



普通高等教育“十二五”规划教材

# 大学物理 学习导引与能力训练

第2版

◎ 武文远 等编著

机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS



普通高等教育“十二五”规划教材

# 大学物理 学习导引与能力训练

第2版

武文远 龚艳春 王 晓 吴玉杰 编著

机械工业出版社

本书是根据教育部物理基础课程教学指导分委员会制定的《理工科类大学物理课程教学基本要求》，并结合作者在物理教学中长期积累的经验和体会编写而成的。全书分6篇，共26章，涵盖了大学物理课程的主要内容。每章包括知识网络、学习指导、例题剖析、能力训练4个部分，将物理知识学习、学习方法指导和思维能力训练融为一体。此外，还给出了力学、热学、静电学、磁学及电磁感应、振动与波动、光学、近代物理7个单元综合测试，旨在帮助学生巩固知识，提高综合应用知识的能力。

本书是一本独立的大学物理课程参考书，可与各种大学物理主教材配套，供高等学校理工科学生使用，或作为电大及成人自学考试的参考书，同时可供报考研究生的考生和各类高等学校从事物理教学的教师参考。

## 图书在版编目（CIP）数据

大学物理学习导引与能力训练/武文远等编著. —2 版. —北京：  
机械工业出版社，2011. 8

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978 - 7 - 111 - 35471 - 0

I. ①大… II. ①武… III. ①物理学 - 高等学校 - 教学参考  
资料 IV. ①04

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2011）第 152243 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）

策划编辑：李永联 责任编辑：李永联 赵东旭

版式设计：霍永明 责任校对：吴美英

封面设计：赵颖喆 责任印制：杨 曜

北京京丰印刷厂印刷

2011 年 10 月第 2 版 · 第 1 次印刷

169mm × 239mm · 24.75 印张 · 554 千字

标准书号：ISBN 978 - 7 - 111 - 35471 - 0

定价：39.50 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务 网络服务

社 服 务 中 心：(010)88361066 门户网：<http://www.cmpbook.com>

销 售 一 部：(010)68326294

销 售 二 部：(010)88379649 教材网：<http://www.cmpedu.com>

读者购书热线：(010)88379203 封面无防伪标均为盗版

# 前　　言

大学物理是理工科学生的一门重要的基础理论课程。多年的教学实践表明，学生在学习过程中存在一定的困难。为使学生能在较短的时间内掌握好物理学的基本概念、基本规律和基本方法，提高学生分析问题和解决问题的能力，编者根据大学物理课程的教学基本要求，结合长期教学研究和实践经验编写了本书。

本书分 6 篇，共 26 章，涵盖了教育部物理基础课程教学指导分委员会制定的《理工科类大学物理课程教学基本要求》中的 A 类知识点，并包含了若干 B 类知识点。每章包括知识网络、学习指导、例题剖析、能力训练 4 个部分。

**知识网络** 用图表的形式给出每章的知识结构以及各物理量和物理规律之间的相互关系，旨在帮助学生分清层次、把握脉络，形成系统的知识体系。

**学习指导** 以知识点的形式梳理每章的基本概念和基本规律，以精练、简洁的方式向学生呈现教师课堂授课内容，剖析概念，突破难点，诠释规律，帮助学生建立清晰的物理图像，促使知识的迁移与再生，既可作为学生的读书笔记，也可作为教师的授课提纲。

**例题剖析** 在总结每章题型及解题思路的基础上，精选若干个具有代表性、技巧性与综合性的典型例题，在“题”与“解”之间给出了分析，点出解题依据、关键步骤和方法，旨在帮助学生建立图像、理清思路、领悟解题方法和技巧，以一题代一类，达到举一反三、触类旁通的目的。

**能力训练** 根据每章的特点，精选能力训练题，对基础知识、重点难点、知识应用进行针对性的巩固训练。能力训练测试题分选择题、填空题、计算题与证明题几种类型，并对选择题和填空题给出答案，对计算与证明题给出了简要解答。

此外，本书还给出了力学、热学、静电学、磁学及电磁感应、振动与波动、光学、近代物理 7 个单元综合测试，旨在帮助学生巩固知识，提高综合应用知识的能力。

本书第 1~8 章的例题剖析、能力训练由吴王杰编写；第 9~16 章的例题剖析、能力训练由王晓编写；第 1~16 章的知识网络及第 17~25 章的例题剖析、能力训练由龚艳春编写；第 17~25 章的知识网络及全书的学习指导由武文远编写；第 26 章由武文远编写。全书由武文远、龚艳春统稿和定稿。

解放军理工大学理学院大学物理课程组的老师们为本书的编写提出了许多建设性的建议，学院各级领导对本书的编写给予了大力的支持，在此一并表示感谢！

全书共精选 713 道题目，其中选择题 240 个，填空题 233 个，计算与证明题 240 个，并对 133 个计算与证明题以例题剖析的形式给出了详细分析与解答。本书的例题、能力训练题及综合测试题内容丰富，涵盖了大学物理的各个主要知识点。

本书在编写过程中，编者参考了国内多部大学物理学教材和教学参考书，在此向所有给予启迪、提供素材的作者们表示谢意！

限于编者的水平，错误和不妥之处在所难免，恳请读者不吝赐教。

编 者

# 目 录

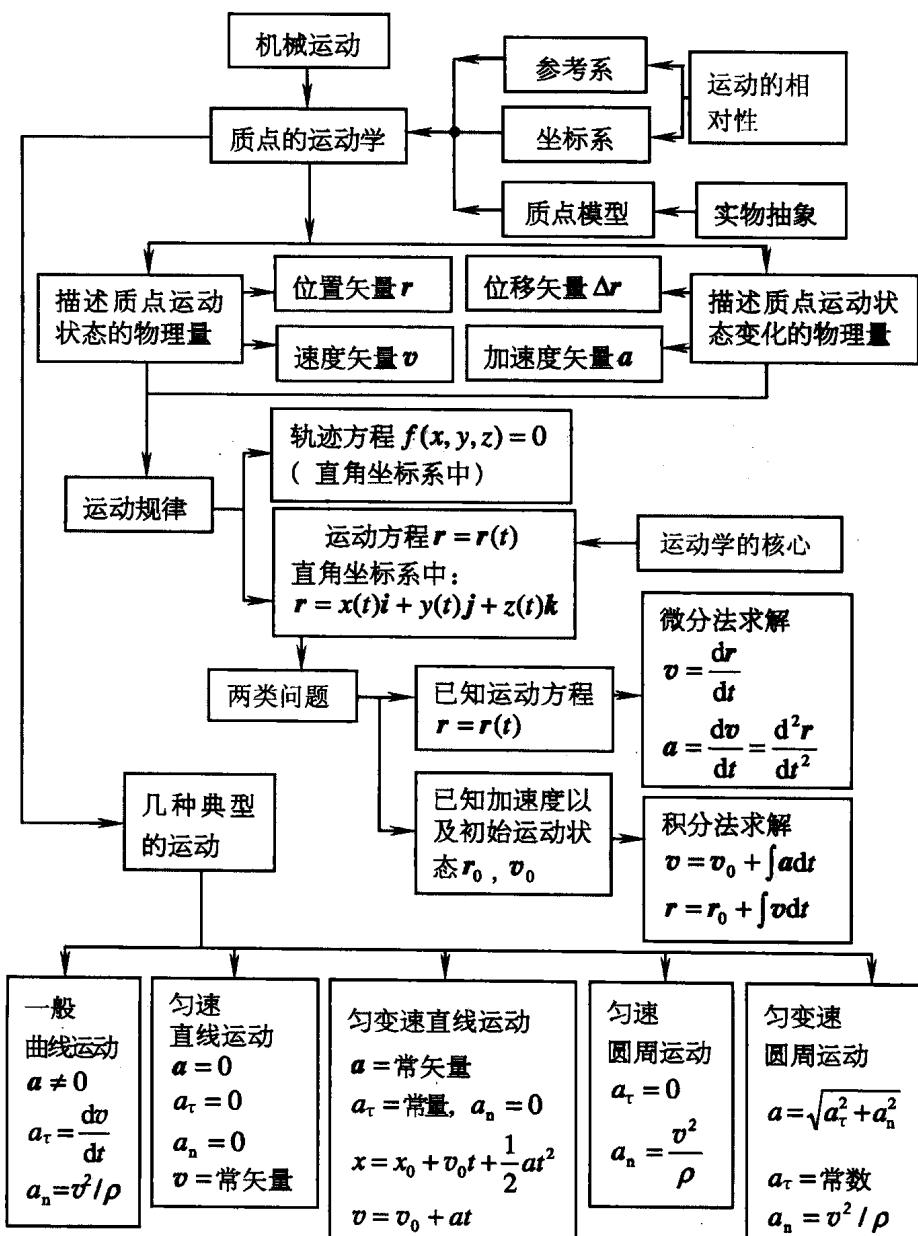
<b>前言</b>	
<b>第1篇 力学</b>	1
<b>第1章 质点运动学</b>	2
1.1 知识网络	2
1.2 学习指导	3
1.3 例题剖析	9
1.4 能力训练	15
<b>第2章 牛顿运动定律</b>	19
2.1 知识网络	19
2.2 学习指导	20
2.3 例题剖析	22
2.4 能力训练	26
<b>第3章 动量与角动量</b>	30
3.1 知识网络	30
3.2 学习指导	31
3.3 例题剖析	36
3.4 能力训练	42
<b>第4章 功和能</b>	46
4.1 知识网络	46
4.2 学习指导	47
4.3 例题剖析	51
4.4 能力训练	55
<b>第5章 刚体的定轴转动</b>	58
5.1 知识网络	58
5.2 学习指导	59
5.3 例题剖析	63
5.4 能力训练	68
力学综合测试	73
<b>第2篇 热学</b>	79
<b>第6章 气体动理论</b>	80
6.1 知识网络	80
6.2 学习指导	81
6.3 例题剖析	87
6.4 能力训练	91
<b>第7章 热力学第一定律</b>	95
7.1 知识网络	95
7.2 学习指导	96
7.3 例题剖析	99
7.4 能力训练	103
<b>第8章 热力学第二定律</b>	107
8.1 知识网络	107
8.2 学习指导	108
8.3 例题剖析	110
8.4 能力训练	112
热学综合测试	114
<b>第3篇 电磁学</b>	119
<b>第9章 电荷和静电场</b>	120
9.1 知识网络	120
9.2 学习指导	121
9.3 例题剖析	129
9.4 能力训练	135
<b>第10章 静电场中的导体和电 介质</b>	141
10.1 知识网络	141
10.2 学习指导	142
10.3 例题剖析	149
10.4 能力训练	156
静电学综合测试	161
<b>第11章 稳恒电流与稳恒 磁场</b>	167
11.1 知识网络	167
11.2 学习指导	168
11.3 例题剖析	177
11.4 能力训练	184
<b>第12章 物质的磁性</b>	190
12.1 知识网络	190
12.2 学习指导	191
12.3 例题剖析	194
12.4 能力训练	197
<b>第13章 电磁感应</b>	199

13.1 知识网络	199	光学综合测试	321
13.2 学习指导	200	<b>第6篇 近代物理学</b>	325
13.3 例题剖析	208	<b>第20章 狹义相对论</b>	326
13.4 能力训练	214	20.1 知识网络	326
<b>第14章 电磁场</b>	220	20.2 学习指导	327
14.1 知识网络	220	20.3 例题剖析	334
14.2 学习指导	221	20.4 能力训练	338
14.3 例题剖析	223	<b>第21章 光的量子性</b>	342
14.4 能力训练	224	21.1 知识网络	342
磁学及电磁感应综合测试	227	21.2 学习指导	343
<b>第4篇 机械振动和波动</b>	233	21.3 例题剖析	349
<b>第15章 机械振动</b>	234	21.4 能力训练	351
15.1 知识网络	234	<b>第22章 微观粒子的波动性和状态描述</b>	355
15.2 学习指导	235	22.1 知识网络	355
15.3 例题剖析	240	22.2 学习指导	356
15.4 能力训练	246	22.3 例题剖析	359
<b>第16章 机械波和电磁波</b>	252	22.4 能力训练	361
16.1 知识网络	252	<b>第23章薛定谔方程</b>	364
16.2 学习指导	254	23.1 知识网络	364
16.3 例题剖析	261	23.2 学习指导	365
16.4 能力训练	268	23.3 例题剖析	367
机械振动与波动综合测试	273	23.4 能力训练	368
<b>第5篇 波动光学</b>	279	<b>第24章 原子中的电子</b>	370
<b>第17章 光的干涉</b>	280	24.1 知识网络	370
17.1 知识网络	280	24.2 学习指导	371
17.2 学习指导	281	24.3 例题剖析	374
17.3 例题剖析	289	24.4 能力训练	375
17.4 能力训练	292	<b>第25章 固体的量子理论</b>	378
<b>第18章 光的衍射</b>	296	25.1 知识网络	378
18.1 知识网络	296	25.2 学习指导	379
18.2 学习指导	297	25.3 例题剖析	381
18.3 例题剖析	303	25.4 能力训练	382
18.4 能力训练	307	<b>第26章 核物理与粒子物理简介*</b>	383
<b>第19章 光的偏振</b>	310	26.1 基本概念	383
19.1 知识网络	310	26.2 例题剖析	384
19.2 学习指导	311	近代物理综合测试	386
19.3 例题剖析	316	<b>参考文献</b>	390
19.4 能力训练	318		

# 第1篇 力 学

# 第1章 质点运动学

## 1.1 知识网络



## 1.2 学习指导

### 1.2.1 质点 参考系

#### 1. 质点

在力学问题中，如果物体的大小和形状可以忽略不计，则可以把物体当成一个具有质量的点来处理，此时称该点为质点。

(1) 质点是一个理想模型，其运动只有位置的变化，而没有形状的变化。

(2) 质点是一个相对的概念，一个物体能否被视为质点，并非单纯看它的大小，而是看它的形状在所研究的问题中是否起关键作用。例如，在研究地球绕太阳公转时，可视其为质点；而在研究地球和分子的自转时，无论其大或小，都不能视为质点。

(3) 在多数情况下，物体的大小和形状不能忽略，这时可以把物体无限地分割成许多微元，每个微元可以视为质点，整个物体可被看成是由无限多个质点组成的。因此，任何物体都可以被看做是质点的集合。所以，质点的运动规律是讨论复杂系统运动规律的基础。

力学是研究物体机械运动的学科，按内容可分为运动学与动力学。运动学研究的是如何描述物体的运动。

#### 2. 参考系

物理学中把选做标准的参考物体或物体系称为参考系。

(1) 在运动学中，参考系的选取具有任意性，一般视讨论问题的方便而定。参考系的选择不同，对同一问题的描述也就不同。例如，当人乘坐电梯上楼时，以电梯为参考系时，人是静止的；以地面为参考系时，人是竖直上升的。运动是绝对的，但对运动的描述是相对的。

(2) 坐标系是参考系的数学抽象。要解决一个力学问题，首先要建立坐标系，建立了坐标系，才能对物体的运动进行定量的描述。大学物理中常用的坐标系有直角坐标系、平面极坐标系、自然坐标系等。

### 1.2.2 描述质点运动的基本物理量

#### 1. 位置矢量

位置矢量是描述质点空间位置的物理量，它是由坐标原点指向质点所在处的有向线段。位置矢量简称位矢。

在直角坐标系中

$$\mathbf{r} = xi + yj + zk \quad (1-1)$$

位置矢量具有以下特征：

- ①矢量性： $\mathbf{r}$ 是矢量，有大小和方向。
- ②瞬时性：质点在运动时，不同时刻其位矢 $\mathbf{r}$ 不同。

③相对性：位矢  $\mathbf{r}$  依赖于坐标系的选取。

## 2. 位移

位移是描述质点空间位置变化的物理量，它是从初位置指向末位置的有向线段，它等于质点在  $\Delta t$  时间内位置矢量的增量，即

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 \quad (1-2)$$

(1) 在直角坐标系中

$$\Delta \mathbf{r} = (x_2 - x_1)\mathbf{i} + (y_2 - y_1)\mathbf{j} + (z_2 - z_1)\mathbf{k} = \Delta x\mathbf{i} + \Delta y\mathbf{j} + \Delta z\mathbf{k} \quad (1-3)$$

(2) 位移与参考系的选择有关。例如，人坐在运动的车厢中，选择车厢作为参考系，其位移为零；若选地面为参考系，则位移就不等于零。

(3) 位移  $\Delta \mathbf{r}$  和路程  $\Delta s$  的区别

$\Delta \mathbf{r}$  是矢量，仅与始、末位矢  $\mathbf{r}_1$ 、 $\mathbf{r}_2$  有关，而与中间过程无关； $\Delta s$  是标量，与过程有关，它是质点运动轨迹的长度，如图 1-1 所示。

通常  $|\Delta \mathbf{r}| \neq \Delta s$ ，但在直线运动时，则有  $|\Delta \mathbf{r}| = \Delta s$ ，或在  $\Delta t \rightarrow 0$  时，有  $|d\mathbf{r}| = ds$ 。

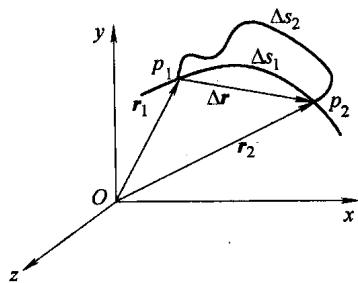


图 1-1 位移与路程

(4)  $|\Delta \mathbf{r}|$  与  $\Delta r$  的区别

一般来说， $|\Delta \mathbf{r}| \neq \Delta r$ 。 $|\Delta \mathbf{r}| = |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|$ ，是位移矢量的大小； $\Delta r = |\mathbf{r}_2| - |\mathbf{r}_1|$ ，是位矢大小的增量，即质点位置沿径向的变化量。

## 3. 速度

速度是描述质点的空间位置随时间变化快慢的物理量，是矢量，用  $v$  表示。

(1) 平均速度 若  $\Delta t$  时间内质点的位移为  $\Delta \mathbf{r}$ ，则这段时间内质点运动的平均速度为

$$\bar{v} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \quad (1-4)$$

①在直角坐标系中

$$\bar{v} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\mathbf{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\mathbf{j} + \frac{\Delta z}{\Delta t}\mathbf{k} = \bar{v}_x\mathbf{i} + \bar{v}_y\mathbf{j} + \bar{v}_z\mathbf{k} \quad (1-5)$$

平均速度的大小

$$|\bar{v}| = \sqrt{\bar{v}_x^2 + \bar{v}_y^2 + \bar{v}_z^2} \quad (1-6)$$

平均速度的方向与  $\Delta \mathbf{r}$  的方向相同。

②平均速率

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (1-7)$$

平均速率是质点运动的路程与所经历的时间的比值。平均速度的大小  $|\bar{v}| = \left| \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \right|$ ，

因为在一般情况下， $|\Delta \mathbf{r}| \neq \Delta s$ ，所以平均速率并不是平均速度的大小。例如，人沿半

径为  $r$  的圆形跑道跑了 1 周, 用时  $\Delta t$ , 则其平均速度为零, 而平均速率为  $\bar{v} = \frac{2\pi r}{\Delta t}$ 。

(2) 速度 平均速度只能用来粗略地描述质点空间位置变化的快慢。为了精确描述质点在时刻  $t$  的运动情况, 需用瞬时速度 (简称速度), 即

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} \quad (1-8)$$

① 在直角坐标系中

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\boldsymbol{i} + \frac{dy}{dt}\boldsymbol{j} + \frac{dz}{dt}\boldsymbol{k} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k} \quad (1-9)$$

$$\text{速度的大小 } v = |\boldsymbol{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad (1-10)$$

速度的方向为  $\Delta t \rightarrow 0$  时,  $d\boldsymbol{r}$  的极限方向。其方向是沿轨道上质点所在位置的切线, 并指向质点前进的一方。

② 速度的大小叫做速率。

$$v = |\boldsymbol{v}| = \left| \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} \right|$$

$$\text{因 } \Delta t \rightarrow 0 \text{ 时, } |d\boldsymbol{r}| = ds, \text{ 因此也有 } v = \left| \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} \right| = \frac{ds}{dt}$$

③ 速度与速率的区别: 速度不仅表明质点运动的快慢, 还表明质点运动的方向, 它是矢量。而速率仅表明质点运动的快慢, 是标量。

④  $\left| \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} \right|$  与  $\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}$  的区别: 通常  $\left| \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} \right| \neq \frac{d\boldsymbol{r}}{dt}$ ,  $v = |\boldsymbol{v}| = \left| \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} \right|$  表示的是质点运动的速率, 而  $\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}$  表示的是位矢的大小对时间的变化率。

⑤ 平均速度与速度的区别: 平均速度是对一段时间而言的, 而速度是对某个时刻而言的。

#### 4. 加速度

加速度是描述质点的运动速度随时间变化快慢的物理量, 是矢量, 用  $\boldsymbol{a}$  表示。

(1) 平均加速度 若  $\Delta t$  时间内, 质点运动速度的变化为  $\Delta\boldsymbol{v}$ , 则平均加速度为

$$\bar{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} \quad (1-11)$$

$$\text{平均加速度的大小为 } \bar{a} = \left| \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} \right| \neq \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

平均加速度的方向与  $\Delta\boldsymbol{v}$  的方向相同。

(2) 瞬时加速度 平均加速度只能粗略地描述质点的运动速度在一段时间内变化的快慢。为了精确地描述质点在时刻  $t$  速度变化的快慢情况, 需用瞬时加速度 (简称加速度)。

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2} \quad (1-12)$$

在直角坐标系中

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\boldsymbol{i} + \frac{dv_y}{dt}\boldsymbol{j} + \frac{dv_z}{dt}\boldsymbol{k} = \frac{d^2x}{dt^2}\boldsymbol{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\boldsymbol{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\boldsymbol{k} \quad (1-13)$$

加速度的大小为  $a = |\boldsymbol{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$  (1-14)

加速度的方向为  $\Delta t \rightarrow 0$  时,  $\Delta\boldsymbol{v}$  的极限方向。

加速度与速度一样具有矢量性、瞬时性、相对性三个特征。

①加速度与速度变化的关系: 由于加速度是速度对时间的变化率, 所以不论是速度的大小发生变化还是方向发生变化, 都有加速度。 $\boldsymbol{a}$  与  $\Delta\boldsymbol{v}$  有关, 而与  $\boldsymbol{v}$  本身无关。无论速度多大, 只要速度的大小和方向都不发生变化, 加速度总等于零; 反之, 无论速度多么小(甚至是零), 只要速度的大小或方向或两者一起发生变化, 就一定有加速度。

②加速度的方向: 加速度  $\boldsymbol{a}$  的方向是当  $\Delta t \rightarrow 0$  时,  $\Delta\boldsymbol{v}$  的极限方向。在曲线运动中, 一般  $\Delta\boldsymbol{v}$  的方向与  $\boldsymbol{v}$  的方向不一致。 $\boldsymbol{a}$  的方向总是指向曲线凹的一侧。

③从速度与加速度之间的夹角的大小, 可以定性判断速度大小的变化: 当  $\boldsymbol{a}$  与  $\boldsymbol{v}$  成锐角时, 速率增大; 当  $\boldsymbol{a}$  与  $\boldsymbol{v}$  成钝角时, 速率减小; 当  $\boldsymbol{a}$  与  $\boldsymbol{v}$  垂直时, 速率不变。在直线运动中,  $\boldsymbol{a}$  与  $\boldsymbol{v}$  都只有两种可能的方向, 当  $\boldsymbol{a}$  与  $\boldsymbol{v}$  方向相同时, 速率增大; 当  $\boldsymbol{a}$  与  $\boldsymbol{v}$  方向相反时, 速率减小。

④ $\boldsymbol{a}$  等于常矢量的运动称为匀变速运动, 不一定是直线运动。例如, 在无阻力的抛体运动中,  $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{g}$ , 方向垂直向下。当初速沿竖直方向时, 质点作直线运动; 当初速沿水平方向时, 质点作平抛运动; 当初速沿其他任意方向时, 质点作斜抛运动。

由于质点在某时刻的运动状态是由该时刻质点的所在位置、运动的快慢以及运动的方向确定的, 所以在质点运动学中, 位置矢量  $\boldsymbol{r}$  和速度  $\boldsymbol{v}$  是描述质点运动状态的物理量, 而位移  $\Delta\boldsymbol{r}$  和加速度  $\boldsymbol{a}$  则是反映质点运动状态变化的物理量。

### 1.2.3 运动方程

#### 1. 运动方程

质点的位矢随时间变化的函数关系  $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t)$  称为质点的运动方程。在直角坐标系中, 运动方程的分量式为

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t) \quad (1-15)$$

式 (1-15) 也称为质点的轨迹参数方程。

在平面直角坐标系中, 从运动方程分量式  $x = x(t)$  和  $y = y(t)$  中消除时间  $t$ , 即可得到轨迹方程。

运动方程包含了质点运动的全部信息。如果能确定运动方程, 则有

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt}, \quad \boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}$$

所以, 找出各种具体运动所遵循的运动方程是运动学的重要任务之一。

## 2. 运动学的两类问题

质点运动学问题一般可以归结为两类。

(1) 微分问题 已知运动方程, 求速度和加速度。因求解方法用微分方法, 故称此类问题为微分问题。

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) \xrightarrow{\text{微分}} \mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \xrightarrow{\text{微分}} \mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

(2) 积分问题 已知加速度和初始条件, 求速度和运动方程。因求解方法用积分方法, 故称此类问题为积分问题。

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} \Rightarrow d\mathbf{v} = \mathbf{a} dt \xrightarrow{\text{积分}} \mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \int_0^t \mathbf{a} dt \xrightarrow{\text{积分}} \mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \int_0^t \mathbf{v} dt$$

求解的思路是, 利用速度和加速度的定义, 通过分离变量, 然后取积分, 并由初始条件, 将积分变为定积分, 从而求得质点的速度和位置。加速度的表示通常有以下三种形式, 现以一维运动为例讨论如下:

$$\textcircled{1} \quad \mathbf{a} = a(t) \quad a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dv = adt \Rightarrow \int_{v_0}^v dv = \int_0^t adt$$

$$\textcircled{2} \quad \mathbf{a} = a(v) \quad a(v) = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dt = \frac{dv}{a(v)} \Rightarrow \int_0^t dt = \int_{v_0}^v \frac{dv}{a(v)}$$

$$\textcircled{3} \quad \mathbf{a} = a(x) \quad a(x) = \frac{dv}{dx} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx} \Rightarrow a(x)dx = vdv \Rightarrow \int_{x_0}^x a(x)dx = \int_{v_0}^v vdv$$

## 1.2.4 圆周运动

### 1. 圆周运动的加速度

(1) 切向加速度  $a_t$  反映速度大小的变化。

大小:  $a_t = \frac{dv}{dt}$  (1-16)

方向: 沿轨道的切线方向

(2) 法向加速度  $a_n$  反映速度方向的变化。

大小:  $a_n = \frac{v^2}{R}$  (1-17)

方向: 垂直于  $v$  且指向圆心

(3) 总加速度  $\mathbf{a} = a_n \mathbf{e}_n + a_t \mathbf{e}_t$ 。

大小:  $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{\left(\frac{v^2}{R}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dt}\right)^2}$  (1-18)

方向:  $\tan\varphi = \frac{a_n}{a_t}$  ( $\varphi$  为  $\mathbf{a}$  与  $\mathbf{e}_t$  之间的夹角) (1-19)

### 2. 圆周运动的角度描述

(1) 角位置  $\theta$ , 角位移  $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$

一般规定质点沿逆时针方向转动时， $\Delta\theta > 0$ ；沿顺时针方向转动时， $\Delta\theta < 0$ 。

### (2) 角速度

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (1-20)$$

$\omega > 0$ , 沿逆时针方向;  $\omega < 0$ , 沿顺时针方向。

### (3) 角加速度

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (1-21)$$

## 3. 圆周运动的角量与线量之间的关系

$$s = r\theta, ds = rd\theta \quad (1-22)$$

$$v = r\omega \text{ 或 } \omega = \frac{v}{r} \quad (1-23)$$

$$a_r = r\alpha, a_n = r\omega^2 \quad (1-24)$$

## 1.2.5 一般曲线运动

将圆周运动的切向加速度和法向加速度中的圆半径  $r$  换成曲率半径  $\rho$ , 圆心换成曲率中心时, 所描述的就是质点的一般曲线运动。

若  $a_r = a_n = 0$ , 速度大小和方向都不变, 则质点作匀速直线运动;

若  $a_r \neq 0, a_n = 0$ , 速度大小变化, 轨道不弯曲, 则质点作变速直线运动;

若  $a_r = 0, a_n \neq 0$  且为常量, 速度大小不变, 轨道弯曲成圆, 则质点作匀速率圆周运动;

若  $a_r \neq 0, a_n \neq 0$ , 速度大小和方向都变, 轨道弯曲, 则质点作一般曲线运动。

可见, 根据  $a_n$  是否为零可判断质点是否作曲线运动。 $a_n = 0$ , 质点作直线运动;  $a_n \neq 0$ , 质点作曲线运动。

## 1.2.6 相对运动

假设参考系  $S'$  相对于参考系  $S$  以速度  $v_0$  运动。一般将  $S$  系称为基本参考系(或绝对参考系), 将  $S'$  系称为运动参考系。相应地, 物体在  $S$  系中的运动速度  $v$  称为绝对速度, 在  $S'$  系中的运动速度  $v'$  称为相对速度, 而将  $v_0$  称为牵连速度。

考虑运动参考系作平动的情况, 如图 1-2 所示。分别在  $S$  系和  $S'$  系中描述同一个质量为  $m$  的质点的运动, 两个参考系中位移的关系为

$$\Delta r = \Delta r_0 + \Delta r' \quad (1-25)$$

即质点相对基本参考系的位移等于质点相对运动参考系的位移与运动参考系相对基本参考系的位移的矢量和。

两个参考系中速度的关系为

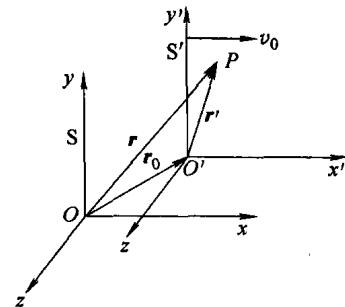


图 1-2 相对运动

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}' \quad (1-26)$$

即绝对速度等于牵连速度与相对速度的矢量和。

两个参考系中加速度的关系为

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}' \quad (1-27)$$

即绝对加速度等于牵连加速度与相对加速度的矢量和。

必须注意，以上变换关系属于伽利略变换，基于时间、空间是独立的，并与运动无关的经典时空观。

## 1.3 例题剖析

### 1.3.1 基本思路

本章是学习大学物理学的开始，尽管这一章的基本概念在高中阶段大都已经学习过，但是对数学的要求应达到高等数学的层次。数学在研究物理问题中具有重要作用，要学会用数学语言来表达物理的概念和规律，矢量和微积分的基本运算不仅是大学物理与高中物理的一个重要区别，而且是深入理解物理概念、规律和物体运动的必备的数学工具。

质点运动学问题一般可分为如下两类：第一类是已知质点的运动方程求速度和加速度，采用的数学方法一般是求导；第二类是已知加速度、初速度和初始位置求质点的运动方程，采用的数学方法一般是积分。

在求解具体问题时要根据需要选择合适的参考系，进行定量描述时还必须固定于参考系建立合适的坐标系。本章计算主要涉及以下内容：

- (1) 根据定义求描述质点运动的几个物理量。
- (2) 已知运动方程求速度、加速度。
- (3) 已知加速度或速度，并给出初始条件，求运动方程。
- (4) 抛体运动和一般圆周运动问题。

在计算中应注意矢量的正确使用，关于变量问题，应严格按定义求解，不可对公式生搬硬套。另外还要注意的是，质点的运动既可以用运动方程来描述，也可以用图示法形象直观地描述，应熟悉用图示法表示质点运动的位置时间图 ( $x-t$  图)、速度时间图 ( $v-t$  图)、加速度时间图 ( $a-t$  图) 等。

### 1.3.2 典型例题

**例 1-1** 一质点在  $x$ ,  $y$  平面内运动，运动方程为

$$x = 3t + 5, \quad y = \frac{1}{2}t^2 + 3t - 4$$

式中， $t$  以  $s$  计， $x$ ,  $y$  以  $m$  计。

- (1) 以时间  $t$  为变量，写出质点位矢的表达式，并写出质点的轨迹方程。

- (2) 写出  $t=1\text{s}$  和  $t=2\text{s}$  时的位矢，并写出这  $1\text{s}$  内质点的位移及平均速度。  
 (3) 写出该质点的速度表达式，并计算  $t=4\text{s}$  时质点的速度。  
 (4) 写出该质点的加速度表达式，并计算  $t=4\text{s}$  时质点的加速度。

**分析** 本题已知质点的运动方程求其他基本物理量，是运动学的第一类问题。求解时可先写出位矢的表达式，采用求导的方法求速度、加速度的表达式，然后求出某一时刻的速度、加速度；也可直接对运动方程的分量式  $x=x(t)$ ,  $y=y(t)$  求导，得到速度、加速度的分量式。采用对矢量求导的方法往往比较简洁。

求位移、平均速度等物理量时，要按照定义求解，并注意矢量的正确表达。如果质点作直线运动（一维问题），位矢、位移、速度、加速度均只有两个方向，一般可用“+”、“-”号表示其方向，这时矢量可用标量代替。

**解** (1) 质点的位矢为

$$\mathbf{r} = xi + yj = (3t + 5)i + \left(\frac{1}{2}t^2 + 3t - 4\right)j$$

从  $x = 3t + 5$ ,  $y = \frac{1}{2}t^2 + 3t - 4$  中消去时间  $t$  得质点的轨迹方程为

$$x^2 + 8x - 18y - 137 = 0$$

(2)  $t_1 = 1\text{s}$  时，位矢为

$$\mathbf{r}_1 = [(3 \times 1 + 5)i + \left(\frac{1}{2} \times 1^2 + 3 \times 1 - 4\right)j] \text{m} = (8i - 0.5j) \text{m}$$

$t_2 = 2\text{s}$  时，位矢为

$$\mathbf{r}_2 = [(3 \times 2 + 5)i + \left(\frac{1}{2} \times 2^2 + 3 \times 2 - 4\right)j] \text{m} = (11i + 4j) \text{m}$$

$\Delta t = t_2 - t_1 = 1\text{s}$  内的位移为

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = \Delta xi + \Delta y j = \{(11 - 8)i + [4 - (-0.5)]j\} \text{m} = (3i + 4.5j) \text{m}$$

这段时间内的平均速度为

$$\bar{v} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}i + \frac{\Delta y}{\Delta t}j = (3i + 4.5j) \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

(3) 质点的速度为

$$\mathbf{v} = v_x i + v_y j = \frac{dx}{dt}i + \frac{dy}{dt}j$$

由题中所给条件可求得  $v_x = \frac{dx}{dt} = 3 \text{m/s}$ ,  $v_y = \frac{dy}{dt} = (t + 3) \text{m/s}$

所以

$$\mathbf{v} = v_x i + v_y j = (3i + (t + 3)j) \text{m/s}$$

当  $t = 4\text{s}$  时，质点的速度为  $\mathbf{v}_4 = [3i + (4 + 3)j] \text{m/s} = (3i + 7j) \text{m/s}$

(4) 质点的加速度为

$$\mathbf{a} = a_x i + a_y j = \frac{dv_x}{dt}i + \frac{dv_y}{dt}j$$