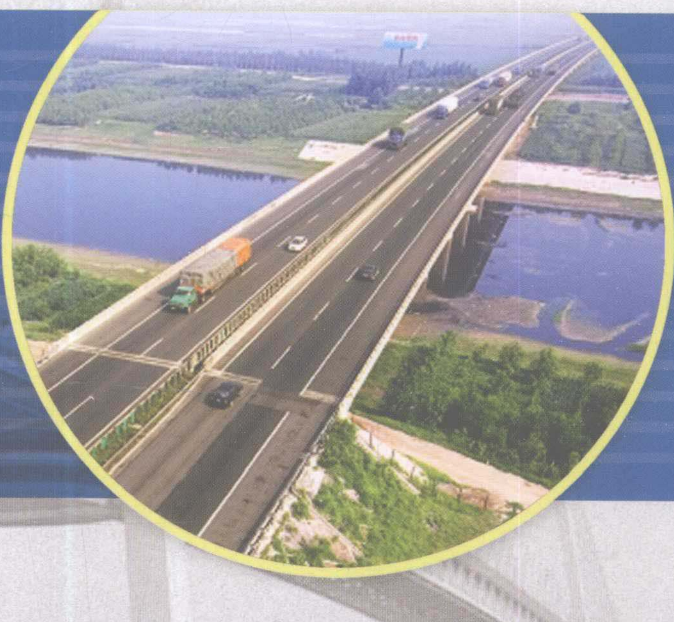
高职高专工学结合、课程改革规划教材

交通职业教育教学指导委员会
路桥工程专业指导委员会 组织编写

工程测量技术

（道路桥梁工程技术专业用）

田　文　唐杰军　主　编
张保成[内蒙古大学]
陈刚毅[湖北省交通规划设计院]　主　审



人民交通出版社
China Communications Press

高职高专工学结合、课程改革规划教材
交通职业教育教学指导委员会
路桥工程专业指导委员会　组织编写

Gongcheng Celiang Jishu

工程测量技术

道路桥梁工程技术专业用

田　文　唐杰军　主　编
张保成［内蒙古大学］
陈刚毅［湖北省交通规划设计院］　主　审

人民交通出版社

内 容 提 要

本书是高职高专工学结合、课程改革规划教材，共设置了七个学习情境，包括测量工作认知，地面点位的确定，小区域控制测量，地形图的测绘与应用，地面点的测设，道路中线测量，道路纵、横断面测量。

本书主要供高等职业教育道路桥梁工程技术专业教学使用，也可作为路桥类工程技术人员的培训教材或自学用书。

图书在版编目（CIP）数据

工程测量技术/田文，唐杰军等主编 .—北京：人民交通出版社，2011.6

ISBN 978-7-114-09031-8

Ⅰ.①工… Ⅱ.①田… ②唐… Ⅲ.①工程测量—高等职业教育—教材 Ⅳ.①TB22

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 066793 号

高职高专工学结合、课程改革规划教材

书　　名：工程测量技术
著 作 者：田　文　唐杰军
责任编辑：钱悦良　任雪莲
出版发行：人民交通出版社
地　　址：(100011)北京市朝阳区安定门外外馆斜街 3 号
网　　址：http://www.ccpress.com.cn
总 经 销：人民交通出版社发行部
销售电话：(010)59757969，5975797
印　　刷：北京牛山世兴印刷厂
开　　本：787 × 1092　1/16
印　　张：12
字　　数：286 千
版　　次：2011 年 6 月　第 1 版
印　　次：2011 年 6 月　第 1 次印刷
书　　号：ISBN 978 - 7 - 114 - 09031 - 8
印　　数：0001 - 3000 册
定　　价：30.00 元

交通职业教育教学指导委员会
路桥工程专业指导委员会

序

为深入贯彻落实教育部《关于全面提高高等职业教育教学质量的若干意见》及全国普通高等学校教学工作会议的有关精神，积极推行与生产劳动和社会实践相结合的学习模式，把工学结合作为高等职业教育人才培养模式改革的重要切入点，带动教学内容和教学方法改革。交通职业教育教学指导委员会路桥工程专业指导委员会在完成《道路桥梁工程技术专业教学标准和课程标准研究》的基础上，按照职业岗位(群)的任职要求，构建了突出职业能力培养的“教学标准”和“课程标准”，并据此组织全国20多所交通高职高专院校道路桥梁工程技术专业的教师编写了14门课程的工学结合、课程改革规划教材。专业“教学标准”和“课程标准”是全国道路桥梁工程技术专业多年建设成果的总结和提炼。

按照2010年4月路桥工程专业指导委员会所确定的编写原则，本套教材力求体现如下特点：

体系规范。以工学结合、校企合作所开发的教材为切入点，在“教学标准”和“课程标准”确定的框架下，改革教学内容和教学方法，突出专业教学的针对性，选定教材的内容。

内容先进。用新观点、新思想审视和阐述教材内容，所选定的教材内容适应公路建设发展需要，反映公路建设的新知识、新技术、新工艺和新方法。

知识实用。以职业能力为本位，以应用为核心，以“必需、够用”为原则，教材紧密联系生活和生产实际，加强了教学的针对性，能与相应的职业资格标准相互衔接。

使用灵活。体现教学内容弹性化，教学要求层次化，教材结构模块化；有利于按需施教，因材施教。

交通职业教育教学指导委员会
路桥工程专业指导委员会
2010年12月

前　　言

本书是高职高专工学结合、课程改革规划教材，是在各高等职业院校积极践行和创新先进职业教育理念，深入推进“校企合作，工学结合”人才培养模式的大背景下，根据新的课程标准由交通职业教育教学指导委员会路桥工程专业指导委员会组织编写而成。

本教材以工作项目为主线，共设置了七个学习情境，包括测量工作认知，地面点位的确定，小区域控制测量，地形图的测绘与应用，地面点的测设，道路中线测量，道路纵、横断面测量。

本书主要供高等职业教育道路桥梁工程技术专业教学使用，也可作为路桥类工程技术人员的培训教材或自学用书。

本教材由湖北交通职业技术学院田文及湖南交通职业技术学院唐杰军主编，学习情境一和学习情境二由湖北交通职业技术学院田文、蔡华俊、朱婧、李婷峰编写，学习情境三由安徽交通职业技术学院凌训意、中国兵器工业勘察设计研究院姚培军编写，学习情境四、学习情境五和学习情境六由湖南交通职业技术学院唐杰军、杨一希编写，学习情境七由河南交通职业技术学院尚云东编写。

编　者

2010 年 12 月

目　　录

学习情境一　测量工作认知

工作任务一　测量工作认知

学习目标

1. 叙述测量工作中的任务、组织原则和工作内容；
2. 知道测量工作中的传统测量方法；
3. 正确认知测量原则：由高级到低级，从整体到局部，先控制后碎部。

任务描述

本工作任务的内容是通过对测量学及公路工程测量的任务与作用相关知识的学习，认知测量工作及相关内容，明确测量工作的原则和方法。

学习引导

本学习任务沿着以下脉络进行学习：

相关理论知识的学习 → 测量工作的任务 → 测量工作的组织原则 → 测量工作内容

相关知识

1. 测量学的任务与作用

测量学是测定地面点的空间位置，将地球表面地形和其他地理信息测绘成图，研究并确定地球形状和大小的科学。它的任务与作用包括测绘和测设两个方面。测绘是测定地球表面的自然地貌及人工构造物的平面位置及高程，并按一定比例尺缩绘成图，供国防工程及国民经济建设的规划、设计、管理和科学研究用。测设是将设计图上的工程构造物的平面位置和高程在实地标定出来，作为施工的依据。

随着近代科学技术的迅猛发展和社会生产的广泛需要，测量学已发展为以下几门彼此紧密联系又自成体系的分支学科。

普通测量学：研究地球表面较小区域内测绘工作的基本理论、技能、方法及普通测量仪器的使用技术和比例尺地形图测绘与应用的学科，是测量学的基础部分。

大地测量学：研究在较大区域内建立高精度大地控制网，测定地球形状、大小和地球重力场的理论、技术及方法的学科。由于人造地球卫星的发射和空间技术的发展，大地测量学又分为常规大地测量学和卫星大地测量学以及空间大地测量学。大地测量工作为其他测量工作提供高精度的起算数据，也为空间科学技术和国防建设提供精确的点位坐标、距离、方位及地球重力场资料，并为与地球有关的科学研究提供重要的资料。

摄影测量学：研究利用摄影手段来获得被测物体的图像信息，从几何和物理方面进行分析

处理,对所摄对象的本质提供各种资料的一门学科。由于摄影取得的信息能真实和详尽地记录摄影瞬间客观景物的形态,具有良好的量测精度和判读性能,因此摄影测量除用于常规测绘摄影区域的地形图外,还广泛应用于建筑、考古、生物、医学、工业等领域,如桥梁变形观测、汽车碰撞试验、爆炸过程监视和动态目标测量等方面。

工程测量学:研究工程建设在勘测设计、施工过程和管理阶段所进行的各种测量工作的学科。主要内容有:工程控制网的建立、地形测绘、施工放样、设备安装测量、竣工测量、变形观测和维修养护测量等。工程测量学是一门应用科学。它是在数学、物理学等有关学科的基础上应用各种测量技术解决工程建设中实际测量问题的学科。随着激光技术、光电测距技术、工程摄影测量技术、快速高精度空间定位技术在工程测量中的应用,工程测量学的服务面愈来愈广,特别是现代大型工程的建设,大大促进了工程测量学的发展。

我国的测量技术有着悠久的历史,在几千年的文明历史中有着许多关于测量的记载,如战国时期就发明了世界上最早的指南针;东汉张衡发明的浑天仪;西晋裴秀提出的《制图体系》;到18世纪初清康熙年间,进行了大规模的大地测量,于1718年完成了世界上最早的地形图之——皇舆全图。新中国成立后,测绘事业得到了迅速的发展,成立了国家和地方测绘管理机构,建立了全国天文大地控制网,统一了全国大地坐标和高程系统,测绘了国家基本地形图,在测绘人才培养、测绘科研等方面都取得了巨大的成就。尤其是现代科学技术的发展,测量内容,由常规的大地测量发展到人造卫星大地测量;由空中摄影测量发展到遥感技术的应用;被测对象,由地球表面扩展到空间,由静态发展到动态;测量仪器已广泛趋向电子化和自动化。

2. 公路工程测量的任务和作用

测量在公路工程建设中占有非常重要的地位,从公路与桥梁的勘测设计,到施工放样、竣工检测无不用到测绘技术。例如公路在建设之前,为了确定一条经济合理的路线,必须进行路线勘测,绘制带状地形图,并在图上进行路线设计,测绘纵、横断面图,然后将设计路线的位置标定在地面上,以便进行施工。当路线跨越河流时,必须建造桥梁,在建桥之前,测绘桥址河流及两岸的地形图,测量河床断面、水位、流速、流量和桥梁轴线的长度,以便设计桥台和桥墩的位置,最后将设计位置测设到实地。当路线跨越高山时,为了降低路线的坡度,减少路线的长度,多采用隧道穿越高山。在隧道修建之前,应测绘隧址大比例尺地形图,测定隧道轴线、洞口、竖井或斜井等位置,为隧道设计提供必要的数据。在隧道施工过程中,还需要不断地进行贯通测量,以保证隧道构造物的平面位置和高程正确贯通。

道路、桥梁、隧道工程竣工后,要编制竣工图,供验收、养护、维修、加固等之用。在营运阶段要定期进行变形观测,确保道路、桥梁、隧道等构造物和设施的安全使用。可以说,路、桥、隧的勘测、设计、施工、竣工、养护和管理的各个阶段都离不开测量技术。

根据路桥工程的特点,结合我国交通事业的发展,路桥专业及相关专业的学生在学习完本课程以后,要求达到:

(1)能描述地面点位的确定要素、测量工作的程序与基本原则;

(2)会操作使用水准仪、光学经纬仪、钢尺、GPS、全站仪、罗盘仪等常用测绘仪器;

(3)能进行水准测量、角度测量、距离丈量及直线定向等各项基本测量工作和测量数据的误差分析和处理;

(4)能操作使用传统测量仪器或全站仪完成导线测量并进行成果处理;

(5)能操作使用传统测量仪器或全站仪进行地形测量;

(6)能操作使用传统测量仪器或全站仪进行公路中线测量、纵断面测量、横断面测量;能

绘制纵、横断面图；

(7)能操作使用 GPS 进行控制测量和使用 GPSRTK 放样平面点位；

(8)理解处理误差的基本原则和方法，能对测量成果进行误差分析与精度评定。

3. 测量工作的原则和方法

在进行某项测量工作时，往往需要确定许多地面点的位置。假如从一个已知点出发，逐点进行测量和推导，最后虽可得到欲测各点的位置，但这些点很可能是不正确的，因为前一点的测量误差将会传递到下一点。误差经传递积累起来，最后可能达到不可允许的程度。因此测量工作必须依照一定的原则和方法来防止测量误差的积累。

在实际测量工作中应遵循的原则是：在测量布局上要“从整体到局部”；在测量精度上要“由高级到低级”；在测量程序上要“先控制后碎部”。也就是在测区整体范围内选择一些有“控制”意义的点，首先把它们的坐标和高程精确地测定出来，然后以这些点作为已知点来确定其他地面点的位置。这些有控制意义的点组成了测区的量测骨干，称之为控制点。

采用上述原则和方法进行测量，可以有效控制误差的传递和积累，使整个测区的精度较为均匀和统一。

工作任务二　测 量 误 差

学习目标

1. 叙述误差的概念、分类及特点原理；
2. 知道算术平均值原理和计算衡量精度的三大标准；
3. 分析衡量精度的三大标准的适用条件，熟练应用；
4. 正确完成中误差、容许误差和相对误差的计算。

任务描述

本工作任务的内容是通过对测量误差及其产生的原因进行研究，并对其分类，来研究测量误差的来源及其规律，并采取各种措施减小或消除测量误差。

学习引导

本学习任务沿着以下脉络进行学习：

相关理论知识的学习 → 误差的产生原因 → 误差的分类 → 评定观测值精度的标准

一、相 关 知 识

1. 测量误差及产生的原因

在测量工作中，尽管选用了精密仪器，严格按操作规程观测，但是由于仪器构造不可能十分完善、观测者感官鉴别力的局限以及观测时外界条件的影响等多方面的原因，在对同一观测量的各观测值之间，或在各观测值与其理论值之间存在差异。例如，对某一三角形的内角进行观测，其和不等于 180°；又如所测闭合水准路线的高差闭合差不等于零等；这种误差实质上表现为观测值与其观测量的真值之间存在差值，这种差值称为测量误差。应研究观测量误差的来源及其规律，并采取各种措施来减小误差。

测量误差的产生来源于多方面，概括起来有以下三个方面。

(1)仪器设备

测量工作是利用测量仪器进行的,而每一种测量仪器都具有一定的精确度,因此,会使测量结果受到一定的影响。例如,钢尺的实际长度和名义长度总存在差异,由此所测的长度总存在尺长误差。再如水准仪的视准轴不平行于水准管轴,也会使观测的高差产生 i 角误差。

(2)观测者

由于观测者的感觉器官的鉴别能力存在一定的局限性,所以,对于仪器的对中、整平、瞄准、读数等操作都会产生误差。例如,在以厘米分划的水准尺上,由观测者估读毫米数,则1mm 及其以下的估读误差是完全有可能产生的。另外,观测者技术熟练程度、工作态度也会给观测成果带来不同程度的影响。

(3)外界条件

观测者所处的外界条件如温度、湿度、风力、大气折光、气压等客观情况时刻在变化,也会使测量结果产生误差。例如,温度变化使钢尺产生伸缩,大气折光使望远镜的瞄准产生偏差,阳光暴晒使水准气泡偏移等都直接影响观测成果的精度。

人、仪器和外界条件是测量工作进行的必要条件,因此,测量成果中的误差是不可避免的。

上述三方面,通常称为观测条件。在观测条件相同时进行的观测称为等精度观测,这里的观测条件相同通常是指观测仪器精度等级相同、观测者技术水平鉴别能力相似、外界条件基本相同等,否则称为非等精度观测。采用非等精度观测时,精度计算及平差较繁琐,在工程测量中大多采用等精度观测。

2. 测量误差的分类

为了减小对测量成果的影响,测量中产生的各种误差,应分析其产生原因,并对其进行分类,以便根据误差特性,采取必要的措施予以尽量减小或消除。按照对观测成果影响性质的不同,可分为系统误差和偶然误差两大类。

(1)系统误差

在相同的观测条件下,对观测量进行一系列的观测,若误差的大小及符号相同,或按一定的规律变化,这类误差称为系统误差。例如,用一把名义为30m 长,而实际长度为30.007m 的钢尺丈量距离,每量一尺段就要少量0.7cm,该0.7cm 误差,数值和符号上都是固定的,且随着尺段数的增加呈积累性。系统误差对测量成果影响较大,且具有积累性,应尽可能消除或限制到最低程度,其常用的处理方法有:

①校验仪器,把系统误差降低到最低程度,如降低指标差等。

②加改正数,在观测结果中加入系统误差改正数,如尺长改正等。

③采用适当的观测方法,使系统误差相互抵消或减弱,如测水平角时采用盘左、盘右观测消除视准误差,测竖直角时采用盘左、盘右观测消除指标差,采用前后视距相等来消除由于水准仪的视准轴不平行于水准管轴带来的 i 角误差等。

(2)偶然误差

在相同的观测条件下,对观测量进行一系列的观测,若误差的大小及符号都表现出偶然性,该误差的大小和符号没有规律,这类误差称为偶然误差。偶然误差是由人力所不能控制的因素(例如人眼的分辨能力、气象因素等)共同引起的测量误差,是不可避免的。偶然误差从表面看没有任何规律性,但从对某观测量进行 n 次观测的测量误差来看,具有一定的统计规律。

测量误差理论,主要是对具有偶然误差特性的测量误差进行精度评定的,因而偶然误差是

误差理论的主要研究对象。就单个偶然误差而言,其大小和符号都没有规律性,但就其总体而言却呈现出一定的统计规律,并且是服从正态分布的随机变量。即在相同观测条件下,大量偶然误差分布表现出正态分布的规律性。

在相同的观测条件下,对一个三角形进行 217 次观测,由于观测值带有偶然误差 ,故三角形内角观测值之和不等于真值 180°。设三角形内角和真值 X 为 180°,三角形内角观测值之和为 l_i,则三角形内角和的真误差 Δ_i 由下式算出

$$\Delta_i = X - l_i \quad (i = 1,2,\cdots,n) \tag{1-2-1}$$

若取误差区间间隔 $d\Delta = 3''$,将上述 217 个真误差按其正负号与数值大小排列,统计误差出现在各个区间的个数 k,计算其相对个数 k/n(此处 $n = 217$) ,k/n 称为误差出现的频率。其偶然误差的统计列于表 1-2-1。

偶然误差的统计表 表 1-2-1

误差区间 $d\Delta('')$	负误差			正误差			备注
	个数	频率 k/n	$k/n/d\Delta$	个数	频率 k/n	$k/n/d\Delta$	
0 ~ 3	30	0.138	0.046	29	0.134	0.045	等于区间左端值的误差列于该区间内
3 ~ 6	21	0.097	0.032	20	0.092	0.031	
6 ~ 9	15	0.069	0.023	18	0.083	0.028	
9 ~ 12	14	0.065	0.022	16	0.074	0.025	
12 ~ 15	12	0.055	0.018	10	0.046	0.015	
15 ~ 18	8	0.039	0.012	8	0.037	0.012	
18 ~ 21	5	0.023	0.008	6	0.028	0.009	
21 ~ 24	2	0.009	0.003	2	0.009	0.003	
24 ~ 27	1	0.005	0.002	0	0.000	0.000	

从表 1-2-1 可以看出,偶然误差分布状况具有以下性质:

①在一定的观测条件下,偶然误差的绝对值不会超过一定极限值;

②绝对值较小的误差出现频率大,绝对值较大的误差出现频率小;

③绝对值相等的正、负误差出现的频率大致相等;

④当观测次数无限增大时,偶然误差的算术平均值趋近于零,即偶然误差具有抵偿性。用公式表示:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\Delta_1 + \Delta_2 + \cdots + \Delta_n}{n} = \lim_{n\to\infty} \frac{[\Delta]}{n} = 0 \tag{1-2-2}$$

式中,[ ]表示取括号中数值的代数和。

误差的分布情况,除了采用表 1-2-1 的形式表达外,还可用图形来表达。以横坐标表示误差的正负和大小,以纵坐标表示各区间内误差出现的频率 k/n 除以区间的间隔值 $d\Delta$,即 $\frac{k}{n d\Delta}$。根据表 1-2-1 的数据绘制出图 1-2-1。每一个误差区间上的长方条面积就代表误差出现在该区间内的频率,这种图称为频率直方图,它形象的表示误差分布情况。

当在同一的观测条件下,随着观测个数的无限增多,$n\to\infty$,同时又无限缩小误差的区间值 $d\Delta$,误差出现在各区间的频率也就趋于一个确定的数值,这就是误差出现在各区间的频率。也就是说在一定的观测条件下,对应着一种确定的误差分布,若 $n\to\infty$,$d\Delta\to 0$,图 1-2-1 中各长

方条顶边的折线将逐渐变成图 1-2-1 所示的一条光滑曲线,该曲线在概率论中称为正态分布曲线,又称为误差分布曲线,它完整地表示了偶然误差出现的概率。

由此可见,偶然误差的频率分布随着 n 的逐渐增大,都是以正态分布为其极限的。正态分布曲线的数学方程为

$$f(\Delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}} \qquad (1\text{-}2\text{-}3)$$

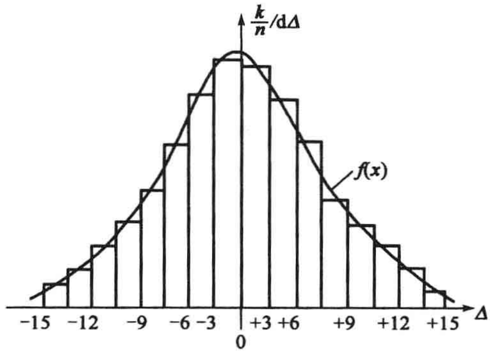


图 1-2-1　频率直方图

式中: $\pi = 3.1416$; $e = 2.7183$; σ 为标准差。

$$\sigma^2 = \lim_{n\to\infty} \frac{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \cdots + \Delta_n^2}{n} = \lim_{n\to\infty} \frac{[\Delta\Delta]}{n}$$

$$\sigma = \pm \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{n}} \qquad (1\text{-}2\text{-}4)$$

标准差的大小,决定于在一定条件下偶然误差出现的绝对值的大小,当出现有较大绝对值的偶然误差时,在标准差 σ 中会得到明显的反映。

除上述两类误差外,还可能发生错误,也称粗差,如记错、读错等。这主要由于观测者本身疏忽造成。粗差不属于误差范畴,但它会影响测量成果的可靠性,测量时必须遵守测量规范,认真操作,随时检查,并进行结果校核,杜绝错误发生。

为了防止错误的发生和提高观测成果的精度,在测量工作中,一般需要进行多于必要观测的观测次数,称为"多余观测"。例如:一段距离用往、返丈量,如将往测作为必要观测,则返测就属于多余观测;又如,有三个地面点构成一个平面三角形,在三个点上进行水平角观测,其中两个角度属于必要观测,则第三个角度的观测就属于多余观测。有了多余观测,就可以发现观测值中的错误,以便将其剔除或重测。由于观测值中的偶然误差是不可避免的,有了多余观测,观测值之间必然产生差值。因此,根据差值的大小,可以评定测量的精度,差值如果达到一定的程度,就认为观测值中有的观测值的误差超限,应予重测(返工);差值如果不超限,则按偶然误差的规律加以处理(进行闭合差的调整),以求得最可靠的数值。至于观测值中的系统误差,应该尽可能按其产生的原因和规律加以改正、抵消或削弱。

3. 算术平均值

在等精度的观测条件下,对某未知量进行 n 次观测,其观测值分别为 l_1 , l_2 ,⋯, l_n ,将这些观测值取算术平均值 x ,作为该量的最可靠的数值,称为"最或是值",即

$$x = \frac{l_1 + l_2 + \cdots + l_n}{n} = \frac{[l]}{n} \qquad (1\text{-}2\text{-}5)$$

下面以偶然误差的特性来探讨算术平均值 x 作为某量的最或是值的合理性和可靠性。设某一量的真值为 X,其观测值为 l_1 , l_2 ,⋯, l_n ,则相应的真误差为 Δ_1 , Δ_2 ,⋯ , Δ_n ,则

$$\Delta_1 = X - l_1$$
$$\Delta_2 = X - l_2$$
$$\cdots\cdots$$
$$\Delta_n = X - l_n$$

将上列等式相加，并除以 n 得

$$\frac{[\Delta]}{n}=X-\frac{[l]}{n}=X-x \text{ 或 } X=x+\frac{[\Delta]}{n} \tag{1-2-6}$$

根据偶然误差的第四个特性，当观测次数 $n\to\infty$ 时，$\frac{[\Delta]}{n}$ 就会趋近于零，即

$$\lim_{n\to\infty}\frac{[\Delta]}{n}=0$$

也就是说，当观测次数无限增大时，观测值的算术平均值 x 趋近于该量的真值 X。但在实际工作中，不可能对某一量进行无限次的观测，因此，就把有限个观测值的算术平均值作为该量的最或是值。

4. 观测值的改正值

算术平均值与观测值之差称为观测值的改正值（用 v 表示）。

$$\begin{aligned} v_1 &= x-l_1 \\ v_2 &= x-l_2 \\ &\cdots\cdots \\ v_n &= x-l_n \end{aligned} \tag{1-2-7}$$

将上列等式相加得

$$[v]=nx-[l]$$

将 $x=\frac{[l]}{n}$ 代入上式得

$$[v]=n\frac{[l]}{n}-[l]=0 \tag{1-2-8}$$

即一组等精度观测值的改正值之和恒等于零。这一结论可以作为计算工作的校核。

二、任 务 实 施

在等精度的观测条件下，若偶然误差较集中于零附近，则可以认为其误差分布的离散度小，表明该组观测质量较好，也就是观测精度高；反之则称其误差分布离散度大。表明该组观测质量较差，也就是观测精度低。所谓精度，就是指误差分布的密集或离散的程度。精度的衡量可以用上述列表或作图的方法，但都比较麻烦。人们需要对精度有一个数字概念，这种数字能够反映其离散度的大小，因此称为衡量精度的指标。衡量精度的指标有多种，其中常用的有以下几种。

1. 中误差

在一定观测条件下观测结果的精度，取标准差 σ 是比较合适的。但是，在实际测量工作中，不可能对某一量作无穷多次观测，因此，定义按有限次数观测值的偶然误差（真误差）求得标准差的估值为中误差 m，即

$$m=\pm\sqrt{\frac{\Delta_1^2+\Delta_2^2+\cdots+\Delta_n^2}{n}}=\pm\sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{n}} \tag{1-2-9}$$

例 1-2-1：对一个三角形的内角进行 2 组各 10 次的观测，根据 2 组观测值中的偶然误差（三角形的角度闭合差），求得中误差，如表 1-2-2 所示。

按观测值的真误差计算中误差 表 1-2-2

次序	第一组观测			第二组观测		
	观测值 l (° ′ ″)	真误差 Δ(″)	Δ^2	观测值 l (° ′ ″)	真误差 Δ(″)	Δ^2
1	180 00 00	0	0	180 00 00	0	0
2	180 00 02	−2	4	179 59 59	+1	1
3	179 59 58	+2	4	180 00 07	−7	49
4	179 59 56	+4	16	180 00 02	−2	4
5	180 00 01	−1	1	180 00 01	−1	1
6	180 00 00	0	0	179 59 59	+1	1
7	180 00 04	−4	16	179 59 52	+8	64
8	179 59 57	+3	9	180 00 00	0	0
9	179 59 58	+2	4	179 59 57	+3	9
10	180 00 03	−3	9	180 00 01	−1	1
Σ		+1	63		+2	130
观测值中误差	$m_1 = \pm\sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{n}} = 2.5''$			$m_2 = \pm\sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{n}} = 3.6''$		

由此可见,第二组观测值的中误差 m_2 大于第一组观测值的中误差 m_1,因此,第二组观测值相对来说精度较低。

一组等精度观测值在真值已知的情况下,可以计算观测值的真误差,按式(1-2-9)计算观测值的中误差。应用式(1-2-9)是需要知道观测对象(的)真值 X 的,而在实际工作中,观测值的真值 X 往往是不知道的,真误差 Δ_i 也就无法求得,此时,就不可能用公式(1-2-9)求中误差。从上节知道,在同样的观测条件下,对某一量进行 n 次观测,可以求其最或是值——算术平均值 x 及各个观测值的改正值 v_i;并且也知道,x 在观测次数无限增多时将趋近于真值 X。在观测次数有限时,以算术平均值 x 代替真值 X,以改正值 v_i 代替真误差 Δ_i。由此得到按观测值的改正值计算观测值的中误差的实用公式:

$$m = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{n-1}} \tag{1-2-10}$$

上式可根据偶然误差的特性来证明。

由式(1-2-1)和式(1-2-7)可写出

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= X - l_1 & \qquad v_1 &= x - l_1 \\ \Delta_2 &= X - l_2 & \qquad v_2 &= x - l_2 \\ &\cdots\cdots & &\cdots\cdots \\ \Delta_n &= X - l_n & \qquad v_n &= x - l_n \end{aligned}$$

将上两组左右两式分别相减得

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= v_1 + (X - x) \\ \Delta_2 &= v_2 + (X - x) \\ &\cdots\cdots \\ \Delta n &= v_n + (X - x) \end{aligned} \tag{1-2-11}$$

上列各式取其总和,并顾及 $[v]=0$,得到

$$[\Delta]=nX-nx$$

$$X-x=\frac{[\Delta]}{n} \tag{1-2-12}$$

为了求得 $[\Delta\Delta]$ 与 $[vv]$ 的关系,将式(1-2-11)等号两端平方,取其总和,并顾及 $[v]=0$,得到

$$[\Delta\Delta]=[vv]+n(X-x)^2 \tag{1-2-13}$$

上式中

$$(X-x)^2=\frac{[\Delta]^2}{n^2}=\frac{\Delta_1^2+\Delta_2^2+\cdots+\Delta_n^2}{n^2}+\frac{2(\Delta_1\Delta_2+\Delta_1\Delta_3+\cdots+\Delta_{n-1}\Delta_n)}{n^2}$$

上式中右端第二项中 $\Delta_i\Delta_j(i\neq j)$ 为任意两个偶然误差的乘积,它仍然具有偶然误差的特性。根据偶然误差的第四个特性,有

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\Delta_1\Delta_2+\Delta_1\Delta_3+\cdots+\Delta_{n-1}\Delta_n}{n}=0$$

当 n 为有限值时,上式分子的值远比 $[\Delta\Delta]$ 小,可以忽略不计,因此

$$(X-x)^2=\frac{[\Delta\Delta]}{n^2} \tag{1-2-14}$$

将上式代入式(1-2-13)得到

$$[\Delta\Delta]=[vv]+\frac{[\Delta\Delta]}{n} \quad 即 \quad \frac{[\Delta\Delta]}{n}=\frac{[vv]}{n-1} \tag{1-2-15}$$

例 1-2-2:对于某一水平角,在等精度的观测条件下进行 5 次观测,求其算术平均值及观测值的中误差,如表 1-2-3 所示。

按观测值的改正值计算中误差 表 1-2-3

次数	观测值 l (° ′ ″)	改正值 v (″)	vv	计算算术平均值
1	35 42 49	−4	16	$x=\frac{[l]}{n}=35°42'45''$ 观测值中误差: $m=\pm\sqrt{\frac{[vv]}{n-1}}=\pm\sqrt{\frac{60}{4}}=\pm3.87''$
2	35 42 40	+5	25	
3	35 42 42	+3	9	
4	35 42 46	−1	1	
5	35 42 48	−3	9	
Σ		0	60	

2. 容许误差

由偶然误差的第一特性得到,在等精度的观测条件下,偶然误差的绝对值不会超过一定的限值。根据误差理论和实践证明:在大量同精度观测的一组误差中,误差落在 $(-m,+m)$、$(-2m,+2m)$、$(-3m,+3m)$ 的概率分别为

$$P(|\Delta|<m)\approx68.3\%$$

$$P(|\Delta|<2m)\approx95.4\%$$

$$P(|\Delta|<3m)\approx99.7\%$$

可见绝对值大于 3 倍中误差的偶然误差出现的概率仅有 0.3%,绝对值大于两倍中误差