吴 微 主编

学生 学习方法与学科难点指导全书

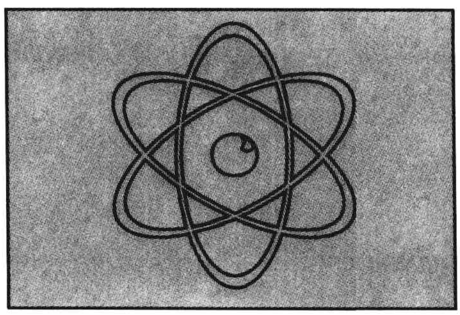
（下）

人民中国出版社

学生学习方法与
学科难点指导全书

（下）

主编　吴微



小；

$U_R = IR$，由该式可知：I 变小时，U_R 也变小。

例6解　$Fl = Gl'$（式中 l 为力 F 的力臂，l' 为重力 G 的力臂），由该式可知：l' 减小时，F 也减小。

例7解　$P = \dfrac{U^2}{R}$，由该式可知：灯丝电阻 R 变小，灯泡消耗的实际电功率 P 会变大。

（三）光学难点分析讲解指导

初中光学习题的几种特殊解法

1. 图示法

对一些比较简单而直接用公式、定律又无法回答清楚的习题，可依据题设条件和有关概念、定律作出图示，帮助解答。例如：初中物理课本第二册，$P_4$1 题、3 题，P_{14}图 1－15，用图示法能使问题易于解决。有时利用图示法，能使思维清晰明了，解答过程简单、利落。例如初中物理课本第二册 P_{17}，筷子的弯折，小实验分币的升高的解答均可采用此法。

2. 几何法

就是利用题目中的光线在传播时与界面的相遇构成的几何关系，借助几何知识做出解答的一种方法。其解题步骤是（1）作图。作图是解题的前导，利用反射、折射规律画光路图时，必须抓住一面、一点、两角、三线。也就是界面；入射点；入射角，反（折）射角；入射线，法线，反（折）射光线。(2) 计算。用数学知识求解。

例1　要想从平面镜 MN 中看到身高 $AB = H$ 的人的像，求镜至少要多高？

分析与解：　(1) 作图。依题意画出光路图，并标出人像 $A'B'$ 的位置，如图 5－175 所示（C 为人眼睛）。(2) 根据数学知识计算镜面的高度。

由平面镜成像特点知：$A'B' = AB$，且 $A'B'$ 与 AB 关于镜面 MN 对称，所以，由平面几何知识得镜高 $MN = \dfrac{1}{2}A'B' = \dfrac{1}{2}H$。

3. 转换法

对所求问题直接利用已知条件和思维路线不易解决时可通过转换研究方向，寻找替换方案，变为已经解决或易于解决的问题。该法能训练思维的发散性、灵活性、变通性，解决问题简捷。

例2　一束光线斜射到一平面镜上，围绕入射点转动境子，使入射光线与平面镜的夹角减小一个角 Φ，那么，入射光线与反射光线的夹角如何变化？

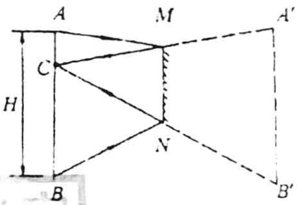


图 5－175

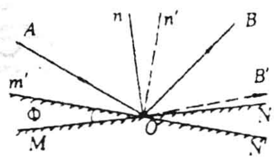


图 5－176

分析与解：　按习惯思维几何法求解。如图 5－176 所示；AO 是入射光线，MN、$M'N'$ 是转动前后的平面镜，On、On' 是对应法线，OB、OB' 是对应反射光线。

因为，$On \perp MN$、$On' \perp M'N'$，所以 $\angle nOn' = \angle MOM' = \Phi$。即镜面转动后入射角增大 Φ，根据反射定律，反射角也增大 Φ，于是入射光线与反射光线的夹角增大 2Φ。

如转换研究方向，以平面镜为研究对象，上述的转动镜面看成不动而入射光线向相反方向转动角度 Φ，显然转动后的入射角增大了 Φ。根据反射定律，反射角也增大 Φ，于是，入射光线与反射光线夹角增大了 2Φ。如图 5－177 所示。

可见，此法解题过程简单，能化难为易，加快解题速度。

4. 对称法

平面镜成像的基本特点是对称性。因此，在解决有关平面镜的问题，如成像作图，完成

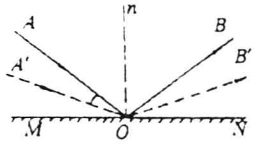
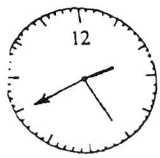


图 5－177

光路图等，可充分利用这一特征，能使问题巧妙、简单的解决。

例 3 手表的时间是 2 时 25 分 40 秒，如图 5－178 所示，若此时在穿衣镜里，看到的时间应是多少？



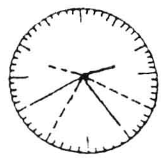


图 5－178　　图 5－179

分析与解： 以十二点和六点为对称轴，分别找出时、分、秒针的对称位置，并以虚线标清楚三种指针所在处，如图 5－179 所示，按虚线所在位置读，便可得出平面镜里观察的示数是 9 时 34 分 20 秒。

5. 假设法

就是对满足题设条件的可能答案逐一列出，然后对列出答案分别给予分析、判断，直至与有关概念、规律全部吻合，那么，此答案即为所求。此法能训练思维严密性，对于解决光的反射定律和折射定律的综合练习有独特之处。

例 4 如图 5－180 是一束光在空气和玻璃的界面上发生反射和折射的情况。试在图中画出界面位置并指出反射光线、折射光线以及空气和玻璃所在的位置。

分析与解： 假设 OB 是反射光线，那么 OC 就是折射光线。根据反射定律中的“反射角等于入射角”可知，入射光线跟反射光线夹角的平分线是法线，作出法线 NN' 如图 5－181。显然入射光线 AO 跟折射光线 OC 没有分居于法线两侧，与光的折射规律相矛盾。可见上述假设不能成立。由此得出：OC 应为反射光线，OB 应为折射光线。然后，正确作出法线 NN' 如图 5－182 所示（$\angle AOC$ 的平分线），由法线跟界面垂直的关系，可作出界面位置 MM'；由法线、入射光线、折射光线可以决定入射角为 $\angle AON'$，折射角为 $\angle BON$。根据折射规律中的入射角跟折射角的大小关系即 $\angle AON' > \angle BON$，可确定界面 MM' 上方是玻璃，下方是空气。

6. 逆向法

根据光的可递的原理，不妨将像看作物，倒过来思考。用来解决由像求物成像和完成有关光路图的作图，以及确定看到的像的范围。

例 5 如图 5－183，S 是点光源，P 是平面镜外一点，如果要使 S 发出的光经平面镜反射后过 P 点，试作出光路图来

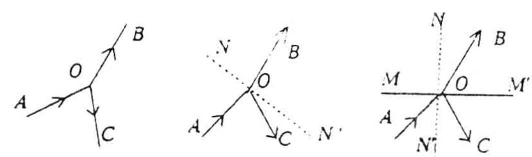
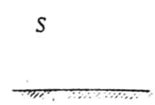


图 5－180　　5－181　　5－182



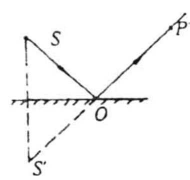


图 5－183　　图 5－184

分析与解： 由于反射光线过 P 点，因此，S 点的像必在过 P 的反射光线的反向延长线上，故作出 S 点的像问题就迎刃而解。

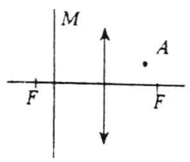
作图步骤：（1）用对称法作出 S 点的像 S'。（2）完成光路图。连结 $S'P$，得反射光线，交镜面于 O 点，则 SO 即为入射光线。如图 5－184。

例 6 如图 5－185，M 为处于凸透镜焦点内且垂直于主轴的刻度尺，某人眼在焦点内的 A 点，试确定人眼经透镜看到 M 的刻度范围。

分析与解： 刻度尺上被 A 点处的眼睛经透镜得到的刻度范围，由光路可逆性知，也就是把点光源置于 A 时发出的光经透镜折射后能照亮的刻度。

其作图步骤：（如图 5－186）

（1）由特殊光线作出 A 点经透镜所成的虚像 A'（为突出主要光线，图中未画出成像光路图）。



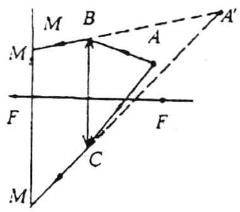


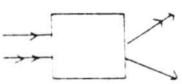
图 5－185　　　**图** 5－186

(2) 作边缘入射光线 AB、AC，其折射光线的反向延长线过 A'。折射光线交刻度尺 M 于 M_1、M_2，M_1、M_2 之间的刻度即为得到的刻度范围。

7. 黑箱法

黑箱问题是指对某一未知系统（即黑箱）通过实验和推理来研究其内部结构的问题。光学黑箱问题的一般模式是：给出黑箱的入射光线和反射光线，求解黑箱中的光学元件及其位置。其解题思路和步骤是：①根据出、入射光线在元件的同侧还是两侧分布情况确定元件的种类；②根据光线偏折点的位置确定元件的放置。此法能培养同学们分析和判断问题的能力以及联想和创造能力。

例 7　方框内有一光学元件，其入射光线对应的出射光线如图 5－187，试确定方框内的光学元件及其位置。



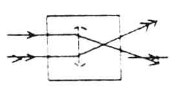


图 5－187　　　**图** 5－188　　　**图** 5－189

分析与解：　(1) 根据出、入射光线分布情况可知应为光折射类元件。

(2) 根据光线的变化情况可知该元件为凸透镜。

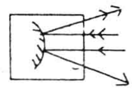
(3) 将对应出、入射光线分别向框内延长对应相交如图 5－188 所示，则凸透镜放置情况如图 5－189 所示。

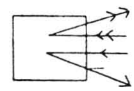
例 8　方框内有一光学元件，其入射单色光束对应的出射光束如图 5－190 所示，试确定方框内的光学元件及其位置。

分析与解：(1) 根据出、入射光线分布情况知应为光反射类元件。

(2) 根据光线的变化情况可知该元件为凸面镜。

(3) 将对应出、入射光线分别向框内延长，对应相交如图 5－191 所示，则凸面镜放置情况如图 5－192 所示。





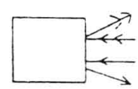


图 5－190　　　**图** 5－191　　　**图** 5－192

一道光学作图题的几种解法

原题如下：

如图 5－193 所示，DE、FG 为点光源发光通过凹透镜折射后的两条光线，CD 为某一条入射光线。试用作图法求出点光源的位置，并且标明此透镜的两个焦点位置。

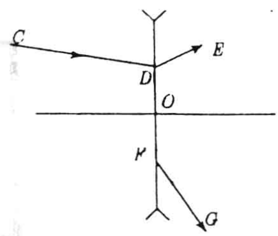


图 5－193

现给出了最常用的一种解法。

解法一：特殊光线法

此法直接利用三条特殊光线进行作图，是最基本的作图方法。

析与解　(1) 由 DE、FG 反向延长线可得 S' 虚像点；由 CD 反向延长及 $S'O$ 反向延长，二线交点可得光源 S。

(2) 由 S 作 SH 平行于主轴交凹透镜于 K 点，连接 $S'K$ 延长交主轴于 F_1，此 F_1 即为虚焦点。与 F_1 对称可在另一边主轴上找出另一虚焦点 F_2。

解法二：物像对应法

根据透镜成像时物点和像点一一对应的关系，在成像作图时，可在入射（或出射）光线上取一点，作出相应的像（或原物），再由物像对应法求其它未知

的量。

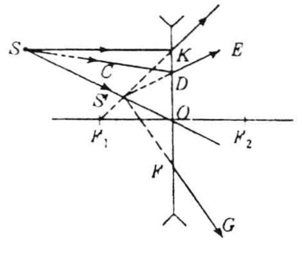


图 5-194

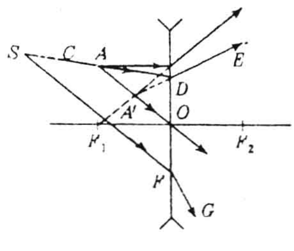


图 5-195

析与解 (1) 如图 5-195，在入射光线 CD 上取一物点 A，作 AO 并交 DE 的反向延长线于 A'，A' 即为 A 的像点。过 A 作平行于主轴的光线经透镜后其反向延长线必过 A'，并交主轴于 F_1，此点即为虚焦点，与 F_1 对称可在另一边主轴上找出另一虚焦点 F_2。

(2) 同理在 FG 上任取一点 B，经透镜（从右向左）后可得像点 B'，应用物像对应法及光路的可逆原理，$B'F$ 即为 FG 的原入射光线，两入射光线 CD、$B'F$ 相交于 S 即为点光源的位置。(具体作图略)

解法三：平行光线法

这一方法的理论根据是透镜成像规律：一束平行光线经透镜后出射光线（或其反向延长线）必交于一点。

析与解 (1) 如图 5-196，作平行于入射光线 CD 且过 O 点的平行光线，它与出射光线 DE 的反向延长线必交于一点 H，过 H 作主轴的平行线交透镜于 K，过 K 作 CD 的平行线交主轴于 F_2，即为所求的虚焦点，主轴另一侧对称处即为另一虚焦点 F_1。

(2) 利用光路的可逆原理，将 FG 设想为入射光线。应用平行光线法作过光心 O 和延长线过 F_1 的两条平行光线，经透镜折射后反向延长线交于 M。连接 FM，则 FM 的反向延长线 FN 为 FG 的对应光线，它与 CD 的反向延长线的交点即为所求点光源的位置。(具体作图略)

解法四：作焦平面法

利用副光轴、焦平面作图求像，不受三条特殊光线的局限，解题方便迅捷，这种方法已超出中学阶段的知识，在此作一介绍。

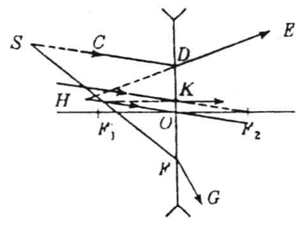


图 5-196

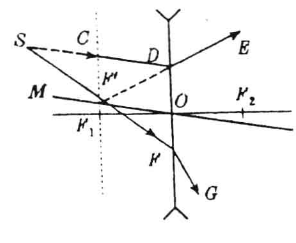


图 5-197

析与解 (1) 如图 5-197，作平行于入射光线 CD 的副光轴 MN，根据凹透镜发散的特点，与出射光线 DE 的反向延长线的交点 F'_1 即为副焦点。过 F'_1 作垂直于主光轴的焦平面，与主轴的交点 F_1 即为所求一虚焦点；另一虚焦点是主轴另一侧对称点 F_2。

(2) 过 F_2 作焦平面，将 FG 设想成入射光线，过光心作 FG 的副光轴且交焦平面于副焦点 F'_2，其反向延长线即为 FG 的对应光线，它与 CD 的反向延长线交于一点 S，即为所求光源。(具体作图略)

从光的本性看光的干涉

在中学物理有关光的本性的教学内容中，涉及到一些学生不易解释清楚的问题。本文就此类问题从较深层次进行了探讨。

1. 用“厚膜”能否观察到干涉现象？

学生常会问：为什么要用薄膜才能观察到

干涉条纹？用厚膜行吗？膜的厚薄界限为多大？回答这个问题，就需要从原子发光谈起。

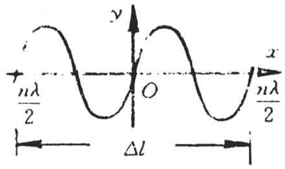


图 5－198

在实际单色光源中，每个原子的辐射都只能在有限的时间 t 内发生。因而实际光波都是由一段段有限长的波列所组成的，且每一段波列的位相和偏振态均各有异。每一段波列在 Δl 的范围内可视为正弦波，而在 Δl 以外其振幅都为零。如图 5－198 所示。

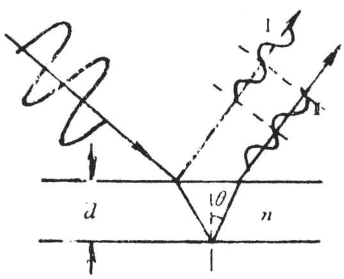


图 5－199

设入射波列到达折射率为 n，厚度为 d 的薄膜上，如图 5－199。在上表面反射的波列为 I，经下表面反射再从上表面出射（包括在上、下表面间多次反射后出射）的光，其波列为Ⅱ。Ⅰ、Ⅱ两束光来自同一入射波列，偏振态相同、位相稳定、频率相同、振幅接近，在空间任一点的光程差 $\delta=2nd\cos\theta-\frac{\lambda}{2}$，不随时间而变，是相干的。问题在于这两列有限长度的反射波列，若是 d 很大（厚膜），δ 也大，则可能在波Ⅰ已通过某处时，波Ⅱ尚未到达，两列波首尾错开，不能叠加，这样就不会产生干涉现象。只有在膜足够薄，Ⅰ、Ⅱ两波列光程差较小的情况下，Ⅰ和Ⅱ才能有较多的重叠，产生明显的干涉条纹。重叠部分越多，干涉条纹越清晰。当然，若波Ⅱ追不上波Ⅰ，也还可以与其他的反射波相重叠。但由于其他反射波来自于另一些原子所发的光，其频率、初相、偏振方向都是随机的，不满足干涉条件，因而在空间各处不可能产生恒定的强弱相间的分布。

波列的长度 Δl 叫做相干长度，波列通过的时间（亦即原子发光的时间）τ 叫做相干时间。显然，$\Delta l=c\tau$（c 为光速）。以上分析表明：产生光的干涉时，光程差必须受到相干长度，相干时间的限制（$\delta<\Delta l$）。不同的光源所发的光有不同的相干长度。一般单色光源相干长度为 1～2 厘米，较好的单色光源如 $Kr86$ 发射的 6057Å 单色光相干长度为 77 厘米；氦氖激光的相干长度理论上可达 10^4 米，而通常的白光相干长度仅约 10^{-6}米。所以用白光做薄膜干涉实验，膜的厚度不能超过几个波长。

2. “波粒二象性”解释

我们对光源的发光采用有限长波列的模型来形象地描述，这只涉及发光波动性的一面，而未体现另一面——光的粒子性。那么，如何全面地认识光源发光的本质呢？

无论是单色光源（游离状态的原子发光，可形成明线光谱）还是白光光源（密集谐振子发射，可形成连续光谱），都是从激发态跃迁到较低能态而放出光子。发光时间（相干时间）τ 即是激发态的寿命。

我们取同一时刻开始，由同一激发态跃迁，从某方向发射的偏振相同的那些光子作为一个系综，根据测不准关系 $\Delta E\Delta t\geqslant\frac{h}{2\pi}$，在发光时间 τ 内，我们所确定的系综的每个光子的能量 E、频率 υ，有一个不确定范围，$\Delta E=h\Delta\upsilon$，则 $\Delta E\tau\geqslant\frac{h}{2\pi}$。

设光子波长 λ，动量 p，$\because \upsilon=\frac{c}{\lambda}$，$\lambda=\frac{h}{p}$，$\therefore \Delta\upsilon=\frac{c}{h}\Delta p$。代入测不准关系式：

$$\Delta E\cdot\tau=h\Delta\upsilon\tau=h\,\frac{c}{h}\Delta p\cdot\tau=\Delta p\cdot\Delta l\geqslant\frac{h}{2\pi}.$$

上面结果表明：同一系综的每个光子，在同一时刻的空间位置有个不确定范围，其大小即 Δl。亦即在 Δl 范围内的各点，每个光子都有出现的几率，在 Δl 范围以外，该系综光子出现几率为零。这正是相干长度 Δl 的本质意义！同时也表明，我们所用的那个波列的波函数可以用来描写光子的状态。波列振幅的平方，代表光子在该处出现的几率。

现在，我们可以给薄膜干涉以波粒二象性的解释。一个入射波列代表同一状态下的光子系综，设它的振幅为 A_0；反射波列Ⅰ、Ⅱ的振幅分别为 A_1、A_2，$(A_1 \approx A_2 << A_0)$，其光程差为 δ。(1) 若 $\delta << \Delta l$，且 $\delta = (n+\frac{1}{2})\lambda$，$(n=0, 1, 2\cdots\cdots)$，则Ⅰ、Ⅱ是相消干涉，入射光子在该处反射的几率为 $|\frac{A_1 - A_2}{A_0}|^2 \approx 0$。不考虑介质对光的吸收，则光子透过介质的几率接近 100%。此即课本中“增透膜”的原理。(2) 若 $\delta << \Delta l$，且 $\delta = n\lambda$ $(n=1, 2, 3\cdots\cdots)$ 则Ⅰ、Ⅱ为相长干涉，光子在入射处的反射几率为 $|\frac{A_1 + A_2}{A_0}|^2 \approx 4\frac{A_1^2}{A_0^2}$，光子透射的比例相对减少。(3) 若 $\delta \geqslant \Delta l$，则在空间找不到既有 I 的光子又出现Ⅱ的光子的那样的区域，即不能发生干涉。

3. 光的单色性

由测不准原理，我们推知波列频率的不确定性：$\Delta E \cdot \tau = h\Delta\upsilon \cdot \frac{\Delta l}{c} \geqslant \frac{h}{2\pi}$，即 $\Delta\upsilon \cdot \Delta l = \frac{c}{2\pi}$。这表明，同一系综中光子的频率会有 $\Delta\upsilon$ 的分布范围，因此实际光源的发光都不会是严格单色的，激发态寿命越长，相干长度越大，$\Delta\upsilon$ 就越小，光的单色性就越好，亚稳态的寿命 τ 很长，可达 10^{-3} 秒，跃迁光子的相干长度可达 10^4 米，其频率不准量 $\Delta\upsilon$ 约为 10^4 赫，远小于其可见光频率的数量级（10^{14} 赫）。这就是单色性极好的激光。同理，频率范围越大，相干长度就越小，白光光源中原子（分子）激发态是宽度很大的连续能带，$\Delta\upsilon \approx 10^{14}$ 赫，与本身频率同一数量级，因而 Δl 极小，约为 10^{-6} 米，绝对单色的光应当是时间无穷延续，空间无限伸展的正弦波，这只能作为一种理想的情况。

根据傅里叶分析，实际单色光都是由无数频率连续变化的理想单色光按一定的强度分布叠加而成。强度按频率的分布（亦即光子取各种频率值的几率）可通过傅里叶变换确定。例如，某激发态跃达到基态所发出的光振动为

$$f(t)=\begin{cases} A\sin\omega_0 t & |t| \leqslant \frac{nT}{2} \\ 0 & |t| > \frac{nT}{2} \end{cases} \quad (n=0,1,2,\cdots)。$$

其中 A 为振幅，$\omega_0 = 2\pi\upsilon_0$，$nT = \tau$，则频谱为：

$$G(\omega) = (-1)^n 2jA \frac{\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2}\sin\frac{n\omega T}{2}$$
$$= (-1)^n \frac{jA}{\pi}\frac{\upsilon_0}{\upsilon_0^2 - \upsilon^2}\sin\frac{n\pi\upsilon}{\upsilon_0}.$$

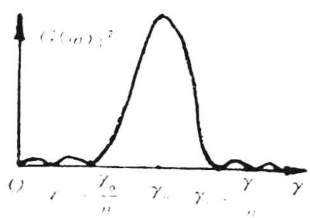


图 5－200

光子的几率分布 $|G(\omega)|^2$ 可用图 5－200 表示，从图象可以看出，光子的频率取中心频率 υ_0 的几率最大，因而通常所说的实际的准单色光的频率就是指这个最可几频率 υ_0。而 n 越大，$\Delta l = n\upsilon$ 也大，$\frac{\upsilon_0}{n}$ 越小，这时图象的峰越尖锐，频率分布越集中，光的单色性就越好。

透镜成象中双解问题的例析

在透镜成象问题中，由于透镜的凸凹、成

象的虚实、共轭成象等造成双解问题，致使学生不能全面分析问题从而上当、漏解。下面就透镜成象的一些双解问题举例并简析：

1. 透镜凸凹造成双解。

例1 已知透镜的焦距为10厘米，物体经透镜成象的放大率为$\frac{1}{3}$，求物体离透镜的距离。

分析与解答 因题目未明确说明透镜是凸透镜还是凹透镜，况且成像又是缩小的，所以存在凸透镜成缩小实象和凹透镜成缩小虚象的两种情况。

若透镜为凸透镜（图5－201）：

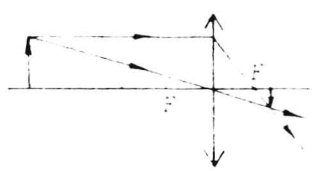


图5－201

$\because f=10$厘米， $\frac{v}{u}=\frac{1}{3}$

由$\frac{1}{u}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f}$，解得$u=40$厘米。

若为凹透镜（图5－202）：

图5－202

$f=-10$厘米，

$\frac{|v|}{u}=\frac{1}{3}$，

由$\frac{1}{u}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f}$，解得$u=20$厘米。

2. 成象虚、实造成双解

例2 一物体放在透镜前恰能成放大2倍的象，将物体向透镜移近4厘米时，恰能成放大3倍的象，求透镜的焦距。

分析与解答 因成放大的象，所以一定是凸透镜，但放大象有虚、实两种情况，移动物体两次成象的情形如何呢？可指导学生分析并选择下述哪几种情况：

(A) 先成放大2倍的虚象，后成放大3倍的虚象。

(B) 先成放大2倍的实象，后成放大3倍的实象。

(C) 先成放大2倍的实象，后成放大3倍的虚象。

(D) 先成放大2倍的虚象，后成放大3倍的实象。

根据凸透镜成象规律可推断，题中可出现B、C两种情况。

若成象为B种情况（图5－203）：

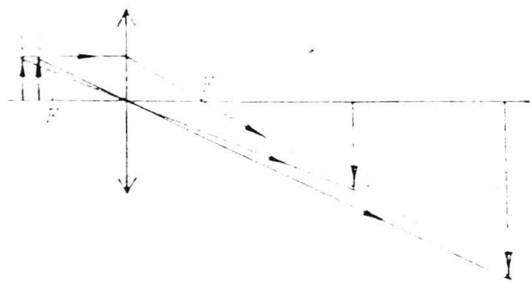


图5－203

$$\frac{v}{u}=2\rightarrow\frac{1}{v}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f} \tag{1}$$

$$\frac{v'}{u'}=3\rightarrow\frac{1}{u'}+\frac{1}{v'}=\frac{1}{f} \tag{2}$$

$$u'=u-4, \tag{3}$$

联立(1)、(2)、(3)式解得$f=24$厘米。

若成象为C种情况（图5－204）：

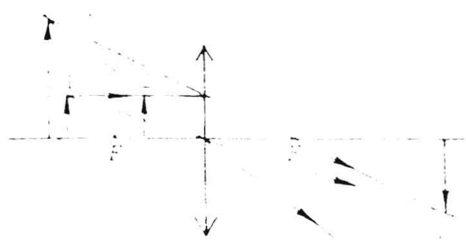


图5－204

$$\frac{v}{u}=2\rightarrow\frac{1}{u}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f} \tag{4}$$

$$\frac{|v'|}{u'}=3\rightarrow\frac{1}{u'}+\frac{1}{v'}=\frac{1}{f} \tag{5}$$

$u' = u - 4,$ (6)

联立 (4)、(5)、(6) 式解得 $f = 4.8$ 厘米。

3. 共轭成象造成双解

例 3 垂直透镜主轴放置的物与光屏的距离为 50 厘米，已知透镜焦距为 10.5 厘米，物高 2.1 厘米，求光屏上成清晰象的高度。

分析与解答 因在光屏上成清晰实象，故为凸透镜但题目未明确物距，而物屏间距 $l = 50$ 厘米 $> 4f$，所以出现二次共轭成象（图 5-205）。

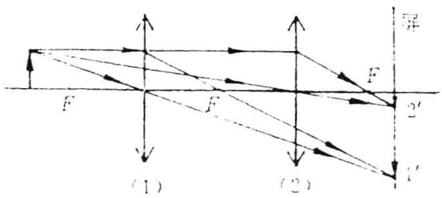


图 5-205

$\therefore f = 10.5$ 厘米，$u + v = 50$ 厘米．

由 $\dfrac{1}{u} + \dfrac{1}{v} = \dfrac{1}{f}$，

代入整理得：$v^2 - 50v + 525 = 0$，

解得 $v_1 = 35$ 厘米，$v_2 = 15$ 厘米；

$\therefore u_1 = 15$ 厘米，$u_2 = 35$ 厘米．

又象高 $h' = \dfrac{v}{u}h$．

$\therefore h_1 = \dfrac{v_1}{u_1}h = 4.9$ 厘米，

$h_2 = \dfrac{v_2}{u_2}h = 0.9$ 厘米，

4. 会聚点在屏幕前或后造成双解

例 4 一块屏幕与遮光板的圆孔相距 $l = 21$ 厘米，在这个圆孔中嵌入直径 $d = 5$ 厘米的透镜，一会聚光束经过透镜在屏幕上形成直径 $b = 3$ 厘米的光斑，若将透镜取去，则光斑直径不变，试求透镜的焦距。

分析与解答 因题目只已知一会聚光束，未明确说明光束的会聚点在幕前还是幕后，所以存在双解。另外解题中应根据光路可逆原理，正确选定物、象点（如图 5-206、图 5-207 所示）。

若会聚点在幕后（图 5-206） $\dfrac{u_1}{5} = \dfrac{21 - u_1}{3}$ (1)

$\dfrac{|v_1|}{5} = \dfrac{|v_1| - 21}{3}$ (2)

$\dfrac{1}{u_1} + \dfrac{1}{v_1} = \dfrac{1}{f}$ (3)

解得 $f = 17.5$ 厘米，透镜为凸透镜。

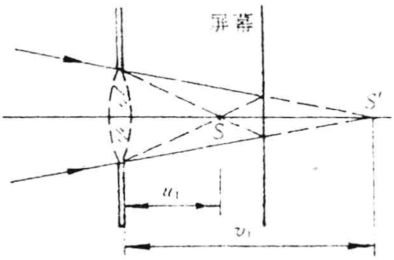


图 5-206

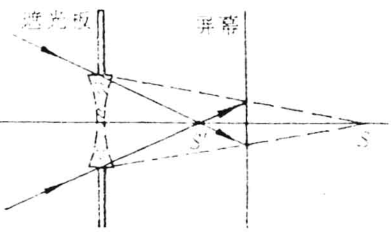


图 5-207

若会聚点在幕前（图 5-207）：$\dfrac{u_2}{5} = \dfrac{u_2 - 21}{3}$ (4)

$\dfrac{|v_2|}{5} = \dfrac{21 - |v_2|}{3}$ (5)

$\dfrac{1}{u_2} + \dfrac{1}{v_2} = \dfrac{1}{f}$ (6)

联立 (4)、(5)、(6) 式解得 $f = -17.5$ 厘米，透镜为凹透镜。

5. 成象于屏前或后造成双解

例 5 （1989 年高考题）把一个点光源放在焦距为 f 的凸透镜的焦点上，在透镜的另一侧 2 倍焦距处放一个垂直于主光轴的光屏，在光屏上看到一个半径为 R 的光亮圆，现保持透镜和光屏不动，而在主轴上移动点光源，而要使光屏上亮圆的半径缩为 $\dfrac{1}{2}R$，则这个点光源应移到什么位置上？

分析与解答 因移动点光源后要使光亮圆半径减小，所以点光源经凸透镜后会聚成实象，但成象不在屏上，故存在成象于屏前、后两种情况。（图 2-208）

$\because$ 出射光线平行主轴 $R_{亮} = R_{透镜}$，

若成象在屏后：$\dfrac{v - 2f}{R/2} = \dfrac{v}{R}$， (1)

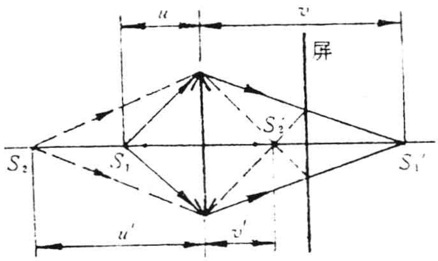


图 5－208

$$\frac{1}{u}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f},\qquad (2)$$

联立解得　$u=\frac{4}{3}f$.

若成象于屏前：$\frac{2f-v'}{R/2}=\frac{v'}{R}$，　(3)

$$\frac{1}{u'}+\frac{1}{v'}=\frac{1}{f},\qquad (4)$$

联立解得 $u'=4f$。

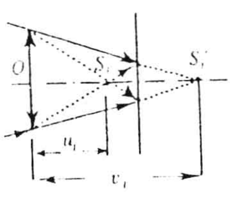
透镜成像计算的多解与分析

1．透镜性质不明确形成多解

例 1　屏与圆孔相距 21 厘米，在圆孔内嵌直径 $a=5$ 厘米的透镜，会聚光束入射在透镜上，结果在屏上形成直径 $b=3$ 厘米的光斑，如将透镜取去，则光斑直径不变，求透镜焦距。

分析　本题只告诉会聚光束，但没有固定的会聚角度；只知有无透镜，光斑直径不变，但对透镜的性质未加以说明。因而符合题意有两种可能：

（1）圆孔内放凸透镜。如图 5－209，实线为不放凸透镜光路，虚线为放凸透镜时的光的光路。根据光路可逆性，若光源在 S_1 处，则成像必在 S'_1 处，所以，经计算得凸透镜的焦距 $f=17.5$ 厘米。



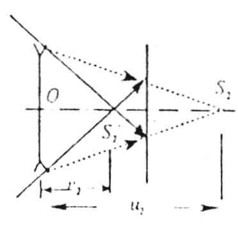


图 5－209　　图 5－210

（2）圆孔内放凹透镜。如图 5－210，实线为不经凹透镜时的光路，虚线为光线经凹透镜时的光路。根据光路的可逆性，若将光源放在 S_2 处，则像必成于 S'_2 处，经计算得凹透镜的焦距 $f=-17.5$ 厘米。

2．像的虚实不明确形成多解

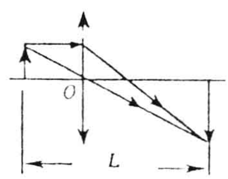
例 2　透镜成像时，烛焰与像之间距离 $L=60.0$ 厘米，像长为烛焰原长的两倍，求其焦距为多少？

分析　放大率 $m>l$，可知为凸透镜。

题中对像的虚、实不明确，因此符合题意有两种情形。

（1）成实像时（如图 5－211），经计算可得 $f=13.3$ 厘米。

（2）成虚像时（如图 5－212），经计算可得 $f=120.0$ 厘米。



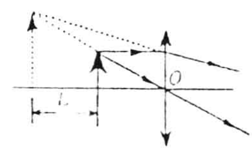


图 5－211　　图 5－212

3．光源（光屏）移动方向不明确形成多解

例 3　物体通过放大镜成放大 3 倍的像，若将物体沿主轴移动 2 厘米，则得到放大 5 倍的像，求（1）透镜的焦距；（2）物体原来的物距。

分析　放大率大于 1，透镜为凸透镜。

由凸透镜的成像规律及物体在主轴上移动的方向不明确综合分析可知：若第一次成实像，则移动物体靠近透镜，可成放大 5 倍的实像或虚像；若第一次成虚像，则移动物体远离透镜，可成放大 5 倍的虚像，也可成放大 5 倍的实像。因此，本题有四组解：两次均成实像（$u_1=20$ 厘米，$f_1=15$ 厘米）；第一次实像，第二次虚像（$u_2=5$ 厘米，$f_2=3.75$ 厘米）；两次均成虚像（$u_3=10$ 厘米，$f_3=15$ 厘米）；第一次虚像，第二次实像（$u_4=2.5$ 厘米，$f_4=3.75$ 厘米）。

4．光斑成因不明确形成多解

例 4　把一个点光源放在焦距为 f 的凸透镜的焦点处，在透镜的另一侧 2 倍焦距处放一垂直于主轴的光屏，在光屏上看到一个半径为为 R 的光亮的圆，现保持透镜和光屏不动，而在主轴上移动点光源，若要使光屏上亮圆的半径缩为 $R/2$，则这个点光源应移到什么位置上。

分析　光斑的成因很多，（1）点光源在凸透镜主

轴上焦点之外，屏在另一侧像点内侧，成缩小亮圆（亮圆半径小于透镜半径），屏在像点外侧，可成缩小或放大亮圆；（2）点光源在凸透镜的主轴上焦点以内，屏上形成放大亮圆；（3）点光源在凹透镜主轴上，屏上成放大亮圆；（4）会聚光束（如例1）经凸透镜和凹透镜在屏上均可能成放大或缩小的亮圆斑，等等；因此，根据上述（1）分析本题，可知符合题意有两种情形：

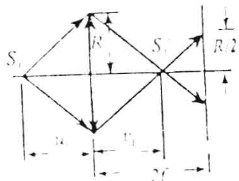


图 5－213

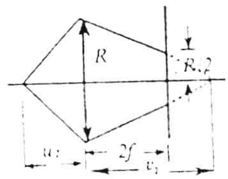


图 5－214

（1）屏在像点外侧，（如图 5－213）$v_1=4f/3$，经计算 $u_1=4f$；

（2）屏在像点内侧，（如图 5－214）$v_2=4f$，经计算得 $u_2=4f/3$；

在透镜成像计算中，引起多解的因素是多种多样的（其实并不局限于几何光学）。因此，在物理教学中，针对具体的教学内容，应当适当地、有系统地编写一些多解习题，通过解答这类习题，培养和发展学生的多维思维能力，使他们逐步学会对物理现象和过程进行多因素、多角度、全方位的思考，全面完整地认识物理世界的多样性。

一道易解错的光学题

如图 5－215 所示，在水下 9.2 米处，有一水平放置的平面镜。某人在水面正上方观看，他的眼睛距水面 0.45 米，他看到自己在平面镜内的象离眼睛多远？已知水的折射率为 4/3。

错解 设眼睛的位置为 S，眼睛与水面之距为 h_1，水平与平面镜之距为 h_2，水的折射率为 n，如图 5－216 所示。（只考虑人眼睛的成象）

从 S 向水面发出的光线中，取两条光线来确定像的位置，一条是垂直于水面的光线 SO；一条是与 SO 夹角很小的光线 SO'。光线 SO 不改变方向射入水中及平面镜，经平面镜反射后，沿原光路反向射出水面。光线 SO' 经空气——水界面折射后，以光线 $O'A'$ 斜射入水中，将 $O'A'$ 反向延长与光线 SO 的反向延长线交于 S' 点，此 S' 点即为人眼 S 经水面所成的虚像。而 S' 对平面镜所成的像为 S''，S'' 位置不难由平面镜成像规律——物像关于镜面对称来确定。S'' 即为人眼看到自己在平面镜内的像（眼睛的像），则 SS'' 两点之距为本题的解。

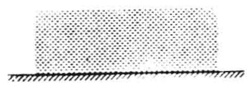


图 5－215

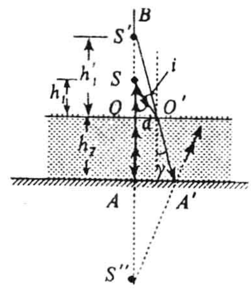


图 5－216

设 $\overline{OO'}=d$，其它字母意义见图 5－216：

根据折射定律得：

$\sin i/\sin\gamma=n$，由于 i 很小，故 γ 很小。

而 $d/h'_1=\mathrm{tg}\gamma\approx\sin\gamma$，

$\sin i=d/\sqrt{h_1^2+d^2}$，$\sin\gamma=\sin i/n=d/(n\sqrt{h_1^2+d^2})$

即 $d/h'_1=d/(n\sqrt{h_1^2+d^2})$，$h'_1=n\sqrt{h_1^2+d^2}\xlongequal{d\to 0}nh_1$ 人眼像 S'' 的位置在镜下面距镜 h'_1+h_2 处。

像 S'' 与人眼之距为 $h_1+h'_1+h_2=(n+1)h_1+h_2=(4\beta+1)\times 0.45+9.2=10.25$ 米。

错解分析 上述解法中，以人眼睛代表人脸部的整体，这样的处理使问题得以简化了。但题目问的是人看到自己（眼睛）在平面镜内的像距眼睛多远。根据人眼观察像的原理可知，人眼看到的像，应为最终射入人眼的发散光束的顶点（像点）构成的像。现人眼处于水面之上，看到自己（眼睛）在平面镜中的像，是由自己（眼睛）发出元发散光束，经过水面折射、平面镜反射，水面再次折射后，从水面射出进入人眼所致。不弄清这一点，就容易产生上述错解，故此，确定像的光线应为下述两条：一条仍取光线 SA 的反射光线 AS，另一条取光线 SO' 经水面两次折射后最后射出水面折射光线 $O''B'$。光线 AS 的反向延长线与光线 $O''B'$ 的反向延长线交于 S''' 点，S''' 点即为人眼看到自己（眼睛）在平面镜中像的位置。

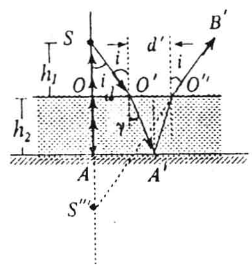


图 5－217

正确　SS'''两点之间距离，即为本题的正确，如图 5－217 所示。

具体计算如下：

$d'/2=h_2\text{tg}\gamma$，i 很小，$\text{tg}\gamma\approx\sin\gamma$ 则 $d'=2h_2\sin\gamma$　①

$\sin\gamma=\sin i/n\overset{i\to 0}{\approx}\text{tg}i/n=d\ (nh_1)$　②

由①、②两式得

$d'/d=2h_2/\ (nh_1)$　③

$\overline{O}S'''=\ (d+d')\ /\text{tg}i=\ (1+d'/d)\ h_1$

$=h_1+2h_2/n$

人眼 S 到其像 S''' 的距离为

$\overline{S}S'''=2\ (h_1+h_2/n)\ =\ [0.45+\ (3\times9.2)\ /4]\ \times2=14.7$ 米。

值得提醒的是，如有人潜在 S 正下方的水中，就观察到水面上人（眼睛）的像在错解中的 S'' 处，这跟在水面之上的人眼观察到的结果肯定不同。弄清这一点，即可避免上述错解。

学习凹透镜应注意的问题

学习凹透镜，要注意以下四个问题：

1．一玻璃凹透镜是否在任何情况下都对光线起发散作用

有的人受一些书籍上“凹透镜又叫发散透镜”的影响，会立即断言：“玻璃凹透镜在任何情况下都对光线起发散作用”。其实，并不尽然。凹透镜可看作是由许多小棱镜组成的，将凹透镜竖直放置，其上部的棱镜底面朝上，下部的棱镜底面朝下。若将玻璃凹透镜置于空气中（或置于比玻璃折射率小的其它均匀媒质中），则光线通过时都向各棱镜底面偏折，这种情况下，凹透镜对光线起发散作用。若将玻璃凹透镜置于折射率比玻璃折射率大的均匀媒质中，则光线通过时都向各棱镜顶部偏折，这种情况下，凹透镜对光线起会聚作用。

2．空气中一发光点放在玻璃凹透镜的一个焦点上能否成像

许多人受“发光点放在置于空气中的玻璃凸透镜的一个焦点上不能成像”这一结论的影响，会贸然回答：“不能成像”。实际上，发光点放在凹透镜的一个焦点上是能够成像的。由 $\frac{1}{u}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f}$ 并注意到 f 为负值，$u=-f$，可得 $v=\frac{f}{2}$（为负值）。所以，在题给条件下，能成虚像，像和发光点位于凹透镜的同一侧，且像到凹透镜的距离 $|v|=\frac{|f|}{2}$。

3．一始终与玻璃凹透镜主光轴垂直的线状物体在空气中，从距玻璃凹透镜很远处向此透镜移近，其像的长度如何变化

不少人将“像长如何变化”与“像长跟物长相比较哪个长”相混淆，答曰：“因空气中实际物体经玻璃凹透镜总是成缩小的虚像，故像的长度不断缩短。”事实情况是像不断增长。由 $\frac{1}{u}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f}$ 可得 $v=\frac{uf}{u-f}=\frac{-u|f|}{u+|f|}$ $m=\frac{|v|}{u}=\frac{|f|}{u+|f|}$。由于 $|f|$ 总是小于 $(u+|f|)$，因此放大率 m 总不能大于或等于 1，即像总比物短。但我们应注意到，物体向凹透镜移近（u 减小）过程中，由 $m=|f|/\ (u+|f|)$ 可知，m 增大，而 $m=h'/h$，物长 h 未变，故像长 h' 增大。请读者自行作图验证一下上述结论。

4．一玻璃凹透镜放在空气中，是否在任何情况下都是成虚像

相当多的人的答案是：“是的”。这些人考虑问题欠全面。如图所示，一会聚光束射向凹透镜，在会聚于 S 点之前遇到了凹透镜。经凹透镜折射，却可以成实像 S'（因 S' 是实际

光线的交点，故 S' 是实像)。需要指出的是，这种情况下，凹透镜对光线仍起发散作用，并未起会聚作用。

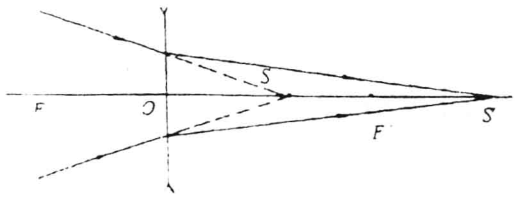


图 5－218

总而言之，一玻璃凹透镜放在空气中，对实物一定成虚像，对于会聚光束，则不一定成虚像。

用类比法解光学综合题

类比是对两类具有相同或相似属性的事物进行对比，从一类事物的某些已知特性出发，推测另一类事物也具有相应特性的一种逻辑推理方法。这种方法不仅在物理研究、探索中有着重要的作用，而且也是物理学习常用的一种方法。下面用类比法解答一类光学综合题，供读者学习参考。

例 1　a、b 是两束频率不同的单色平行光束，它们从空气斜射入水中时，分别发生折射，如图 5－219 所示。若折射角 $\alpha>\beta$，则下列判断正确的是（　　）。

(A) 水对光束 a 的折射率较大；

(B) 光束 a 在水中的传播速度较大；

(C) 光束 a 在水中的波长较短；

(D) 光束 a 中光子能量较小。

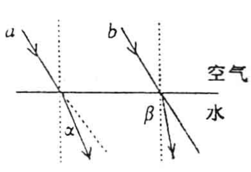


图 5－219

分析与解　这是一道涉及几何光学物理光学知识的综合题。按照常规思维方法，演绎推理如下：根据折射定律，在入射角相同的情况下，由于光束 a 的折射角较大，因此，水对光束 a 的折射率较小，即 $n_a<n_b$，A 项错误；其次，由于各种色光在真空（或空气）中的速度都相等，由折射率与光速的关系式 $v=\frac{c}{n}$ 及 $n_a<n_b$ 可知，光束 a 在水中的传播速度较大，B 项正确。又因为水对光束 a 的折射率较小，因此光束 a 的频率较低，即 $\nu_a<\nu_b$，由光在水中波长的表达式：$\lambda=\frac{v}{\nu}=\frac{c}{n\cdot\nu}$，可得 $\nu_a>\nu_b$，故 C 项错误。最后，根据光子说，光子的能量 $E=h\cdot\nu$、由于光束 a 的频率较低，所以光束 a 中光子的能量较小。D 项正确。因此本题正确答案应选 B、D。

显然，上述推理过程环节多，环环相扣，任何一环出错都会得出错误的结论。特别是折射率与频率（或波长）之间的关系，缺少解析关系式做依托，只能靠识记来推理，常使不少学生感到棘手。下面用类比法解答本题。

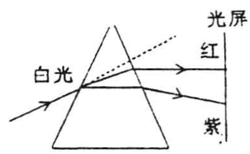


图 5－220

若将本题与一束白光通过三棱镜发生色散的图景（图 5－220）对比，发现二者有许多相同点。白光是由各种单色光组成的复色光，各种单色光以相同的入射角射入三棱镜时产生的折射角不同，通过棱镜后偏折角度也不同，故同一棱镜材料对不同色光的折射率不同。以红光和紫光相比较、红光的折射角较大、偏折角较小、棱镜对红光的折射率较小、红光在棱镜中的传播速度较大（$v=\frac{c}{n}$）。另据物理光学知识：红光的频率比紫光小、波长比紫光长、光子的能量比紫光小。

根据题意，本题光束 a 射入水中的折射角较大、偏折角较小，可与白光色散后的红光类比，光束 b 可与白光色散后的紫光类比。由此不难得出：本题正确答案应选 B、D。

例 2　一束由频率为 ν_1、ν_2、ν_3 的单色光组成的复色光，已知 $\nu_1>\nu_2>\nu_3$，在真空中传播时，它

们的传播速度 v_1、v_2、v_3 间的关系是：____；在某种介质中传播中，它们的传播速度 v'_1、v'_2、v'_3 间的关系是：________。

解：因为各种色光在真空中的传播速度都相等，故 $v_1=v_2=v_3$。在某种介质中传播时，仿照上题，可将频率为 v_1、v_2、v_3 的单色光（$v_1>v_2>v_3$）分别与白光色散后的紫光、蓝光、红光类比，不难得出：$v'_1<v'_2<v'_3$。

测凸透镜焦距的十种方法

1. 平行光会聚法

让太阳光垂直射到凸透镜上，沿着主轴方向移动凸透镜。当太阳光经凸透镜折射后会聚于地面上一点 F 时，测出 F 点到凸透镜的距离，即为该凸透镜的焦距 f。

2. 公式法

在凸透镜前放一点燃的蜡烛，移动透镜另一侧的光屏，使光屏上成一清晰的像。。测出物距 u 和像距 v，利用透镜成像公式计算出焦距。

3. 等大实像法

在凸透镜前适当位置放一点燃的蜡烛，移动凸透镜另一侧的屏，使光屏上成一清晰的等大的像，测出蜡烛到屏的距离 l，则该透镜的焦距 $f=\frac{1}{4}l$。

4. 共轭法

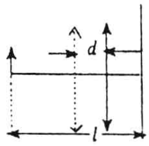


图 5－221

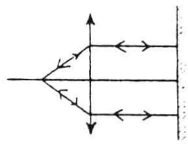


图 5－222

如图 5－221 所示，在相距为 l 的蜡烛和光屏间放一凸透镜（使 l 大于估计的 $4f$）。沿主轴方向移动凸透镜，测出算上成两次清晰的像时，透镜两位置间的距离、用公式 $f=\frac{l^2-d^2}{4l}$ 计算出凸透镜的焦距。

5. 平面镜补助法

如图 5－222 所示。将平面镜放在与凸透镜的主轴垂直的位置，在凸透镜前主轴上放一发光点，使物点发出的光经凸透镜折射，平面镜反射，再经凸透镜折射后恰会聚在物点，测出物点到凸透镜的距离就是该凸透镜的焦距。

6. 凸透镜补助法

如图 5－223 所示，使待测焦距的凸透镜与已知焦距为 f_2 的凸透镜的主轴重合，在待测焦距的凸透镜前垂直于主轴放一开有直径为 α 的圆孔的板。让太阳光经圆孔垂直的射到待测焦距的凸透镜上，调节两透镜之间的距离，当沿着主轴方向移动光屏时，如在光屏上得到的光斑的大小不变，测出两透镜间的距离 d，则待测凸透镜的焦距 $f_1=d-f_2$。

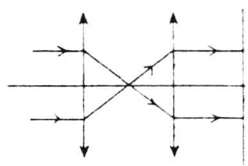


图 5－223

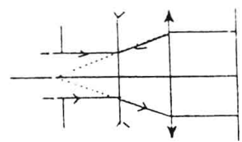


图 5－224

7. 凹透镜补助法

如图 224 所示，使待测焦距的凸透镜与已知焦距为 f_1 的主轴重合，在凹透镜前放一开有直径为 α 的圆孔的板，在凸透镜右侧垂直于主轴放一光屏，让太阳光通过圆孔垂直射到凹透镜上，调节两透镜间的距离，使光屏沿着主轴方向移动时，在光屏上得到的光斑的大小不变，测出这时两透镜间的距离 d、则该凸透镜的焦距 $f_2=d+|f_1|$。

8. 二次等大光斑法

如图 5－225 所示，在凸透镜垂直于主轴放一开有直径为 α 的圆孔的板，让太阳光通过圆孔垂直射到凸透镜上。沿着主轴方向移动光屏，测出在屏上成两次等大的光斑时屏的位置到凸透镜的距离 l_1 和 l_2 则该凸透镜的焦距

$f=\dfrac{l_1+l_2}{2}$。

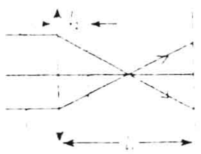


图 5－225

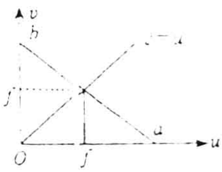


图 5－226

9. 直角坐标法

利用凸透镜做一次成像实验，测出物距 $u=a$ 的像距 $v=b$，以 a 和 b 分别为横坐标和纵坐标上的截距画一条直线，该直线与直线 $v=u$ 交点的纵坐标和横坐标值必相等，且等于 f_0。如图 5－226 所示。

10. 几何法

利用凸透镜做一次成像实验，测出物距 u 和像距 v。以任意的长度画线段 bd，如图 5－227 所示。分别过 b、d 两点作 bd 的垂线 ab 和 cd，使 $ab=u$，$cd=v$。分别连接 ad 和 bc，两直线交于一点 O。过 O 点作 bd 的垂线，交 bd 于 e，测出 oe 的长度，即为凸透镜的焦距。

附第十种方法的证明：

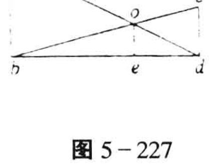


图 5－227

设：$be=A$，$ed=B$，

$\because$ 及 $\triangle abd \backsim \triangle oed$，$\triangle cdb \backsim \triangle Oeb$

$\therefore \dfrac{f}{u}=\dfrac{B}{A+B}$，$\dfrac{f}{v}=\dfrac{A}{A+B}$

以上两式相加得：

$\dfrac{f}{u}+\dfrac{f}{v}=1$，即：$\dfrac{1}{u}+\dfrac{1}{v}=\dfrac{1}{f}$。

证毕。

透镜成像作图疑难问题导析

透镜成像作图是从平行光通过镜的实验中总结出三条特殊光线，然后又应用到透镜成像作图中去的。教材对透镜成像后，物、像、光三者关系没有进行深入，详细的总结，所以不少学生对光学作图中的逆向思维题及较高层次的光学作图题感到困难，这里仅就教学中常见的疑难问题分类导析。

1. 物体发出的光经透镜折射后全部过像点，抓住这一点，灵活运用虚拟光线，虚设物体、虚长透镜可以使作图方法化繁为简。

例 1 图中画了凸透镜的主光轴，光心焦点，发光点 S 以及遮光板 AB，请用作图法画出能看到发光点 S 的像的范围。

分析： 遮光板 AB 的存在对像的位置没有影响，故可虚拟透过遮光板的光线来确定像点 S' 的位置，经透镜折射后的光均过像点，从而找出可见像的范围。具体作图步骤如下：（如图 5－228 所示）

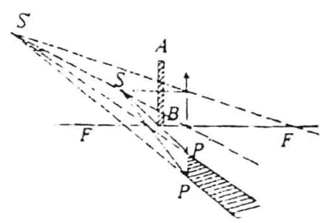


图 5－228

先作透过遮光板的 S 的成像光路，得像 S'。连接 $S'P$ 并反向延长，即为入射光线 SP 的反射线，连结 SB 并延长与透镜相交于 P'，连结 $S'P'$ 并反向延长，$S'P'$ 的延长线即为入射光 SP' 的出射线，两条出射光线所夹的阴影部份即为所求的范围。

例 2 图中画了一凹透镜的主轴、光心和焦点，请用作图法画出图示的一条入射光线 SA 经凹透镜折射后的出射光线。

分析： 可用虚拟物体法设想入射光 SA 上有一发光点 S，利用特殊光线作图可找出像点 S'，SA 过物点，相当于物点 S 发出的光，所以折射后应过像点 S'。作图步骤如下：

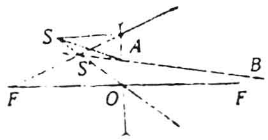


图 5－229

点在 SA 上取一点 S，再作 S 成像光路得像 S'，AB 即为所求。连 $S'A$ 并延长至 B。

例 3　透镜、主光轴、焦点、光心，物体 AB 位置如图 5－230，请用作图法画出物体 AB 的成像光路。

分析： B 点位于主光轴上，无法利用特殊光线作图，借助于物点 A 与像点 A' 光线之间的关系，虚长

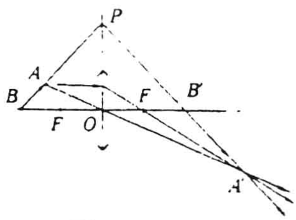


图 5－230

透镜，可找出 B 点的像是 B'，作图步骤如下：先作出 A 点的成像光路，得像点 A'，虚长透镜如图 3。从 B 点过 A 点作入射光 BA 交虚透镜于 P，连结 PA' 交主光轴于 B'，B' 即为 B 的像，连 $A'B'$ 即为所求。

2. 物像连线过光心，找出这一点，可以用来确定光心位置，可用来确定物点及像点位置也可用来进行某些判定。

例 4　如图 5－231，MN 是透镜的主光轴，O 是透镜的光心，开始时，将一物点 S 放于某点 A 经透镜成一放大率为 1 的像 S_1，再将 S 移到另一点 B，又经透镜成一像 S_2，试确定透镜的焦点，透镜的种类和 A、B 点的位置。

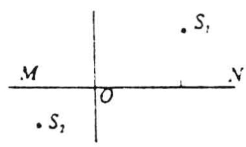
解： 只有凸透镜才能得到放大率为 1 的像，故该透镜为凸透镜，且物点 A 和像点 S_1 均位于二倍焦距处。过 S_1O 作射线，在其上取一点 A 使得 $OA = OS_1$，A 点即为开始时物体位置。从 S_1 作主光轴垂线，垂足即为二倍焦距处，进而确定 F 位置。

物体移到另一点 B 后成像在 S_2，由于物像连线过光心，故 B 点应位于直线 S_2O 上。若 S_2 为虚像，则物像同侧，B 位于 S_2O 上，若 S_2 为实像，则物像异侧，B 应位于 S_2O 的延长线上。

节　S_2 为虚像的作图步骤是：连结 S_2F，交透镜于 C，过 C 点作平行于主光轴的直线 CB_1，交 S_2O 于 B_1，B_1 即为物体位置。

S_2 为实像的作图步骤是：从 S_2 作平行于主光轴的直线 S_2D 交透镜于 D、连结 DF 并延长，与 S_2O 的延长线交于 B_2，B_2 即为成实像时的物体位置。

例 5　图 5－233 中，MN 为主光轴，O 为透镜光心，入射光线 AB，CD 分别折射如图 5－233。请你判定这种情况是否存在？



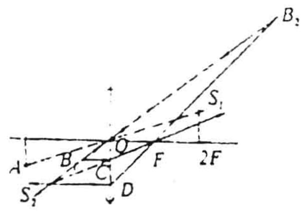
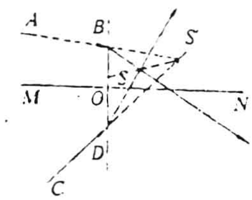


图 5－231　　图 5－232



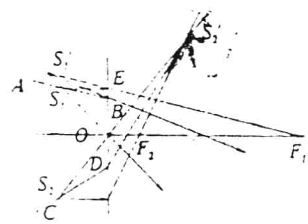


图 5－233　　图 5－234

解： 判定步骤，延长 $ABCD$ 交于 S'，由光路的可逆性知，若将物体置于 S 必成虚像于 S'，根据物像连线所在的直线是否过光心，即可判定这种情况是否可能。现 SS' 的连线不过光心，故不可能。

另外，也可以虚设物体，根据两入射光线的出射情况，用作图法分别确定透镜的焦点，若两次确定的焦点重合，则可能，不重合则不可能。判定步骤如下：

在 AB 上取一点 S_1，连 S_1 与光心 O，与 AB 的出射光线共同确定 S_1 的像点 S'_1，从 S_1 作主轴的平行光线 AE，根据折射光线要过像点 S'，确定透镜的焦点位于 F_1。同理在光线 CD 上虚设物体 S_2，进而确定透镜的焦点位于 F_2。F_1 与 F_2 不重合，故不可能。

例 6　如图 5－235 所示，垂直于凸透镜主光轴放置的标尺 AB，隔着凸透镜在 S 处的眼睛能看清标尺 AB 的部分刻度，试用光路作图法求出能被眼睛看到