



普通高等院校电子信息类应用型规划教材

数字信号处理

——原理、实现及应用

张立材 王 民 高有堂 主编

SHUZI XINHAO CHULI

YUANLI SHIXIAN JI YINGYONG



北京邮电大学出版社
www.buptpress.com



普通高等院校电子信息类应用型规划教材

数字信号处理——原理、实现及应用

张立材 王 民 高有堂 主 编



北京邮电大学出版社
[www. buptpress. com](http://www.buptpress.com)

内 容 简 介

本书是系统讲述数字信号处理的基本原理、实现及应用的教材。本书主要讲述时域离散信号与系统的基本概念及时域和频域分析方法,重点讨论离散傅里叶变换及其快速算法、数字滤波器的基本概念与理论、数字滤波器的设计与实现方法,介绍模拟信号和数字信号处理的原理和方法、有关多采样率数字信号处理的基本理论和高效实现方法、数字信号处理的典型应用,结合各章例题和习题介绍 MATLAB 信号处理工具箱函数。

本书适合作为高等学校电子信息类专业和相近专业本科生的教材,也可作为相关专业科技人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理:原理、实现及应用/张立材,王民,高有堂主编. —北京:北京邮电大学出版社,2011.5
ISBN 978-7-5635-2601-7

I. ①数… II. ①张…②王…③高… III. ①数字信号处理—高等学校—教材 IV. ①TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 033338 号

书 名: 数字信号处理——原理、实现及应用

著作责任者: 张立材 王 民 高有堂

责任编辑: 刘春棠

出版发行: 北京邮电大学出版社

社 址: 北京市海淀区西土城路 10 号(邮编:100876)

发 行 部: 电话:010-62282185 传真:010-62283578

E-mail: publish@bupt.edu.cn

经 销: 各地新华书店

印 刷: 北京忠信诚胶印厂

开 本: 787 mm×1 092 mm 1/16

印 张: 20

字 数: 480 千字

印 数: 1—3 000 册

版 次: 2011 年 5 月第 1 版 2011 年 5 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5635-2601-7

定 价: 36.00 元

· 如有印装质量问题,请与北京邮电大学出版社发行部联系 ·

前 言

随着信息科学和计算技术的迅速发展,数字信号处理理论与应用也得到了飞速发展,逐渐成为一门极其重要的学科,获得广泛应用并成为大专院校相关专业的一门必修课程。

由于数字信号处理的内容广泛,理论复杂,本书力求突出基本原理、基本概念与基本分析方法的介绍,力求清楚分析、叙述问题。同时,为满足国家无线电技术与信息系统教材编委会制定的教学大纲的要求以及篇幅的限制,教材内容选取坚持少而精的原则。为此本书在教学内容上作了如下安排:对于傅里叶变换和 z 变换等成熟的信号处理理论,教学重点仍是其物理概念和定义。其中离散傅里叶变换(DFT)的计算问题重点突出快速傅里叶变换(FFT)基本算法的原理和使用方法,不拘泥于各种 FFT 算法的讨论。对于数字滤波器,重点放在设计原理与方法上。为使有关信号处理的理论更方便地应用于实践,引入 MATLAB 进行设计与分析,使得一些很难理解的抽象理论得到直观演示解释,以解决各种复杂问题的分析与计算难题。

本书共分 8 章,第 1 章介绍数字信号处理的概念及应用;第 2 章是学习和应用数字信号处理的理论基础内容,主要介绍时域离散信号与系统时域分析和变换域分析的基本理论;第 3 章介绍离散傅里叶变换及其快速算法和应用等;第 4 章介绍数字信号处理系统的结构,滤波的概念以及一些特殊滤波器的概念和特点;第 5 章以介绍模拟滤波器的设计原理为基础,介绍 IIR 数字滤波器的设计方法;第 6 章介绍 FIR 数字滤波器的主要特点和设计方法;第 7 章介绍多采样率数字信号处理的基本原理、采样率变换系统的实现方法和高效实现网络结构等;第 8 章主要讨论数字信号处理中的算法实现及实现中涉及的问题。

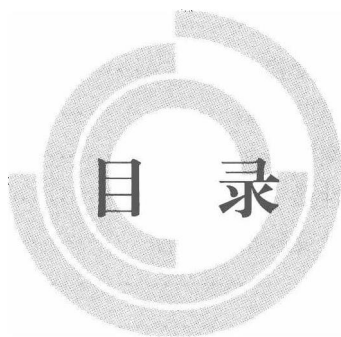
本书的先修课程是工程数学、信号与系统、数字电子技术、微机原理等。

本书参考教学时数为 60 课时。如果已先修“信号与系统”课程,建议不讲第 1 章和第 2 章,教学时数减少为 40 课时左右。少学时教学也可以不讲第 7 章,有选择地讲第 8 章。对相关专业大专类学生,只讲前 6 章的参考学时数为 50 学时。

本书由张立材、王民、高有堂主编,第 1 章和第 2 章由张立材编写,第 3 章由王民编写,第 4 章和第 8 章由高有堂编写,第 5 章和第 6 章由李鉴编写,第 7 章由王燕妮编写,各章习题由王稚慧编写。参加本书编写的还有狄静静、杨晓静、冀维臻、张晓彤等。

由于编者水平所限,书中难免存在不足之处,欢迎广大读者指正,以使本教材进一步完善。

编 者



第 1 章 离散时间信号与系统	1
1.1 信号和信号处理	1
1.1.1 信号的特征与分类	2
1.1.2 典型的信号处理运算	3
1.2 时域离散信号	7
1.2.1 时域离散信号的表示方法	7
1.2.2 典型的时域离散信号	9
1.2.3 周期序列	11
1.2.4 离散序列的时域运算	13
1.2.5 任意序列的单位脉冲序列表示	18
1.3 时域离散系统	19
1.3.1 线性时不变离散系统	19
1.3.2 线性时不变离散系统输出与输入的关系	22
1.3.3 系统的因果性和稳定性	25
1.4 常系数线性差分方程	29
1.4.1 N 阶线性时不变系统的差分方程描述	29
1.4.2 线性常系数差分方程的递推解法	30
1.4.3 用 MATLAB 求解差分方程	31
1.5 模拟信号数字化处理方法	32
1.5.1 时域采样	33
1.5.2 采样在频域中的效应	33
1.5.3 模拟信号的恢复	37
小结	39
思考题	40
练习题	41

第 2 章 时域离散信号的频域分析	44
2.1 时域离散信号的傅里叶变换	44
2.1.1 时域离散信号傅里叶变换的定义	44
2.1.2 周期信号的离散傅里叶级数	46
2.1.3 周期信号的傅里叶变换表示	47
2.1.4 序列傅里叶变换的性质	50
2.1.5 时域离散信号傅里叶变换的对称性	52
2.2 时域离散信号的 z 变换	56
2.2.1 z 变换的定义	56
2.2.2 z 变换的收敛域	56
2.2.3 序列 z 变换与其傅里叶变换之间的关系	60
2.2.4 z 逆变换	61
2.2.5 z 变换的性质	66
2.3 时域离散系统的系统函数与系统频率特性	72
2.3.1 系统的传输函数与系统函数	72
2.3.2 利用系统函数分析系统的因果稳定性	73
2.3.3 用 z 变换计算系统的输出响应	76
2.3.4 用系统函数的零极点分布分析系统的频率特性	81
2.4 时域离散信号的 z 变换与拉普拉斯变换、傅里叶变换的关系	85
小结	87
思考题	88
练习题	89
第 3 章 离散傅里叶变换	94
3.1 离散傅里叶变换的定义	94
3.1.1 离散傅里叶变换的定义	94
3.1.2 离散傅里叶变换与傅里叶变换、 z 变换、离散傅里叶级数的关系	95
3.2 离散傅里叶变换的性质	98
3.3 频率域采样	105
3.4 快速傅里叶变换	107
3.4.1 直接计算离散傅里叶变换的问题及改进的途径	107
3.4.2 按时间抽取基 2-FFT 算法	108
3.4.3 按频率抽取基 2-FFT 算法	115
3.4.4 离散傅里叶逆变换的快速计算方法	116
3.5 离散傅里叶变换的应用	116
3.5.1 用离散傅里叶变换计算线性卷积	117

3.5.2 用离散傅里叶变换对信号进行谱分析	119
小结	121
思考题	121
练习题	122
第4章 数字滤波器的算法结构	128
4.1 数字滤波器的基本概念	128
4.2 时域离散系统的实现	129
4.2.1 系统分类	129
4.2.2 系统结构的信号流图表示	130
4.3 IIR 系统的基本结构	131
4.3.1 直接型	131
4.3.2 转置型	132
4.3.3 级联型	133
4.3.4 并联型	134
4.4 FIR 系统的基本结构	135
4.4.1 直接型	135
4.4.2 级联型	136
4.4.3 线性相位型	137
4.4.4 频域采样型	137
4.4.5 快速卷积法	143
4.5 格形网络	144
4.5.1 全零点型	144
4.5.2 全极点型	146
4.5.3 零极点型	148
4.6 特殊滤波器	149
4.6.1 全通滤波器	149
4.6.2 数字谐振器	150
4.6.3 数字陷波器	152
4.6.4 最小相位滤波器	153
4.6.5 梳状滤波器	155
4.6.6 正弦波发生器	156
4.6.7 数字信号处理系统结构的计算复杂度	157
小结	157
思考题	157
练习题	158
第5章 IIR 数字滤波器的设计	160
5.1 模拟滤波器设计	160

5.1.1	模拟滤波器的技术指标	160
5.1.2	巴特沃思低通滤波器设计	162
5.1.3	切比雪夫滤波器设计	169
5.1.4	椭圆滤波器设计	175
5.1.5	贝塞尔滤波器设计	178
5.1.6	常用模拟滤波器的比较	178
5.1.7	模拟滤波器的频率变换	179
5.2	IIR 数字滤波器设计	185
5.2.1	脉冲响应不变法	186
5.2.2	双线性变换法	192
5.2.3	低通、高通、带通及带阻 IIR 数字滤波器的设计	199
5.2.4	IIR 数字滤波器的频率变换	205
	小结	208
	思考题	208
	练习题	209
第 6 章	FIR 数字滤波器的设计	212
6.1	线性 FIR 数字滤波器的特点	212
6.1.1	FIR 数字滤波器的线性相位条件	212
6.1.2	FIR 数字滤波器的幅度特性	215
6.1.3	FIR 数字滤波器的零点分布特点	218
6.2	窗函数法设计 FIR 数字滤波器	219
6.2.1	FIR 数字滤波器窗函数设计方法	219
6.2.2	常用窗函数	223
6.2.3	用窗函数法设计 FIR 数字滤波器的 MATLAB 函数	228
6.3	频率采样法设计 FIR 数字滤波器	234
6.3.1	频率采样法设计 FIR 数字滤波器的基本原理	234
6.3.2	频率采样法设计线性相位滤波器的条件	235
6.3.3	逼近误差及其改进措施	236
6.4	等波纹最佳逼近法设计 FIR 数字滤波器	241
6.4.1	等波纹最佳逼近的基本原理	242
6.4.2	remez 和 remezord 函数及其应用	246
6.4.3	FIR 数字微分器设计	247
6.4.4	FIR 希尔伯特变换器设计	249
6.5	IIR 数字滤波器和 FIR 数字滤波器的比较	250
	小结	251
	思考题	252
	练习题	253

第 7 章 多采样率数字信号处理	257
7.1 多采样率数字信号处理的工程需求	257
7.2 按整数因子抽取	258
7.3 按整数因子内插	260
7.4 按有理数因子的采样率转换	262
7.5 多采样率转换滤波器的设计	263
7.5.1 直接型 FIR 滤波器的实现	263
7.5.2 多相滤波器的实现	266
7.5.3 采样率转换系统的多级实现	268
7.5.4 用 MATLAB 设计采样率转换滤波器	272
小结	273
思考题	273
练习题	274
第 8 章 数字信号处理的实现与应用举例	276
8.1 数字信号处理的软件实现	276
8.2 数字信号处理中的有限字长效应	278
8.2.1 数值表示法对量化的影响	279
8.2.2 滤波器系数量化误差	281
8.2.3 模/数转换器的量化误差	283
8.2.4 运算产生的误差	284
8.3 数字信号处理的实现与应用举例	286
8.3.1 在音频信号处理中的应用	286
8.3.2 在图像信号处理中的应用	296
小结	299
思考题	299
练习题	299
附录 MATLAB 信号处理工具箱函数表	302
参考文献	307



第1章

离散时间信号与系统

本章学习信号和信号处理的概念,了解离散时间信号的定义、表示方法以及常用的典型序列;学习有关周期序列的概念,掌握有关序列的移位、翻转、和、积、累加、差分、时间尺度变换、卷积和等运算方法;了解用单位脉冲序列的移位加权 and 表示任意序列的方法、系统的输入输出描述法、与系统有关的因果性和稳定性;熟悉线性时不变系统及其性质,能够用递推法解线性常系数差分方程。

1.1 信号和信号处理

信号是传递信息的函数(或序列),该函数的图像称为信号的波形。信号通常是一个或几个自变量的函数。仅有一个自变量的函数称为一维信号,否则称为多维信号。本书仅研究一维数字信号处理的理论与技术。信号的自变量和函数值的取值有多种形式,通常把信号看做时间的函数,即把时间看做信号的自变量,而把代表其他物理量,如距离、速度、温度、压力、电压、电流等随自变量变化而变化的量称为函数(因变量)。注意在讨论信号的有关问题时,“信号”与“函数(或序列)”两个词常互相通用。

信号在人们的日常生活中扮演着非常重要的角色。生活中经常遇到的信号有语音信号、音乐信号、图像信号和视频信号等。例如,语音信号和音乐信号表示空间上某个点的空气压力,它是时间的函数;黑白图像是光强度的一种表示,它是两个空间坐标的函数;电视中的视频信号由称为帧的图像序列组成,是一个有三个变量的函数,包括两个空间坐标和一个时间坐标。

大多数信号都是自然产生的,也可以通过人工合成或计算机仿真产生。

信号携带着信息,各类信号只有经过一定的处理才能具有实用价值。信号处理就是对信号进行分析、变换、综合、识别等加工,以达到提取有用信息和使其便于利用的目的。信息提取的方法取决于信号的类型以及信号中信息的性质。如果处理的设备用模拟部件,则称为模拟处理,模拟信号处理的英文缩写为 ASP。如果系统中的处理部件用数字电路,信号也是数字信号,则这样的处理方法称为数字处理,数字信号处理的英文缩写为 DSP,是用数值计算的方法对信号进行处理的一门科学。如果需要,数字信号和模拟信号可以相互转换。

信号处理涉及信号的数学表示,以及用以提取存在信息所执行的算法。信号可以用自变量的原始域中的基本函数表示,或者用变换域中的基本函数表示。同样,信息提取处理可以在信号的原始域或变换域中进行。

1.1.1 信号的特征与分类

通常根据自变量的特征以及函数的定义域,将信号定义成不同的类型。根据信号的自变量是连续的或离散的,相应定义信号是连续信号或离散信号。信号可以是一个实值函数或一个复值函数。

根据信号来源的多少,可以定义一个信号源产生的信号为一维信号或标量信号;由多个源产生的信号为多维信号或向量信号。向量信号也称为多通道信号。

日常生活中接触最多的是语音信号和图像信号。语音信号是以时间为自变量的一维(1-D)信号的典型例子,而图像信号是二维(2-D)信号的典型例子。例如,照片等图像信号是以两个空间变量为自变量的。黑白视频信号的每一帧是空间的两个离散变量的函数,它是一个二维图像,而每一帧是在离散时间上按顺序出现的信号。因此,黑白视频信号是以两个空间变量和一个时间变量为自变量的三维(3-D)信号。常见的彩色视频信号则是由表示红、绿、蓝(RGB)三原色的三个三维信号组成的三通道信号。

在指定自变量上的信号的值称为信号的幅度。习惯上把幅度随着自变量的变化称为波形。

通常把时间作为自变量,若自变量是连续的,则该信号称为连续时间信号(或时域连续信号)。若自变量是离散的,则该信号称为离散时间信号(或时域离散信号)。连续时间信号定义在每个时刻,而离散时间信号定义在离散时刻。因此,一个离散时间信号实质上是一个数字的序列。

在规定的连续时间范围内,信号的幅值可以取连续范围内的任意值,或者说具有连续幅值的连续时间信号称为模拟信号。在日常生活中会经常遇到的多为模拟信号,通常以自然方式产生。语音信号就是模拟信号的一个典型例子。用有限个数字表示的离散幅值的离散时间信号称为数字信号,即数字信号是自变量取离散值,其幅度也被量化且被编码的离散时间信号。与数字信号一样,自变量取离散值,但具有连续幅值的离散时间信号称为采样数据信号(有时也称为采样信号)。从这个意义上可以说数字信号是量化的采样数据信号。另外,具有离散振幅值的连续时间信号称为量化阶梯信号。这四种类型的信号如图 1-1 所示。

常用的表示信号的方法有公式法、图示法和集合法。用公式法表示信号的特点是从数学表达式中可以清楚地看到它的函数关系。一维连续时间信号的自变量通常用 t 表示。而对于一维离散时间信号,离散的自变量通常用 n 表示。例如, $x(t)$ 表示一个一维连续时间信号,而 $x(n)$ 表示一个一维离散时间信号。离散时间信号中的每个成员 $x(n)$ 称为样本。离散时间信号一般是通过对原始的连续时间信号以相同的时间间隔采样产生的。用图示法表示信号的特点是比较直观,用集合法表示信号的特点是便于数据的存储和用计算机进行分析。图示法和集合法的缺点相似,即都不便于用数学工具进行分析。

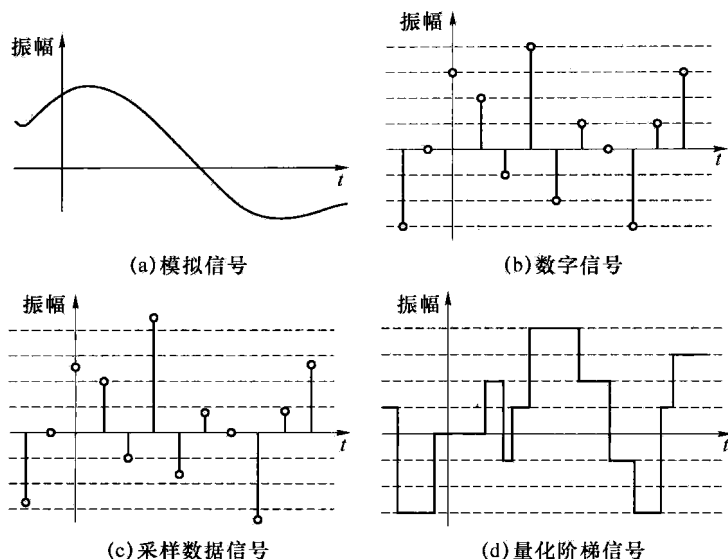


图 1-1 四种类型的信号

二维连续时间信号的两个自变量是空间坐标,通常用 x 和 y 表示。例如,黑白图像的强度可以表示为 $u(x,y)$ 。彩色图像由表示红、绿、蓝三原色的三个信号组成,其强度可以表示为

$$\mathbf{u}(x,y) = \begin{bmatrix} r(x,y) \\ g(x,y) \\ b(x,y) \end{bmatrix}$$

目前大量使用的计算机图像(灰度数字图像)是二维离散信号,它的两个自变量通常用离散化的空间变量 m 和 n 描述,数字图像通常用 $v(m,n)$ 表示。黑白视频序列是三维信号,可以用 $u(x,y,t)$ 表示,这里 t 表示时间变量, x 和 y 分别表示两个空间变量。彩色视频信号是向量信号,可以用红、绿、蓝三原色的三个信号表示。

信号的分类不限于上述方法,还可以根据信号的其他特征进行。例如,根据信号是否有唯一确定的描述对信号进行分类,由一个完全定义的过程(如通过一个数学表达式或规则,或通过查找表)来确定的信号称为确定信号;反之,由随机方式产生且不能在时间上预测的信号称为随机信号。本书主要涉及离散时间的确定信号的处理。由于实际的离散时间系统是用有限字长来存储信号并用数学运算的方法对信号进行处理的,所以需要分析有限字长效应对离散时间系统性能的影响。因此,将某些信号表示为随机信号,用统计的方法进行分析会比较方便。

1.1.2 典型的信号处理运算

如前所述,信号处理就是对信号进行分析、变换、综合、识别等加工,以达到提取有用信息和使信号便于利用的目的。模拟信号的处理通常都在时域进行,离散时间信号的处理既可以在时域进行,也可以方便地在频域进行。但不论何种情况,信号处理所需的运算是通过

一些基本运算的组合来实现的。值得注意的是,尽管在某些应用中,这些运算可以离线实现,但它们的实现通常是实时的或准实时的。下面介绍典型的信号处理运算。

1. 时域的基本运算

时域中三个最基本的信号运算是乘、延时和相加。

乘运算是将信号与一个正的或负的常数相乘,也称标乘。例如,若 $x(t)$ 是一个模拟信号,则乘运算产生信号 $y(t) = ax(t)$,其中 a 是标乘常数。习惯上将标乘常数的幅度大于 1 的运算称为放大,标乘的常数称为增益;而将标乘常数的幅度小于 1 的运算称为衰减。

延时运算产生一个原信号延时后的复制信号。例如, $y(t) = x(t - t_0)$ 是 $x(t)$ 延时 t_0 后的信号,其中 t_0 通常被假定为一个正数。若 t_0 是负数,则对应的运算是一个超前运算。

许多应用需要通过两个或多个信号的运算来生成一个新信号。例如, $y(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t)$ 是三个模拟信号 $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ 和 $x_3(t)$ 通过相加产生的信号。而两个信号 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的相乘则产生信号 $z(t) = x_1(t)x_2(t)$ 。

除此之外,还有两个基本运算,即积分和微分。模拟信号 $x_1(t)$ 的积分生成信号 $y(t) = \int_{-\infty}^t x_1(t) dt$,而 $x_1(t)$ 的微分得到信号 $w(t) = dx_1(t)/dt$ 。

通过两个或多个基本运算的组合可以实现更为复杂的信号运算。例如,连续时间信号 $x(t)$ 的连续傅里叶变换(Fourier Transform, FT) $X(j\Omega)$ 定义为

$$X(j\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\Omega t} dt \quad (1-1)$$

$X(j\Omega)$ 称为 $x(t)$ 的频谱。

2. 滤波

滤波的主要目的是根据指定的要求改变组成信号的频率成分,它是运用最广泛的复杂信号处理运算之一。实现滤波运算的系统称为滤波器。

设用冲激响应 $h(t)$ 来表示滤波器,则滤波器对应于输入 $x(t)$ 的输出 $y(t)$ 可以用卷积积分描述为

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t - \tau) x(\tau) d\tau \quad (1-2)$$

这里假设在输入信号作用时滤波器是零初始条件的松弛状态。在频域中,上式可表示为

$$Y(j\Omega) = H(j\Omega) X(j\Omega) \quad (1-3)$$

式中, $Y(j\Omega)$ 、 $X(j\Omega)$ 和 $H(j\Omega)$ 分别为 $y(t)$ 、 $x(t)$ 和 $h(t)$ 的连续时间傅里叶变换。

滤波器允许通过的频率范围称为通带,被滤波器阻止通过的频率范围称为阻带。一般将滤波器分为低通滤波器、高通滤波器、带通滤波器、带阻滤波器、陷波滤波器、梳状滤波器等。低通滤波器允许低于某个特定频率 f_p (称为通带截止频率) 的所有低频成分通过,并阻止所有高于 f_s (称为阻带截止频率) 的高频成分通过。与低通滤波器相对应,高通滤波器允许所有高于某个通带截止频率 f_p 的高频成分通过,并阻止所有低于阻带截止频率 f_s 的低频成分通过。带通滤波器允许两个通带截止频率 f_{p1} 和 f_{p2} 之间的所有频率成分通过,其中 $f_{p1} < f_{p2}$,并阻止所有低于通带截止频率 f_{p1} 和高于通带截止频率 f_{p2} 的频率成分通过。带阻滤波器与带通滤波器相对应,阻止两个阻带截止频率 f_{s1} 和 f_{s2} 之间的所有频率成分通过,允

许所有低于通带截止频率 f_{s1} 和高于通带截止频率 f_{s2} 的频率成分通过。图 1-2(a)显示了一个由频率分别为 50 Hz、100 Hz 和 200 Hz 的三个正弦成分组成的信号。图 1-2(b)~(e)显示了上面四种类型的滤波运算经适当选择截止频率后得到的结果。

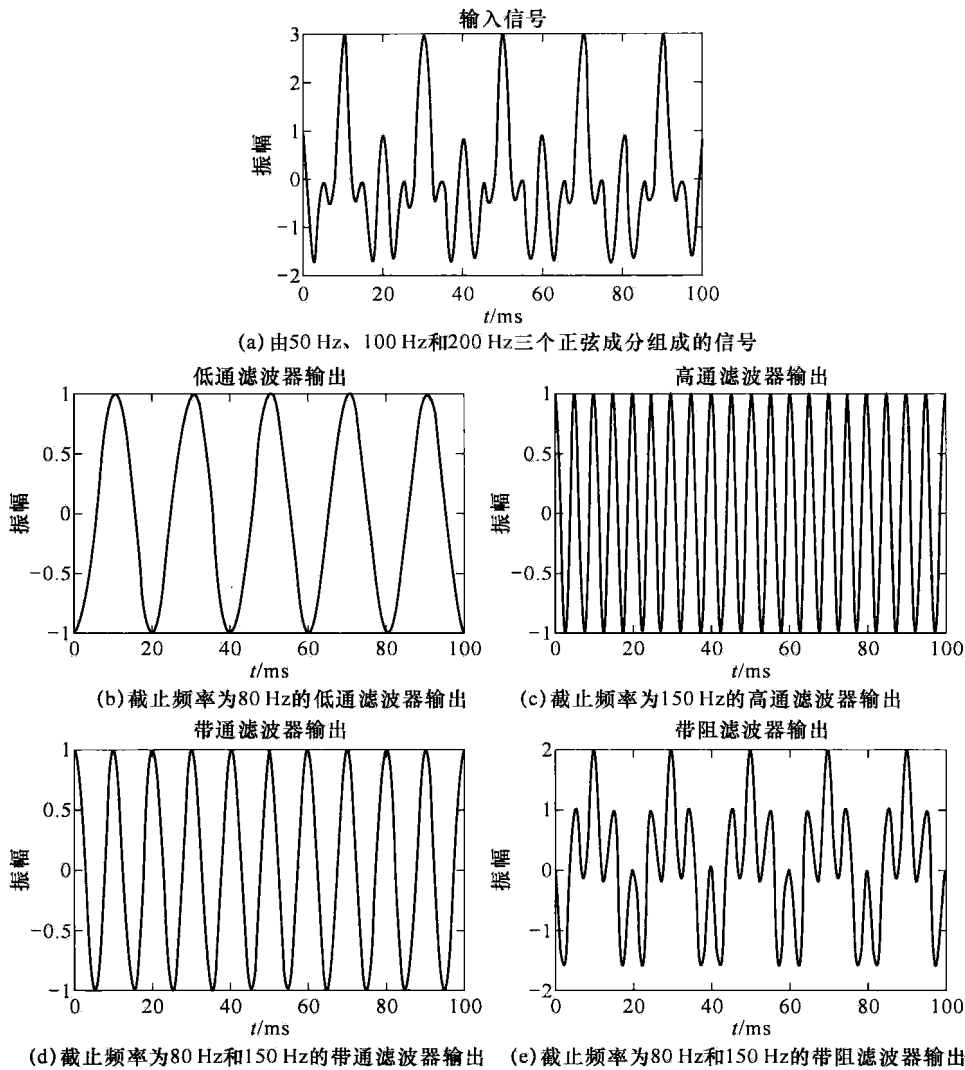


图 1-2 由三个正弦成分组成的信号及其经四种类型的滤波运算后得到的结果

陷波滤波器是用来阻止单个频率分量的带阻滤波器。有多个通带和多个阻带的滤波器称为多频带滤波器。梳状滤波器就是用来阻止某个低频的整数倍频率成分的多频带滤波器。

例如,在我国由电力线辐射的电磁场产生的噪声表现为污染期望信号的一个 50 Hz 的正弦信号。从被污染的信号恢复出期望信号的一种有效方法是通过陷波频率为 50 Hz 的陷波器。另一种常见情况是应用中期望的信号占据从直流(DC)到某个频率 f_L 的低频带,并被一个频率成分大于 f_H 的高频噪声污染,其中 $f_H > f_L$ 。这时可以将被噪声污染的信号通

过一个截止频率为 f_c 的低通滤波器来恢复期望信号,其中 $f_L < f_c < f_H$ 。

3. 复数信号的产生方法

从数学角度看,信号可以是实数值信号或者复数值信号。显然,所有自然产生的信号都是实数值信号。在工程实际应用中,常常需要由具有更多期望性质的实数信号来构成复数信号。

实数信号通过数学运算可以产生复数信号,其方法有多种。例如,通过希尔伯特变换器可以产生复数信号,该变换由如下冲激响应 $h_{HT}(t)$ 描述:

$$h_{HT}(t) = \frac{1}{\pi t} \quad (1-4)$$

其傅里叶变换 $H_{HT}(j\Omega)$ 为

$$H_{HT}(j\Omega) = \begin{cases} -j & \Omega > 0 \\ j & \Omega < 0 \end{cases} \quad (1-5)$$

设实数模拟信号为 $x(t)$,其傅里叶变换为 $X(j\Omega)$ 。实数信号的幅度谱具有偶对称性,而相位谱具有奇对称性。因此,实数信号 $x(t)$ 的频谱 $X(j\Omega)$ 包含了正负频率,于是可以表示为

$$X(j\Omega) = X_p(j\Omega) + X_n(j\Omega) \quad (1-6)$$

式中, $X_p(j\Omega)$ 为 $X(j\Omega)$ 的正频率部分, $X_n(j\Omega)$ 为 $X(j\Omega)$ 的负频率部分。若将 $x(t)$ 通过一个希尔伯特变换器,则其输出 $\hat{x}(t)$ 的频谱 $\hat{X}(j\Omega)$ 可以表示为

$$\hat{X}(j\Omega) = H_{HT}(j\Omega) X(j\Omega) = -jX_p(j\Omega) + jX_n(j\Omega) \quad (1-7)$$

由式(1-7)可以看出, $\hat{x}(t)$ 也是一个实数信号。考虑由 $x(t)$ 与 $\hat{x}(t)$ 的和组成的复数信号 $y(t)$,即

$$y(t) = x(t) + j\hat{x}(t) \quad (1-8)$$

信号 $x(t)$ 和 $\hat{x}(t)$ 分别称为 $y(t)$ 的同相分量和正交分量。 $y(t)$ 的连续时间傅里叶变换则可以表示为

$$Y(j\Omega) = X(j\Omega) + j\hat{X}(j\Omega) = 2jX_p(j\Omega) \quad (1-9)$$

因此,复数信号 $y(t)$ 称为解析信号,它只存在正频率成分。

希尔伯特变换器的一个应用是实现了单边带调制,给出了从实数信号产生解析信号的框图,如图 1-3 所示。

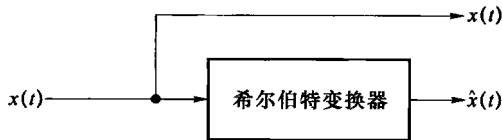


图 1-3 用希尔伯特变换器产生解析信号

除了上述产生复数信号的方法外,更直接的复数信号产生方法是将两个实信号分别作为复数信号的实部和虚部来构成复数信号。复数信号的一个重要用途是人为地将两个实数信号合成为一个复数信号,这样可以在一次复数信号的傅里叶变换运算中完成两个实数信

号的变换,从而提高运算效率。

除了上述运算外,在通信领域中,还有幅度调制、复用和解复用、信号的产生等运算,它们均在相应课程中专门讨论,在此不再一一赘述。

1.2 时域离散信号

数字信号处理是使用数值计算的方法对信号进行处理的一门科学。数字信号处理系统可以对数字信号进行处理。对于模拟信号,可以在处理系统中增加模/数转换器(Analog Digital Converter, ADC),将模拟信号转换成数字信号后再进行处理,如果需要还可以用数/模转换器(Digital Analog Converter, DAC)将处理后的数字信号转换成模拟信号。因此,数字信号处理中涉及模拟信号、时域离散信号和数字信号三种不同形式的信号。下面来讨论时域离散信号。

1.2.1 时域离散信号的表示方法

1. 时域离散时间信号 $x(n)$ 的常用表示方法

时域离散时间信号 $x(n)$ 的表示方法有多种,常用的有公式、集合和图形三种表示方法。对模拟信号 $x_a(t)$ 以采样间隔为 T 为周期进行等间隔采样,得

$$x_a(t)|_{t=nT} = x_a(nT) \quad -\infty < n < \infty \quad (1-10)$$

式中, n 为整数。取不同的 n 值, $x_a(nT)$ 是一个有序的数字序列: $\dots, x_a(-T), x_a(0), x_a(T), \dots$, 该数字序列就是离散时间信号。实际信号处理中,将信号放在存储器中,供随时取用,对信号进行“非实时”处理,可以直接用 $x(n)$ 表示第 n 个离散时间点的序列值。为了方便起见,就用 $x(n)$ 表示序列,在数值上它等于信号的采样值,即

$$x(n) = x_a(nT) \quad -\infty < n < \infty$$

特别要注意, n 不是整数时没有定义。

(1) 公式法表示序列

如果时域离散时间信号 $x(n)$ 可以用公式计算,那么可方便地用数学公式表示该序列。例如,

$$x(n) = a^n + 0.5 \quad 0 < a < 1, 0 \leq n < \infty$$

(2) 集合法表示序列

与数学中表示数的集合的方法基本一致,集合用 $\{ * \}$ 表示。而时域离散信号是一组有序数的集合,当然可以表示成集合。例如,当 $a=0.5, n=\{0, 1, 2, \dots\}$ 时,序列 $y(n)=a^n$ 的样本值为

$$y(n) = \{ \underline{1}, 0.5, 0.25, 0.625, \dots \}$$

式中,带下划线的集合元素表示 $n=0$ 点的序列值(或者用 $\uparrow$ 指明)。

(3) 图形法表示序列

信号 $x(n)$ 随 n 的变化规律还可以用图形来描述,如图 1-4 所示。习惯上用垂直于横坐

标轴的短线表示序列,并根据需要在短线的端点处加圆点或圆圈。横坐标轴虽为连续直线,但只在 n 为整数时才有意义。垂直于横坐标轴线段的长短代表各序列值的大小。为方便起见,实际使用时,常常略去函数值符号 $x(0)$ 、 $x(1)$ 、 $x(-2)$ 等,仅用平行于纵轴的线段长短表示采样值的大小,用各线段在横轴上的投影值表示采样时刻。

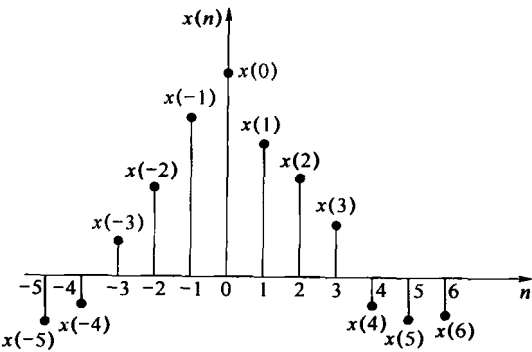


图 1-4 离散时间信号的图形表示

2. MATLAB 语言中时域离散时间信号的表示方法

MATLAB 语言中所有计算都是以向量运算为基础进行的,用两个向量 x 和 n 表示有限长序列 $x(n)$,其中 x 和 n 中的向量元素一一对应,分别表示 $x(n)$ 的幅度向量和位置向量。容易理解,位置向量相当于序列图形表示法中的横坐标。位置向量通常是单位增向量,由“:”命令产生,如果序列 $x(n)$ 的起始点为 ns ,终止点为 nf ,那么 n 向量由语句 $n=ns:nf$ 产生。这样,将有限长序列 $x(n)$ 记为 $\{x(n);n=ns:nf\}$ 。注意,本书中与 MATLAB 程序有关的文字用正体。

例 1-1 计算序列 $x(n)=\sin(\pi n/5)$ 在 $n=-5,-4,\cdots,0,\cdots,4,5$ 的样本值。

解 用 MATLAB 表示 $x(n)$ 的计算程序如下。

```
% fex1_1.m; 用 MATLAB 表示序列 x(n)
n=-5:5;           % 位置向量 n 从 -5 到 5
x=sin(pi*n/5);     % 计算序列向量 x(n) 在 n 从 -5 到 5 区间的样本值
subplot(3,2,1);    % 绘图窗口分割为三行二列共六个绘图区,并选择左上角
                  % 为绘图区
stem(n,x,'o');     % 绘制序列图,并在端点处标记圆点,若要标记圆圈可在单
                  % 引号内输入字母 o
axis([-5,6,-1.2,1.2]); % 调整水平和垂直坐标轴
xlabel('n');        % 标记水平坐标名称
ylabel('x(n)')     % 标记垂直坐标名称
```

程序的运行结果如图 1-5 所示。不难看出,用图形法表示序列与用 MATLAB 表示序列是等价的。