

高等学校教学用书

# 锻 锤

下 册

吉 明 著



机械工业出版社

# 高等学校教学用书



## 鍛 錘

### 下册

王自新譯

苏联文化部高等教育司批准作为  
高等机器制造学校的教学参考书



机械工业出版社

1958

## 出版者的話

本書根据苏联吉明 (А. И. Зимин) 教授所著 [Машины и автоматы кузнечно-штамповочного производства] 第一册 [Молоты] (Машгиз, 1953 年版) 一書譯出。因原書只出版了第一册, 故譯本暫以單行本出版。

本書詳細地闡述了各式鍛錘的結構、工作原理和計算方法。中譯書分上下兩册出版, 上册包括第一至第三章, 对鍛錘作一通論后專門研究了蒸汽-空气錘; 下册包括第四至八章, 分別研究空气錘、机械錘、螺旋摩擦錘和机械驅動式鍛錘, 最后一章叙述了鍛錘的基础和鍛錘的試驗。

本書可供高等工業学校机械制造系金屬压力加工專業用作教材; 对設計制造和使用鍛錘的工程技術人員來說, 也是一本很好的参考書。

NO. 1811

1958 年 4 月第一版    1958 年 4 月第一版第一次印刷

850×1168  $1/32$  字數 179 千字 印張 7    0,001—2,500 册

机械工業出版社(北京东交民巷 27 号)出版

机械工業出版社印刷厂印刷    新华書店發行

北京市書刊出版業營業許可証出字第 008 号    定价(10) 1.10 元

# 目 次

|                              |     |
|------------------------------|-----|
| 第四章 空气锤 .....                | 261 |
| 1 空气锤的动作原理 .....             | 261 |
| 2 空气锤的计算 .....               | 267 |
| 3 锻锤计算结果的分析 .....            | 286 |
| 4 空气锤计算举例 .....              | 288 |
| 5 示功图和效率 .....               | 299 |
| 6 空气锤的计算参数 .....             | 305 |
| 7 空气锤的各式构造 .....             | 311 |
| 8 空气分配 .....                 | 321 |
| 9 空气锤零件 .....                | 336 |
| 第五章 机器锤 .....                | 344 |
| 摩擦式的模锻锤——夹板锤 .....           | 344 |
| 1 带夹板的摩擦式模锻锤(夹板锤)的作用原理 ..... | 344 |
| 2 控制机构 .....                 | 346 |
| 3 夹板锤的计算 .....               | 349 |
| 4 夹板锤的计算举例 .....             | 363 |
| 5 夹板锤的构造和零件 .....            | 368 |
| 用皮带的摩擦锤——皮带锤 .....           | 376 |
| 第六章 螺旋摩擦锤(压力机) .....         | 379 |
| 1 作用原理 .....                 | 379 |
| 2 螺旋摩擦锤(压力机)的计算 .....        | 384 |
| 3 螺旋摩擦锤(压力机)的计算顺序 .....      | 415 |
| 4 螺旋摩擦锤(压力机)的计算举例 .....      | 418 |
| 5 螺旋摩擦锤(压力机)的强度计算 .....      | 421 |
| 6 螺旋摩擦锤(压力机)的构造与零件 .....     | 429 |
| 第七章 机械驱动的杠杆锤和板簧-卷簧锤 .....    | 434 |
| 1 缓冲和它们的用途 .....             | 434 |
| 2 机械连接的弹性和它对于锤头运动的影响 .....   | 437 |
| 3 弹性连接的自由振动 .....            | 441 |

|                    |     |
|--------------------|-----|
| 4 彈性連接的強迫振動.....   | 442 |
| 5 打击中心.....        | 444 |
| 6 具有橡膠緩沖的杠杆式錘..... | 446 |
| 7 杠杆錘的計算原理.....    | 448 |
| 8 動力板簧錘.....       | 450 |
| 第八章 鍛錘的基礎 .....    | 470 |
| 鍛錘的試驗.....         | 478 |

## 第四章 空气锤

空气锤(圖 56)是第二种型式的鍛錘。

在鍛造生产里,这种錘应用得相当广泛。

空气錘的理論計算,在著作[23]、[24]和[13]●里已經提出来了。

下面講的空气錘的計算,是根据翁克索夫(Е. П. УНСОВ)的著作[24]編写的。

### 1 空气錘的动作原理

就空气錘本身的动作原理來說,它跟蒸汽-空气錘有本質上的区别。蒸汽-空气錘已在本書第一部分講过,是利用进入鍛錘气缸里去的蒸汽或压缩空气的打击能量的。这个能量,在鍛錘的工作过程中,轉变成落下部分运动的机械能量。

空气錘的工作物質也是空气,它跟蒸汽-空气錘不同的地方,在于空气只是执行压缩机活塞和工作活塞中間的柔性連接的任务(圖 56)。这种情况下的空气,是这两个活塞中間的彈性垫子(彈簧似的),保証把压缩机活塞的运动傳給工作活塞使它运动。

工作活塞和压缩机活塞的連接是这样:虽然鍛件高度是变化的,可是在鍛件在錘上的加工过程中,工作活塞完成的往返行程数(打击数)与压缩机活塞的往返行程数(上下)是一致的。

上面指出的工作活塞运动特性,可以用不同的方法得到,可是保証所指出的活塞运动特性的原理本身,却在不同型式的錘上都保持着相同。

錘上压缩机活塞的运动,是借曲柄-連杆機構傳动的电力驅動装置帶动的。

● 方括号‘[ ]’內的数字是俄文参考書的序号(下同),如要参考,可參閱原書。  
——編者

这样的运动是有一个自由度的运动；它由曲柄半径跟通过轴的中线的垂线所成的角度  $\alpha$  来决定。此后，压缩机活塞和工作活塞的运动，将作为  $\alpha$  角的函数来研究。

压缩机活塞杆中线和曲柄中线在一个垂直平面时（图138），压缩机活塞上顶点位置（点0）相当于角  $\alpha = 0^\circ$ ，而下顶点位置（点1）相当于角  $\alpha = 180^\circ$ 。

压缩机活塞的上顶点位置（ $\alpha = 0^\circ$ ），当作“起始”位置。

当压缩机活塞在起始位置时，工作活塞总占最下边的位置，相当于上砧块跟锻件接触时的位置（图138）。

我们先研究苏联出产的空气锤的动作原理。这种锤的压缩机气缸的上下空腔，经过分配阀分别跟工作气缸的上下空腔相连通。

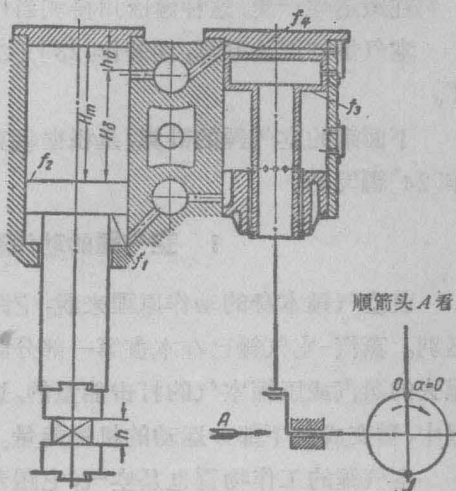


图138 空气锤活塞的起始位置。

当压缩机活塞在起始的位置时，压缩机气缸的上下空腔跟空气连通，其里面的空气压力就变成等于大气的压力（ $p_0 = 1 \text{ 公斤/公分}^2$ ）。

因为工作气缸的上下空腔经过敞开的上下通路跟压缩机气缸相连通，所以在工作气缸的上下空腔里也变成同样的空气压力。

当压缩机活塞由起始位置（ $\alpha = 0^\circ$ ）向下运动时，处在下方位置的锤头保持不动，彼此连通的两个气缸下空腔总体积，由于压缩机活塞落下而减少；结果下部空气的压力上升。相反地，两个上空腔体积则增加，因而空腔里的空气压力下降。

随着压缩机活塞的落下和角  $\alpha$  增加的程度，在工作活塞的环

形面积上,由下部空气所作用的逐渐增长着的力,会克服在活塞上的上部空气阻力,加上锤头锤杆的重量<sup>②</sup>和摩擦力的时刻。

这个时刻表示锤头由锻件离开,因而开始它的上升运动。

用  $\alpha_1$  表示锤头离开锻件那一刻的角  $\alpha$  (圖 139)。

在压缩机活塞繼續落下时,下部蒸汽的压力开始变化,这不仅是由于压缩机气缸下空腔体积的减少,而且也由于工作气缸下空腔随着锤头的上升而发生体积的增加。

上部空气也将随着压缩机气缸上空腔体积的增加和工作气缸上空腔由于锤头上升所发生

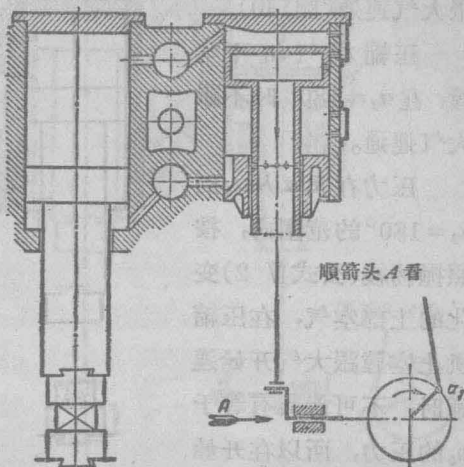


圖139 锤头离开锻件时:  $\alpha = \alpha_1$ 。

的体积减小而改变其压力。上下空气的压力,在哪方面发生变化,要看气缸的上下空腔的总变化而定。

在一定的体积变化下的空气压力变化,假定是絕热过程  $pv^n = pv^{1.4} = \text{常数}$ 。相当于压缩机活塞起始位置的絕热变化,其起始参数是:对于下部空气  $p_1 = p_0$  和  $v_1 = v_{01}$ ; 对于上部空气  $p_2 = p_0$  和  $v_2 = v_{02}$ 。这里  $v_{01}$  为兩气缸下部的起始总体积;  $v_{02}$  为兩气缸上空腔的起始总体积。

对于下部空气,得

$$p_0 v_{01}^n = p_1 v_1^n. \quad (\text{IV } 1)$$

对于上部空气,

$$p_0 v_{02}^n = p_2 v_2^n, \quad (\text{IV } 2)$$

公式里  $p_1$  和  $p_2$ ——在任意运动时刻气缸下部和上部空气的绝对

② 这个重量还应包括活塞。——譯者

压力;

$v_1$  和  $v_2$ ——在任意运动时刻两个气缸下部和上部的总体积。

在  $\alpha_2 = 180^\circ$ , 压缩机活塞占最下的位置时, 压缩机气缸上空腔跟大气连通(圖140)。

压缩机气缸下空腔, 在  $\alpha_2 = 180^\circ$  时不跟大气连通。

压力在角  $\alpha$  从  $\alpha_1$  到  $\alpha_2 = 180^\circ$  的范围内, 按照拋物綫(公式 IV 2)变化的上部空气, 在压缩机上空腔跟大气开始连通时, 不可能具有等于  $p_0$  的压力, 所以在开始跟大气连通时, 就有一些压力下降  $p_2 - p_0$ 。

在角  $\alpha$  由  $\alpha_1$  变化到  $\alpha_2$  时锤头上升。在这段运动时间内, 两个活塞运动方向相反: 压缩机活塞向下, 而工作活塞则向上。

压缩机活塞在达到極下方位置时 ( $\alpha_2 = 180^\circ$ ), 便开始上升; 所以两个活塞从这时起, 都上升。

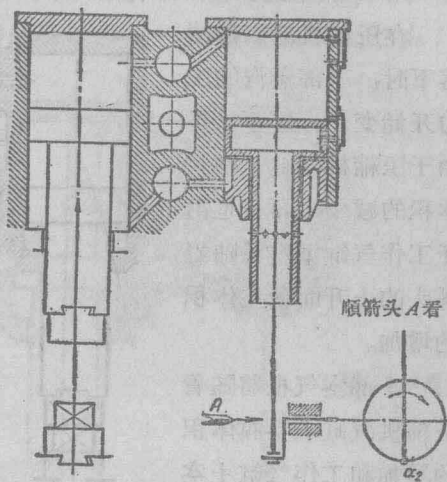


圖140 在  $\alpha = 180^\circ$  的情况下压缩机气缸上空腔跟大气连通时。

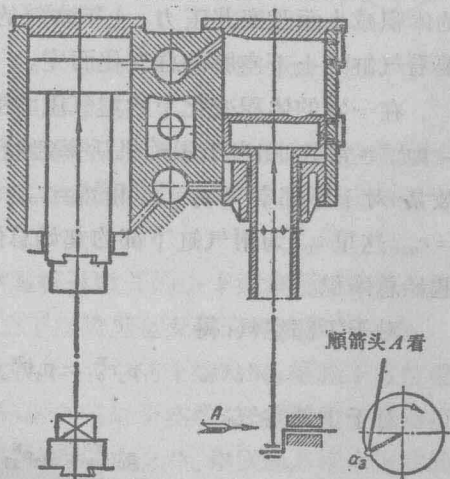


圖141 进入上緩冲部分时:  $\alpha = \alpha_3$ 。

上升着的工作活塞走近上面的緩冲部分。在  $\alpha = \alpha_3$  时上通路

被工作活塞关闭, 断絕兩气缸上部的通道(圖141)。

这时叫做进入緩冲部分。

工作活塞开始进入緩冲部分的封閉的空腔里, 把空气压缩, 克服空气增長着的阻力。

兩气缸下部空腔繼續保持連通, 并且因为在两个活塞上升时, 它們的总容积增加, 所以在它們里的下部空气的压力, 將繼續降低。

由于緩冲部分中的上部空气增長着的阻力和下部空气的压力降低, 变慢的工作活塞, 将在  $\alpha = \alpha_0$  时停止 (圖142); 此后, 在緩冲部分內的压缩空气作用下, 立刻就开始落下运动。

在工作活塞进入緩冲部分时, 緩冲部分里面的空气压力, 按照絕热过程变化, 因而跟隔斷的压缩机气缸上空腔里的空气压力不同。

在角  $\alpha_1$  时, 兩气缸的上空腔彼此又重新連通(圖143), 这就叫做活塞脱离緩冲部分。

緩冲部分跟压缩机

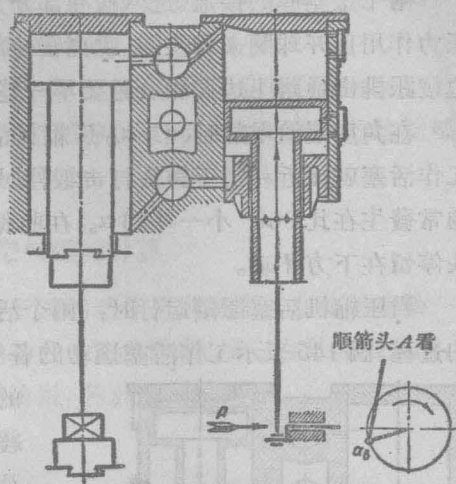


圖142 上升时工作活塞停止的时刻。

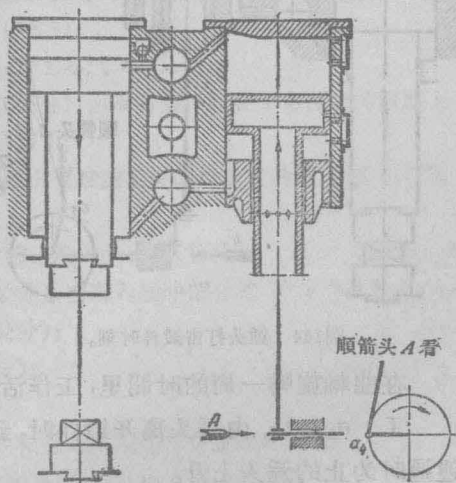


圖143 工作活塞在下行时离开上緩冲部分的时刻:  $\alpha = \alpha_1$ 。

气缸上空腔的连通,是由球形止回气阀来实现的。这时缓冲部分的空气压力下降(在工作活塞落下时),刚好跟压缩机气缸已经隔绝的上空腔里增加着的空气压力相等。

两个上空腔的接通(进入缓冲部分)是由压缩机上空腔的空气压力作用顶开球阀来发生的。脱离缓冲部分的时刻,比工作活塞上边棱跟排出通路上边棱相合时要早一些。

在角度继续增加时,  $\alpha > \alpha_4$ , 压缩机活塞就接近上极端位置,而工作活塞就接近相当于锤头打击锻件时(图144)的最下位置。打击通常发生在比  $360^\circ$  小一些的  $\alpha_5$ 。在曲轴由角  $\alpha_5$  旋转到  $\alpha_1$  时,锤头停留在下方不动。

当压缩机活塞继续运行时,两个活塞的运动特性就重复上述的过程。图145表示工作活塞运动的各个时间。粗线表示两个活塞

的运动方向一致上升,而双细线则表示锤头停留不动的部分。

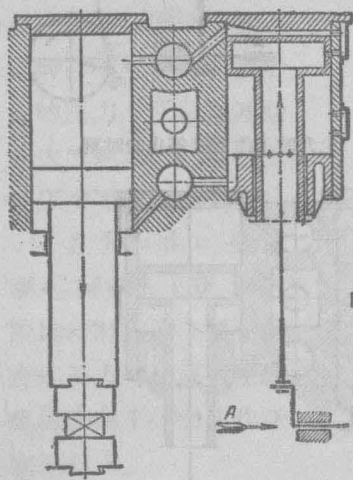


图144 锤头打击锻件时刻。

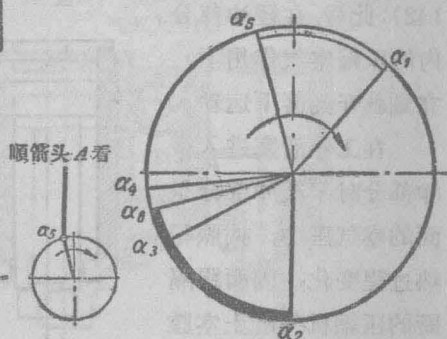


图145 空气锤循环图。

在曲轴旋转一周的时间里,工作活塞的运动可以分成四段:

I.  $\alpha_1 \rightarrow \alpha_2$ : 由锤头离开锻件时,到压缩机气缸上空腔跟大气连通时为止的锤头上升。

II.  $\alpha_2 \rightarrow \alpha_3$ : 由压缩机气缸上空腔跟大气连通时起,到进入缓冲部分时的锤头上升。

Ⅲ.  $\alpha_3 \rightarrow \alpha_4$ : 錘頭由進入緩衝到活塞脫離緩衝部分時的上升和隨後的落下運動。

Ⅳ.  $\alpha_4 \rightarrow \alpha_5$ : 錘頭由活塞脫離緩衝部分到打擊時的落下運動。

圖 145 說明: 相當於工作活塞上升時的曲杆旋轉角度 ( $\alpha_B - \alpha_1$ ), 超過錘頭落下運動時的旋轉角度 ( $\alpha_5 - \alpha_B$ ) 很多。

錘頭不動階段  $\alpha_5 \rightarrow \alpha_1$  的出現, 就發生所謂“貼着”打擊。

沒有  $\alpha_5 \rightarrow \alpha_1$  這段時, 就得到“彈回”打擊。蘇聯出產的鍛錘都是作“貼着”打擊的。

## 2 空氣錘的計算

上面所講蘇聯出產的空氣錘的動作原理說明: 在曲軸旋轉一周的時間里, 工作活塞的運動分為四個階段。所以在計算鍛錘時, 必須把所有上述的錘頭行程階段, 各別地加以研究。

我們採用下列符號:

$G$ ——落下部分重量(公斤);

$M$ ——落下部分物量(公斤·公分<sup>-1</sup>·秒<sup>2</sup>);

$\omega$ ——曲軸旋轉角速度(秒<sup>-1</sup>);

$n$ ——絕熱變化的指數, 對於空氣  $n = 1.4$ ;

$H$ ——活塞的安裝行程(公分), 由沒有鍛件時在下方位置的活塞上平面起, 到上氣缸蓋止;

$H_m$ ——由鍛件綫到活塞跟上氣缸蓋接觸的位置時的最大錘頭行程(公分);

$H_0$ ——由鍛件綫到緩衝部分的錘頭行程(公分);

$h_0$ ——緩衝部分高度(公分), 由進入緩衝部分起, 到上氣缸蓋止;

$h$ ——鍛件起始高度(公分);

$r$ ——曲柄偏心距(公分);

$l$ ——連杆長度(公分);

$k$ ——連杆係數, 等於曲柄偏心距跟連杆長度的比值, 即  $k = \frac{r}{l}$ ;

$s$ ——壓縮機活塞運動距離(公分), 由上方位置起算;

$f_1$ ——工作活塞的下環形平面面積(公分<sup>2</sup>);

$f_2$ ——工作活塞的上平面面積(公分<sup>2</sup>);

- $f_3$ ——壓縮机活塞的下环形平面面积(公分<sup>2</sup>);  
 $f_4$ ——壓縮机活塞的上平面面积(公分<sup>2</sup>);  
 $v_{01}$ ——兩气缸下空腔的起始体积,包括下通路(公分<sup>3</sup>);  
 $v_{02}$ ——兩气缸上空腔的起始体积,包括上通路(公分<sup>3</sup>);  
 $x$ ——錘头由鍛件綫起的移动量(公分);  
 $p_1$ ——兩气缸下空腔里的空气在任意运动时刻的絕對压力(公斤/公分<sup>2</sup>);  
 $p_2$ ——兩气缸上空腔里的空气在任意运动时刻的絕對压力(公斤/公分<sup>2</sup>);  
 $p_6$ ——兩气缸上空腔里的空气在进入緩冲部分时的絕對压力(公斤/公分<sup>2</sup>);  
 $p_0$ ——大气压力(公斤/公分<sup>2</sup>);  
 $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2$ ——分別为錘头不动时、上升时和落下时考虑摩擦的系数;  
 $n_0$ ——曲軸每分鐘的轉数。

錘头离开鍛件时角  $\alpha = \alpha_1$  的确定 在角  $\alpha$  由  $\alpha = 0$  变化到  $\alpha = \alpha_1$  这段內,錘头停留不动。

在这段里,兩气缸上下空腔的体积总和  $v_2$  和  $v_1$  的变化,只是由于壓縮机活塞的移动而發生的壓縮机气缸上下空腔的体积变化的結果:

$$v_1 = v_{01} - sf_3; \quad (\text{IV } 3)$$

$$v_2 = v_{02} + sf_4. \quad (\text{IV } 4)$$

把移动体积  $v_1$  和  $v_2$  的值代入公式 IV 1 和 IV 2 里去,得

$$p_1 = \frac{p_0 v_{01}^n}{(v_{01} - sf_3)^n}; \quad (\text{IV } 5)$$

$$p_2 = \frac{p_0 v_{02}^n}{(v_{02} + sf_4)^n}. \quad (\text{IV } 6)$$

錘头不动的状态,持續到所有作用在錘头上的力的代数和等于零的时候:

$$p_1 f_1 + p_0 (f_2 - f_1) - p_2 f_2 - \varphi_0 G = 0, \quad (\text{IV } 7)$$

$\varphi_0$  为考虑摩擦的系数,在錘头不动的情况下,  $\varphi_0 = 1$ 。

把  $p_1$ ,  $p_2$  和  $\varphi_0 = 1$  等数值代到公式 IV 7 里去,得

$$\frac{f_1 p_0 v_{01}^n}{(v_{01} - s f_3)^n} + p_0 (f_2 - f_1) - \frac{f_2 p_0 v_{02}^n}{(v_{02} + s f_4)^n} - \varphi_0 G = 0. \quad (\text{IV } 8)$$

用  $f_1$  除上式, 得

$$p_0 \frac{v_{01}^n}{(v_{01} - s f_3)^n} + p_0 (c - 1) - c p_0 \frac{v_{02}^n}{(v_{02} + s f_4)^n} - \varphi_0 q = 0; \quad (\text{IV } 9)$$

$$c = \frac{f_2}{f_1}; \quad q = \frac{G}{f_1}.$$

采用曲柄连杆传动时, 压缩机活塞的移动  $s$ , 可以足够精确地按照下列公式来确定:

$$s = r \left[ 1 - \cos \alpha + \frac{k}{4} (1 - \cos 2\alpha) \right]. \quad (\text{IV } 10)$$

因为成为一般形式的公式 IV 9, 在求锤头离开锻件时的角度 ( $\alpha = \alpha_1$ ) 时是不能解决的, 我们来找出足够正确的近似公式。为了这个目的, 我们把公式里的第一和第二项展开成级数。得

$$\begin{aligned} p_0 \frac{v_{01}^n}{(v_{01} - s f_3)^n} &= p_0 \frac{1}{\left(1 - \frac{s f_3}{v_{01}}\right)^n} \\ &= p_0 \left[ 1 - \frac{n}{v_{01}} (-s f_3) + \frac{n(n+1)}{2 v_{01}^2} (-s f_3)^2 - \dots \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c p_0 \frac{v_{02}^n}{(v_{02} + s f_4)^n} &= c p_0 \frac{1}{\left(1 + \frac{s f_4}{v_{02}}\right)^n} \\ &= c p_0 \left[ 1 - \frac{n}{v_{02}} s f_4 + \frac{n(n+1)}{2 v_{02}^2} (s f_4)^2 - \dots \right]. \end{aligned}$$

把锻锤的参数  $v_{01}$ 、 $v_{02}$ 、 $f_3$ 、 $f_4$ 、 $c$ 、 $s$ 、 $n$  等数值代到上列式子里去, 就可知道在计算时可以只用级数的前两项。这样一来, 跟式子左边的真实数值的误差不超过 2%:

$$\begin{aligned} p_0 \frac{v_{01}^n}{(v_{01} - s f_3)^n} &= p_0 \left[ 1 + \frac{n}{v_{01}} s f_3 \right]; \\ c p_0 \frac{v_{02}^n}{(v_{02} + s f_4)^n} &= c p_0 \left[ 1 - \frac{n}{v_{02}} s f_4 \right]. \end{aligned} \quad (\text{IV } 9a)$$

把得到的值代到公式 IV 9 里去:

$$p_0 \left[ 1 + \frac{n}{v_{01}} s f_3 \right] + p_0 (c - 1) - c p_0 \left[ 1 - \frac{n}{v_{02}} s f_4 \right] - \varphi_0 q = 0. \quad (\text{IV } 11)$$

用  $p_0$  除上式的左边, 得

$$\frac{n}{v_{01}}sf_3 + \frac{n}{v_{02}}csf_4 - \frac{\varphi_0 Q}{p_0} = 0. \quad (\text{IV } 11a)$$

由此 
$$s = \frac{\varphi_0 Q}{p_0 \left( \frac{nf_3}{v_{01}} + \frac{cnf_4}{v_{02}} \right)}. \quad (\text{IV } 12)$$

由公式IV 10代进  $s$ , 得

$$r \left[ 1 - \cos \alpha + \frac{k}{4}(1 - \cos 2\alpha) \right] = \frac{\varphi_0 Q}{p_0 \left( \frac{nf_3}{v_{01}} + \frac{cnf_4}{v_{02}} \right)}.$$

在  $\alpha = \alpha_1$  ( $\alpha_1$  为锤头离开锻件时的角度) 时, 这个方程式是合适的。

我們变换如下:

$$1 - \cos 2\alpha_1 = 2 \sin^2 \alpha_1 = 2(1 - \cos^2 \alpha_1).$$

移項后, 得

$$\cos^2 \alpha_1 + \frac{2}{k} \cos \alpha_1 - \left[ 1 + \frac{2}{k} - \frac{2\varphi_0 Q}{krp_0 \left( \frac{nf_3}{v_{01}} + \frac{cnf_4}{v_{02}} \right)} \right] = 0. \quad (\text{IV } 13)$$

采用下列代表字母:

$$b_0 = \frac{p_0 r n g}{G} \left( \frac{f_1 f_3}{v_{01}} + \frac{f_2 f_4}{v_{02}} \right) \text{公分/秒}^2; \quad (\text{IV } 14)$$

式中  $g = 981 \text{ 公分/秒}^2$ 。

由公式IV 13得

$$\cos \alpha_1 = -\frac{1}{k} + \frac{1}{k} \sqrt{(1+k)^2 - \frac{2k\varphi_0 g}{b_0}}. \quad (\text{IV } 15)$$

得到的公式說明: 锤头离开锻件时, 角  $\alpha_1$  取决于锻锤的重量参数和尺寸参数:  $G, v_{01}, v_{02}, f_1, f_2, f_3, f_4, r$  和  $k$ 。在采用数值  $k$ , 锻件开始高度  $h$  和給出角  $\alpha_1$  (例如  $\alpha_1 = 45^\circ$ ) 的情况下, 系数  $b_0$  就有严格确定的数值。

在锤头离开锻件时 ( $\alpha = \alpha_1$ ), 其上下部空气的压力, 可以在代入下列数值以后, 相应地由公式IV 5和IV 6来求:

$$s = s_{\alpha_1} = r \left[ 1 - \cos \alpha_1 + \frac{k}{4}(1 - \cos 2\alpha_1) \right]; \quad (\text{IV } 10a)$$

于是得

$$p_1 = p_0 \frac{v_{01}^n}{(v_{01} - s_{\alpha_1} f_3)^n}; \quad (\text{IV } 5a)$$

$$p_2 = p_0 \frac{v_{02}^n}{(v_{02} + s_{\alpha_1} f_4)^n}. \quad (\text{IV } 6a)$$

錘頭行程第一段(由  $\alpha = \alpha_1$  到  $\alpha = \alpha_2 = 180^\circ$ ) 行程第一段, 由錘頭在  $\alpha = \alpha_1$  時離開鍛件時起, 繼續到  $\alpha = 180^\circ$  時, 壓縮機上空腔跟大氣相連通為止。

在這段行程上, 上下部空氣的壓力變化, 決定於壓縮機活塞的移動量  $s$  和工作活塞上升量  $x$  (由鍛件上綫算起)。

我們得

$$v_1 = v_{01} + xf_1 - sf_3; \quad (\text{IV } 16)$$

$$v_2 = v_{02} - xf_2 + sf_4. \quad (\text{IV } 17)$$

在絕熱變化情況下, 壓力  $p_1$  和  $p_2$  為:

$$p_1 = p_0 \frac{v_{01}^n}{[v_{01} + xf_1 - sf_3]^n}; \quad (\text{IV } 18)$$

$$p_2 = p_0 \frac{v_{02}^n}{[v_{02} - xf_2 + sf_4]^n}. \quad (\text{IV } 19)$$

錘頭在第一段的運動公式是:

$$p_1 f_1 + p_0 (f_2 - f_1) - p_2 f_2 - \varphi_1 G = M \frac{d^2 x}{dt^2}. \quad (\text{IV } 20)$$

把公式 IV 18 和 IV 19 的  $p_1$  和  $p_2$  代到上式里去, 用  $f_1$  除公式的兩邊, 並假定  $m = \frac{M}{f_1}$ , 得

$$\begin{aligned} & \frac{p_0 v_{01}^n}{[v_{01} + xf_1 - sf_3]^n} + p_0 (c - 1) - \frac{cp_0 v_{02}^n}{[v_{02} - xf_2 + sf_4]^n} - \varphi_1 c \\ & = m \frac{d^2 x}{dt^2}. \end{aligned} \quad (\text{IV } 21)$$

把公式左邊的第一和第三項展開成級數:

$$\begin{aligned} & \frac{p_0 v_{01}^n}{[v_{01} + xf_1 - sf_3]^n} = \left[ \frac{p_0}{1 + \frac{xf_1 - sf_3}{v_{01}}} \right]^n \\ & = p_0 \left[ 1 - \frac{n}{v_{01}} (xf_1 - sf_3) + \frac{n(n+1)}{2v_{01}^2} (xf_1 - sf_3)^2 - \dots \right]; \end{aligned} \quad (\text{IV } 22)$$

$$\begin{aligned} & \frac{cp_0 v_{02}^n}{[v_{02} - xf_2 + sf_4]^n} = \left[ \frac{cp_0}{1 - \frac{xf_2 - sf_4}{v_{02}}} \right]^n \\ & = cp_0 \left[ 1 + \frac{n}{v_{02}} (xf_2 - sf_4) + \frac{n(n+1)}{2v_{02}^2} (xf_2 - sf_4)^2 + \dots \right]. \end{aligned} \quad (\text{IV } 23)$$

保留級數的前兩項, 就能保證足夠的計算精度。代到公式 IV 21

里去, 整理后得:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + x \left[ \frac{p_0 n f_1}{v_{01}} + \frac{c p_0 n f_2}{v_{02}} \right] + \varphi_1 g = n p_0 s \left( \frac{f_3}{v_{01}} + \frac{c f_4}{v_{02}} \right). \quad (\text{IV } 24)$$

把公式 IV 10 的  $s$  代入:  $c = \frac{f_2}{f_1}$ , 并用  $m = \frac{M}{f_1}$  除公式的两边以后, 得:

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{p_0 n g}{G} \left( \frac{f_1^2}{v_{01}} + \frac{f_2^2}{v_{02}} \right) x + \varphi_1 g \\ &= \frac{n p_0 r g}{G} \left( 1 + \frac{k}{4} \right) \left( \frac{f_1 f_3}{v_{01}} + \frac{f_2 f_4}{v_{02}} \right) - \frac{n p_0 r g}{G} \left( \frac{f_1 f_3}{v_{01}} + \frac{f_2 f_4}{v_{02}} \right) \\ & \quad \times \left( \cos \alpha + \frac{k}{4} \cos 2 \alpha \right). \quad (\text{IV } 25) \end{aligned}$$

采用下列代表字母:

$$\begin{aligned} & \frac{p_0 n g}{G} \left( \frac{f_1^2}{v_{01}} + \frac{f_2^2}{v_{02}} \right) = \lambda_1^2; \\ & \frac{n p_0 r g}{G} \left( \frac{f_1 f_3}{v_{01}} + \frac{f_2 f_4}{v_{02}} \right) = b_1; \\ & \frac{b_1 \left( 1 + \frac{k}{4} \right) - \varphi_1 g}{\lambda_1^2} = a_{10}. \quad (\text{IV } 26) \end{aligned}$$

把上列值代到公式 IV 25 里去

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \lambda_1^2 (x - a_1) = -b_1 \left[ \cos \alpha + \frac{k}{4} \cos 2 \alpha \right]. \quad (\text{IV } 27)$$

公式 IV 27 是二級振动运动的直線微分方程式的特殊形式, 此微分方程式具有常数系数和如下的右边各項:

$$-\frac{d^2 x}{dt^2} + 2h \frac{dx}{dt} + p^2 x = f(t). \quad (\text{IV } 28)$$

根据振动运动理論,  $2h \frac{dx}{dt}$  項表示介質阻力和摩擦力。  $p^2 x$  決定把系統返回到平衡状态的系統的內力。

数量  $p$  決定系統自然振动頻率。

自由項  $f(t)$  代表作用在系統上激起振动的外力。

公式 IV 27 里沒有一次导函数  $\frac{dx}{dt}$ , 因此公式 IV 28 將采取下列形式

$$-\frac{d^2 x}{dt^2} + p^2 x = f(t). \quad (\text{IV } 29)$$

对照公式 IV 27 和 IV 29, 得