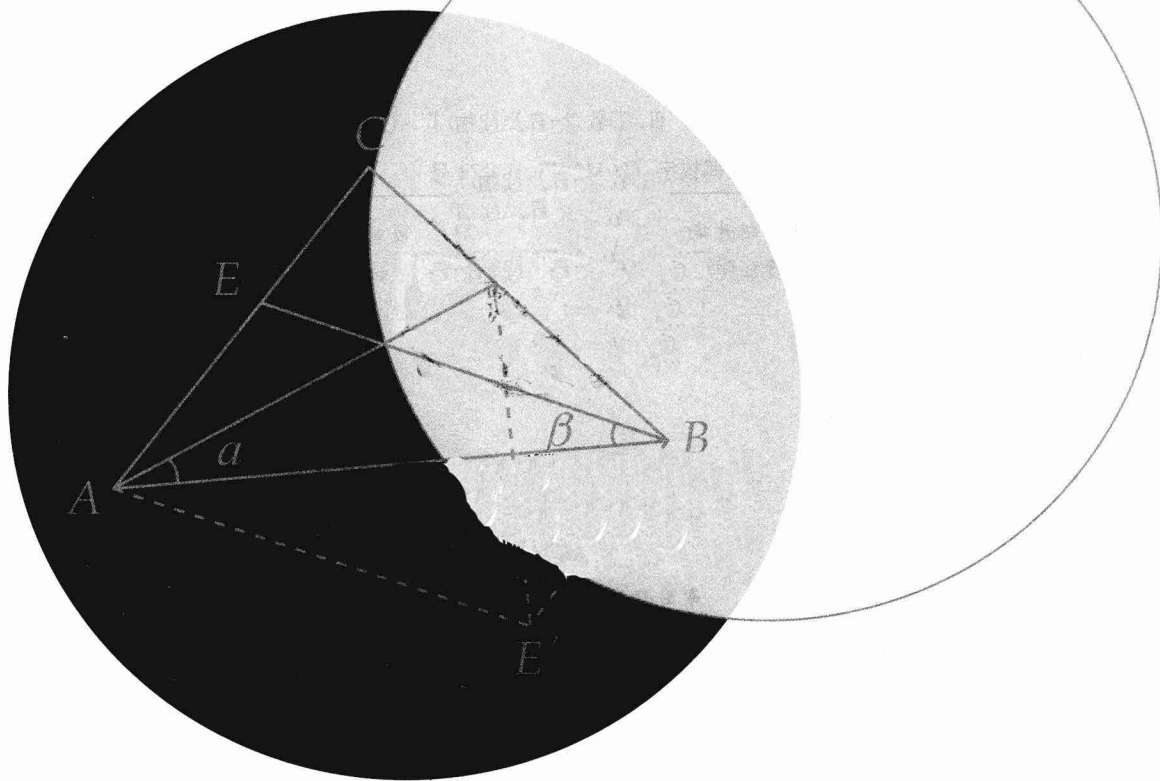
YZLI0890162879

 科学出版社

趣味数学丛书

数学猜想 与发现

徐品方 陈宗荣 / 著



科学出版社

北京

内 容 简 介

数学猜想与发现,就像数学领域中两颗耀眼的明珠,放射着人类智慧的光芒,是科学宝库中无价的财富。

本书用通俗、生动的语言,翔实介绍数学历史上一些伟大而有趣的猜想和发现,以及人们前赴后继地发现这些数学知识的曲折、有趣甚至是惊心动魄的过程。这些为数学宝库增色添彩的猜想和发现能够激发我们学习数学的兴趣,开启潜在的创新意识。

本书适合广大数学爱好者阅读,可供大、中、小学师生教学参考、课外阅读,也可供数学史和文化史爱好者参阅。

图书在版编目(CIP)数据

数学猜想与发现/徐品方,陈宗荣著. —北京:科学出版社,2012.3

(趣味数学丛书)

ISBN 978-7-03-032639-3

I. ①数… II. ①徐…②陈… III. ①数学-普及读物 IV. ①O1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 220174 号

责任编辑:胡升华 张 凡 房 阳 /责任校对:包志虹

责任印制:赵德静 /封面设计:黄华斌

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2012年3月第 一 版 开本:B5 (720×1000)

2012年3月第一次印刷 印张:15 1/2

字数:300 000

定价:29.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

数学猜想与发现，像两颗耀眼的珍珠，放射着人类智慧的光辉，是科学宝库中无价的财富。

数学猜想与发现，是数学新生与发展的源泉，也是自主创新的表现。

所谓数学猜想，是根据某些已知事实与数学知识，对未知的量及其关系所作出的一种预见性的似真推断。数学猜想不是空想，它“猜”之有理，“想”之有据。

所谓数学发现，是指数学上创立新概念、证明新定理、提出新方法、建立新理论等。

数学猜想与发现并不神秘，人人都可以提出深浅不同的猜想或发现。为什么？看看本书就知道。

本书选介一些浅显且生动有趣的数学猜想与数学发现，介绍它们的产生、发展，以及人们攀登数学高峰的曲折路迹。以事实为据，用讲故事的方式，侃侃而谈，读者不需要有很多数学知识，便能读懂这本书，可以说这是一本增长知识的休闲读物，也可以说是提高全民科学素质的科普读物。

书中介绍的数学猜想与发现，对于尚未解决的问题，我们并不要求青少年朋友立刻着手去解决，主要是引导大家学会观察、独立思考，扩大知识面，开开眼界，领略数学家们提出和解决问题的思想方法以及艰辛与喜悦、挫折与成功，并从中得到启发，培养数学兴趣和创造发现意识。

本书每节大都用一个古代有趣故事引入，每节分若干小节叙述其重要的猜想或发现过程及其奇闻逸事。每节末是锻炼“思维的体操”，给出有趣练习题，磨砺自己的才智。书末附有答案。

作者学识浅薄，主观上想写得生动活泼、通俗有趣，不敢说初衷已经达到，盼请读者批评指正！

徐品方 陈宗荣

初稿于 2008 年 11 月 四川西昌学院

修改于 2011 年 3 月

目 录

前言

第一部分 妙趣横生的猜想

第 1 章 风靡世界的“冰雹猜想”	3
1.1 奇妙的发现	3
1.2 名目繁多的命名	4
1.3 尚待解决的悬案	6
第 2 章 诱人的哥德巴赫猜想	9
2.1 公使提出的难题	9
2.2 巧设悬念生波澜	10
2.3 另辟蹊径冲刺“ $1+1$ ”	11
2.4 移动群山的人	12
第 3 章 电脑证明了四色猜想	14
3.1 四色猜想的由来	14
3.2 上天在责我狂妄自大	16
3.3 机械证明的曙光	17
3.4 争论与困惑	18
3.5 争论中诞生“数学实验”	19
第 4 章 费马猜想梦想成真	23
4.1 “千古之谜”引来高额悬赏	23
4.2 很难抓到的一只生金蛋的母鸡	24
4.3 攀登蹊径 踏出新路	26
4.4 姗姗来迟的证明	28
第 5 章 充满猜想的回文数	31
5.1 从回文诗说起	31
5.2 什么是回文数和逆序数	32
5.3 回文数知多少	33
5.4 回文数的和	34



5.5	逆序数之和的猜想	35
5.6	回文数的差	36
	1. 不借位的差	36
	2. 逆序数之差的猜想	37
	3. 数字陷阱 495	40
	4. 奇妙的 6174	42
	5. 永不变的 1089	42
5.7	逆序数乘法	43
	1. 逆序积等式	43
	2. 乘积逆序数	44
	3. n 位逆序数问题	44
5.8	回文(逆序)数平(立)方	45
	1. 回文数的平(立)方	46
	2. 平方逆序数	47
5.9	逆序勾股数	49
5.10	回文素数	50
	1. 发现回文素数简况	50
	2. 回文素数的几个独特性质	52
	3. 互为逆序素数	52
5.11	三阶幻方中的逆序数	53
	1. 一位数情况	53
	2. 逆序数是两位数的情况	53
	3. 逆序数是三位数的情况	54
	4. 三阶幻方中, 还存在一些互为逆序数的特殊性质	54
第 6 章	错误的猜想选介	57
6.1	费马素数猜想	57
	1. 费马素数(公式)的来由	57
	2. 欧拉说不	58
	3. 一石激起千层浪	59
	4. 高歌攀登一插曲	61
6.2	为找素数公式竟折腰	62
	1. 扑朔迷离的素数公式	63
	2. 欧拉多项式	63
	3. 攀山千条路	65

4. 引无数英雄竞折腰	66
6.3 其他失误猜想选介	66
1. $6n-1$ 和 $6n+1$ 猜想	67
2. 素数与合数交替猜想	67
3. 哥德巴赫另一个猜想	68
4. 梅森素数猜想	68
5. 欧拉方程猜想	69
6. 欧拉 36 军官问题	69
7. x^n-1 分解问题	70
8. $x^x y^y = z^z$ 的整数解	71
第 7 章 攀登数学猜想或难题的勇士	74
7.1 少女攻克了猜想	75
7.2 数学奇才智斗美女蛇	76
7.3 丢番图难不倒中国人	78
7.4 柯召问题	79
7.5 不定方程选介	79
1. 巴切问题	80
2. $x^2+1=3y^n$ 问题	80
7.6 卡塔兰猜想	81
7.7 卡塔兰数	82
7.8 素数 $n-2^k$ 猜测	83
7.9 贝特兰德猜想	83
第 8 章 你也可以提出猜想	87
8.1 观察猜想	87
8.2 归纳猜想	88
8.3 类比猜想	90
附录 数学归纳法小史	94

第二部分 曲折的数学发现

第 9 章 哥伦布的鸡蛋	99
9.1 早期的零号	99
9.2 印度和中国的零号	101
9.3 神奇的零的特性	102
1. 零的地位	102



2. 零的排行	102
3. 零的个性	102
4. 零的神通	102
5. 零的局限	103
6. 0 不能作除数	103
9.4 0 为什么作为一个自然数	103
9.5 零号的故事	104
第 10 章 人类智慧的胜利	107
10.1 负数的产生与使用并行	107
10.2 中国首先定义和表示负数	109
10.3 欧洲人的负数之争	110
10.4 人类智慧的最后胜利	112
10.5 为什么“负负得正”	113
第 11 章 付出生命的发现	115
11.1 发现者的悲剧	115
11.2 漫长的认识路	117
11.3 有与无理数译名之争	118
第 12 章 揭开神秘的面纱	121
12.1 一波未平一波生	121
12.2 “两栖怪物”的出现	122
12.3 理直气壮认虚数	122
12.4 披上了神秘的面纱	123
12.5 揭去面纱的勇士	125
第 13 章 博物馆的老古董	127
13.1 站在复数的肩膀上前进	127
13.2 降生在桥上的四元数	128
13.3 四元数的辉煌	129
13.4 四元数的应用	130
13.5 数系扩充原则	131
第 14 章 最早的数学竞赛	134
14.1 漫长的发现之路	134
14.2 数学竞赛赛出了公式	135
14.3 冠名权之争	138
14.4 四次方程解法的诞生	141

第 15 章 纳皮尔的贡献	143
15.1 发明对数的先驱	143
15.2 纳皮尔的贡献	144
15.3 春潮澎湃花更鲜	145
15.4 对数表的诞生	147
15.5 对数的前途	148
15.6 负数和零没有对数	148
第 16 章 一颗难找的珍珠	150
16.1 发现完全数的先驱	150
16.2 千年跨一步	151
16.3 发现不是一帆风顺的	152
16.4 稀奇古怪的传说	154
16.5 迷人的性质和待揭之谜	155
第 17 章 相亲相爱的数	157
17.1 第一对亲和数	157
17.2 2000 多年跨出一步	158
17.3 一鸣惊人的欧拉	159
17.4 看似平凡最崎岖	160
第 18 章 与人类智慧的较量	162
18.1 梅森素数的来历	163
18.2 玉有瑕疵也斑斓	164
18.3 用计算机寻觅梅森素数	165
18.4 网民志愿者大搜索	166
18.5 2 的方次幂有多大	168
第 19 章 真理不是乌鸦	170
19.1 从五角星谈起	170
19.2 黄金分割的起源	171
19.3 云开别有天	173
19.4 生活中的 0.618	174
第 20 章 轰动世界的一个定理	178
20.1 遥远的往事	178
20.2 轰动世界的证明	179



20.3	柳暗花明又一村	181
20.4	中国人也不弱	183

第三部分 数学革命性的发现

第 21 章	数学的伊甸乐园	187
21.1	从有理数和无理数哪个多说起	187
21.2	集合论的诞生	188
21.3	揭开无限的奥秘	190
21.4	遭到传统势力的攻击	191
21.5	“疯子”的胜利	192
21.6	集合应用举例	194
第 22 章	一座高耸的丰碑	196
22.1	向人类的智慧挑战	196
22.2	穷人孩子多奇志	197
22.3	珍贵的科学遗书	199
22.4	数学史上一座丰碑	200
第 23 章	电脑证题梦想成真	203
23.1	数值机械计算的产生与发展	203
23.2	机械证明的创立	205
23.3	中国人的骄傲	206
23.4	消点法震惊了世界	207
第 24 章	充满模糊的世界	209
24.1	模糊中偶见光明	209
24.2	一声惊雷平地起	210
24.3	星星之树长成阳光之林	211
24.4	模糊数学的应用	212
24.5	向前走会产生信念	213
第 25 章	无尽相似的艺术	215
25.1	从“布朗运动”说起	215
25.2	从海岸线长说起	216
25.3	数学中的病态怪物	216
25.4	分形几何的诞生	219

25.5 丑小鸭长成天鹅	221
第 26 章 数学的一次革命	223
26.1 大千世界无奇不有	223
26.2 先驱者的足迹	223
26.3 自信是成功秘诀	225
26.4 争议引导前进	225
26.5 一次智力革命	227
[思维的体操] 答案	228
参考文献	236

第一部分 妙趣横生的猜想

什么是数学猜想？

数学中有着五花八门的猜想，内容包罗万象、深浅不一。由于它相对清晰易懂，人们对它很感兴趣。

猜想是数学家归纳和类比思维的升华与结晶，在数学群山之巅熠熠生辉，它映现着数学家的睿智和才华，放射着人类智慧的光辉，是科学宝库中无价的财富。它召唤着有志者以坚韧的毅力和顽强的奋进精神去攀登、摘取。

所谓数学猜想，是根据某些已知事实与数学知识，对未知的量及其关系所作出的一种预见性的似真推断。

数学猜想，大都是经过对大量特殊事实的观察、验证、类比、归纳和概括而提出来的。它不是臆想，不是毫无根据的断言，更不是毫无规律的“胡言乱语”，它既有一定的科学性，又有某种假设性；它“猜”之有理，“想”之有据。一般说它的真伪性难以一时解决，需要逻辑证明才能肯定，有的猜想的证明十分诱人，它会耗尽几代人的心血。可是一旦证明，便可名扬世界，甚至惠及子孙。因此，人们从未放弃对数学猜想的研究。

数学猜想并不总是正确的，有一个由“潜”到“显”的推理过程，但在人们攻克猜想真伪性的证明中，不仅揭开这些数学规律之谜，重要的是通过研究，会发现数学新思想、新方法和新理论，从而创立数学新分支。例如，对大因数分解的研究，使人们发现了一门数论分支——计算数学；在对“费马猜想”的攻克中产生了新分支——代数数论；寻求五次以上方程求根公式过程中，诞生了群论。特别地，有人对闻名世界的欧几里得《几何原本》中的第五公设（又叫平行公理，即“过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行”）提出猜想：它不是一条公理，可能是一个命题。人类在付出了高昂学费后，证明这个猜想是错误的。但在论证这个猜想时，却诞生了一门新学科——非欧几何（异于欧几里得几何的几何，如三角形内角和大于或小于 180° 的新几何）。又如，在攻克“四色问题猜想”的计算机的证明后，诞生了数学实验（见第 26 章）……

因此，数学猜想对数学理论的发展和数学能力的培养都有特殊价值，并且对数学发挥着巨大的推动作用。英国大科学家牛顿（I. Newton, 1642~1727）说得好：“没有大胆的猜想，就作不出伟大的发现。”波兰数学家谢尔平斯基



(W. Sierpinski, 1882~1969) 也说过：“我们数论知识的积累，不仅依靠已经证明了的理论，也依靠那些未知的猜想。”美籍匈牙利数学家波利亚 (G. Pólya, 1887~1985) 感慨地说：“要成为一个好的数学家……你必须首先是一个好的猜想家。”他甚至公开提出“让我们教授猜想吧”的呼吁。苏联政治领袖列宁 (1870~1924) 也说过：“在数学上也需要幻想，甚至没有它就不可能发现微积分。”

可见，数学猜想可以发现真理、发现新论断，甚至可以预见证明的方法或思路。

数学猜想不神秘，它的问题陈述出来，有些实在简单得连孩童也能明白所讨论的是什么，但是要解决它，却非常人所及。本书将选介一些富有趣味性、大家都能看懂的猜想，让大家领略前人解决问题创新问题的思想方法，启发思想，激活学习数学的兴趣，说不定将来你可能为数学大厦抹一笔辉煌，“风起于青萍之末”，一个人的数学成就，无不对数学强烈的兴趣和执著的追求，我们并不要求一般人立刻着手去解决，“欲知松高洁，待到雪化时”。

愿青少年朋友乘上数学猜想的航船，直挂云帆，在智慧的海洋中尽情游览。更希望青少年朋友莫错过学习的好时机，时间像蒙面杀手最是冷酷无情，擦肩一过就把划痕刻在你的额头，永难抚平。

历史是公正的，不会把彩珠永远埋在土里。成功属于热爱读书和勇于自主创新的人。

第 1 章 风靡世界的“冰雹猜想”

曾有一个风靡世界并且十分有趣的数字游戏问题，从小学生到大学生，从平民到官员，从欧洲到亚非拉，人人都会做这个游戏，但要弄清它的道理却并非易事。它真像一位美丽而古怪的姑娘，对痴心倾慕她的人，却不留点滴的顾盼。这个问题现在已变成世界难题了。

1.1 奇妙的发现

有一个美丽的传说：据说当年日本有一位中学生，他发现了一个奇妙的定理，但不能证明，于是他把问题寄给了角谷静夫 (S. Kakutani, 1911~) 教授。教授对此题也无能为力。故有人把它叫做“角谷猜想” (张承宇, 1987)³⁹。角谷 1953 年成为美国耶鲁大学教授，当时被列为日本第二次世界大战后“头脑外流”名单上的第一号人物。

其实这是一个有趣的数字游戏。游戏的规则十分简单：请你随便取一个自然数 x ，如果它是偶数，用 2 除它；如果它是奇数，将它乘以 3 之后再加上 1，这样反复运算，最后结果必然是 1。

例如，任取自然数 $x=6$ ，6 是偶数，要先用 2 除， $6 \div 2 = 3$ ；3 是奇数，要将它乘以 3 之后再加 1，即 $3 \times 3 + 1 = 10$ ，10 是偶数，按上述游戏规则继续做下去： $10 \div 2 = 5$ ， $3 \times 5 + 1 = 16$ ， $16 \div 2 = 8$ ， $8 \div 2 = 4$ ， $4 \div 2 = 2$ ， $2 \div 2 = 1$ 。

把上例游戏过程合写在一起： $6 \rightarrow 6 \div 2 = 3 \rightarrow 3 \times 3 + 1 = 10 \rightarrow 10 \div 2 = 5 \rightarrow 5 \times 3 + 1 = 16 \rightarrow 16 \div 2 = 8 \rightarrow 8 \div 2 = 4 \rightarrow 4 \div 2 = 2 \rightarrow 2 \div 2 = 1$ 。

再将此例的过程浓缩简写为 $6 \rightarrow 3 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ 。最后得自然数 1。

又如，任取一个奇自然数，如 $x=17$ ，按照上面的游戏规则运算，其运算过程为：

$17 \rightarrow 3 \times 17 + 1 = 52 \rightarrow 52 \div 2 = 26 \rightarrow 26 \div 2 = 13 \rightarrow 3 \times 13 + 1 = 40 \rightarrow 40 \div 2 = 20 \rightarrow 20 \div 2 = 10 \rightarrow 10 \div 2 = 5 \rightarrow 3 \times 5 + 1 = 16 \rightarrow 16 \div 2 = 8 \rightarrow 8 \div 2 = 4 \rightarrow 4 \div 2 = 2 \rightarrow 2 \div 2 = 1$ 。

简写为 $17 \rightarrow 52 \rightarrow 26 \rightarrow 13 \rightarrow 40 \rightarrow 20 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ 。经过 12 步运算，最终得 1。

不妨请你按照上面游戏规则，随便找几个自然数试试看，你会发觉离奇曲



折的奇怪现象，如有时箭头指的数越来越大，可是又会下降，上升下降，下降上升，经过上下浮沉，最后“百川归大海”，都归结到 1。

不论手工计算还是用电子计算机来做这个游戏，计算结果最后都得 1。日本东京大学的米田信夫 (Nabuo Yonede) 对这个新奇有趣的数学游戏很感兴趣，用计算机验算了 2^{40} (大约相当于 12 000 亿) 以下所有的自然数，没有找到一个反例，因此，他认为发现是真的，即最后都得 1。这是巧合吗？再说自然数无限，对所有自然数这个游戏都正确吗？

从数学角度来看，这个游戏实际上是个函数迭代问题，具体地说，当 x 为奇数时， $f(x)$ 取 $3x+1$ ；当 x 为偶数时， $f(x)$ 取 $x/2$ ，写成式子为

$$f(x) = \begin{cases} 3x+1, & \text{当 } x \text{ 为奇数时} \\ \frac{x}{2}, & \text{当 } x \text{ 为偶数时} \end{cases}$$

我们的问题是，从任一个自然数开始，经过有限次函数 f 的迭代，能否最终得到 1？有人断言一定得到 1，但至今没有得到理论上的证明。这就是前面有人传说并称为“角谷猜想”的由来。

1.2 名目繁多的命名

传说的“角谷猜想”流传之广，参与研究人员之多是空前的，可是，它最初起源于何时何处何人，众说纷纭，说法不一，至今名目繁多难确定。例如，有人说，20 世纪 30 年代，德国汉堡大学年轻学生柯拉茨 (L. Collatz) 就研究过这个问题。1950 年他在美国波士顿附近的剑桥召开的国际数学家会议上传播出来，因此这个问题又被称为“柯拉茨问题”。

又有人说，第二次世界大战前后，在美国一个叫锡拉丘兹的地方，也流传这个数字游戏，后来它被传播到欧洲，在那儿风靡一时，故又称“锡拉丘兹问题”。

1952 年，英国数学家施威茨又重新独立地提出了这个问题。几年后，美国俄克拉荷马大学诺曼分校的安德烈再一次发现了这个问题。

20 世纪 50 年代以来，这个猜想像奇闻逸事般在世界各地流传，如一段隽永风趣的小品，折射出神秘的哲理精蕴，引起数坛老中青的广泛兴趣。在流传中又不断得到了许多新的美名，如柯拉茨的同事汉斯曾一度对此问题产生浓厚兴趣，并且参与证明它和推广它，于是，这个猜想又有“汉斯算法”之称。20 世纪 50 年代，汉斯曾在西那库斯大学访问，附带介绍了这个猜想，这个猜想又广为流传，有人称之为“西那库斯问题”。据说当地的小孩都知道这个问题。

众多的说法中，最引人注目的要数乌拉姆 (又译为乌朗)。美籍波兰数学家

乌拉姆 (M. S. Ulam, 1909~1984) 是美国国家科学院院士、美国艺术与科学院院士。他出生在一个犹太血统且富有教养的家庭, 他从小天资聪颖。据载, 他 11 岁就听得懂狭义相对论, 15 岁掌握了微积分、数论和集合论。1932 年, 23 岁时数学成就巨大, 被邀请在国际数学家大会上作了讲演, 这是许多大数学家梦寐以求的殊荣。1935 年 12 月他到了美国。美国并非遍地黄金, 因第二次世界大战一大批优秀的外国数学家纷纷来到美国, 美国本土的数学家并不具备与这批人抗衡的学术能力。美国当时经济不景气, 对流入美国的数学家持不欢迎的态度, 很多人迟迟没有找到满意的工作, 但乌拉姆因数学出众, 成了例外。他马上被安置在美国洛斯阿拉莫斯国家实验室——研制第一颗原子弹的基地工作, 在工作中显示出不凡的才华, 令同行刮目相看。20 世纪 70 年代, 他写了一本饶有趣味的数学家自传《一个数学家的遭遇》, 叙述了他坎坷一生。从此他名声大震, 成为世界数学大明星和数学权威。乌拉姆也没有放过这个问题的研究, 并且曾把它传到美国原子弹基地和其他地方, 随着他的名声而荡漾, 这些地方又称之为“乌拉姆问题”。

美国数学科普作家加德纳 (M. Gardner 1914~) 主持《科学美国人》杂志“数学游戏”专栏长达 25 年, 他写了可集成 11 本书的科普读物, 如《科学名词中的时尚与谬误》、《数学狂欢节》等, 他的科普文章能激励读者的数学智力和数学思维, 使读者惊奇, 内容也丰富多彩, 令人感到数学及其思想方法十分有趣, 在美国或一些国家青少年中享有很高威望。加德纳也没有放过风行于教师、研究员以及青少年的这个猜想, 他发表文章对其进行介绍, 更加速了这个猜想的传播, 让这个猜想一时风靡世界。

美国一位数学家说: “有一个时期, 在美国大学里, 它几乎成了最热门的话题。数学系和计算机系的大学生, 差不多人人都在研究它。”

1960 年, 角谷曾撰文描写过人们对这个问题的狂热情景: “据说, 在耶鲁大学有长达一个月之久的时间, 人人都在研究这个问题, 但没有任何结果。我到芝加哥大学提出这个问题后, 也出现了同样的现象。甚至有人开这样一个玩笑说, 这个问题是企图减缓美国数学研究发展的一个阴谋。”足见这个问题的巨大吸引力。

事实上, 当时几乎有文化而又感兴趣的男女老幼纷纷被卷入漩涡, 关于这个猜想的讨论热烈到顶峰, 人人企盼攻克, 一夜成名, 结果弄得美国中央情报局产生疑心, 误认为是苏联克格勃 (情报机关) 所使用的“特务”诡计, 企图使美国人把宝贵时间陷入这个数字游戏, 不务正业。苏联的解体, 疑虑不攻自破。

这个游戏传入中国后, 名称颇多, 如“角谷猜想”、“ $3x+1$ 猜想”等, 前一



个以人名命名，而后一个只讲了奇数一种迭代法则，漏掉了偶数情况，显然欠佳。

我们喜欢将其命名为“冰雹猜想”。为什么呢？因为在晚春或夏天云层中的冰粒，受到气流的激烈运动，时而向上，时而向下，好像迭代运算过程中数字忽大忽小，并且不可预测的突发现象，“冰雹”就是从空中降下来的冰块，伴随着巨大的雷雨，来势迅猛，令人惊恐，一旦冰块落地，烟消云散，最后又回到正常，相当于迭代运算又回归到 1。因此，本节采用“冰雹猜想”作为标题。

此外，还有人将迭代中所得到的—列数称为冰雹数。

根据盖伊考证，这个游戏早在第二次世界大战前由柯拉茨提出，如果这个考证时间属实，“冰雹猜想”最早诞生于 20 世纪 30 年代。但是谁在何处首先发现就难考证了。因此，后人遂不以人名、地名命名，干脆称之为“冰雹猜想”。

1.3 尚待解决的悬案

由于冰雹猜想的题面简单，所涉及的知识不超过算术四则运算，它像“哥德巴赫猜想”一样，引起了一个国际性的“冰雹猜想”热。美国电话公司信息系统实验室的罗森甚至有意将“冰雹猜想”写在他 1984 年出版的数论书的封面上。20 世纪 70 年代初，美国麻省理工学院人工智能实验室的一个专门小组用计算机进行了一段时期的研究，并在他们的报告上列为第 133 号问题。“冰雹猜想”又席卷全世界。

数学家意气勃发地从正面直接证明“冰雹猜想”，累累失败。于是有人提出另一条进攻的蹊径，认为在迭代过程中只要出现一个 2 的幂 2^n (n 为正整数)，问题自然就解决了，而 2 的幂有无穷多个，研究者们坚信迭代过程延续到足够长的时间总要碰到。为了找到这条新路径，他们又信心百倍地求证起来。可是，随着时间的推移，探索者发现问题并不那么简单，迭代过程毫无规律，变化无穷，神奇莫测，令人眼花缭乱。

例如，迭代运算过程中，算出来的数字忽大忽小，如上面 $x=17$ 时，迭代 12 步中出现了 52, 12, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1；有的计算过程很长，如从 27 算到 1 要经过 111 步。具体迭代运算如下：

27→82→41→124→62→31→94→47→142→71→214→107→322→161→484
 →242→121→361→182→91→274→137→412→206→103→310→155→466→233
 →700→350→175→526→263→790→395→1186→593^{38步}→1780→890→445→1336
 →668→334→167→502→251→754→377→1132→566→283→850→425→1276→
 638→319→958→479→1438→719→2158→1079→3238→1619→4858→2429^{67步}→