刘培杰数学工作室高考辅导系列 12

新课标高考数学

五年试题分章详解

2007～2011

（下）

王连笑 著

关注高考 春蚕丝尽 倾情考生 蜡炬成灰

高考数学专家 王连笑

最后的巨献

哈爾濱工業大學出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

刘培杰数学工作室高考辅导系列 12

新课标高考数学五年试题分章详解

2007～2011

（下）

王连笑 著

关注高考 春蚕丝尽 倾情考生 蜡炬成灰
高考数学专家 王连笑
最后的巨献

内 容 提 要

本书为《新课标高考数学——五年试题分章详解 2007～2011》的下册。包括：解析几何——圆锥曲线，立体几何，计数原理和二项求定理，算法，概率，统计，随机变量及其分布，复数，几何证明选讲，坐标系与参数方程，矩阵与变换。

本书适合高中师生及数学爱好者参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

新课标高考数学：五年试题分章详解：2007～2011. 下/王连笑著.
—哈尔滨：哈尔滨工业大学出版社，2011.7
ISBN 978-7-5603-3375-5

Ⅰ.①新… Ⅱ.①王… Ⅲ.①中学数学课-高中-题解-升学参考资料 Ⅳ.①G632.479

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 168527 号

策划编辑 刘培杰 张永芹
责任编辑 杨万鑫
封面设计 孙茵艾
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社　　址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号　邮编 150006
传　　真 0451-86414749
网　　址 http://hitpress.hit.edu.cn
印　　刷 黑龙江省教育厅印刷厂
开　　本 889mm×1194mm　1/16　印张 19.75　字数 593 千字
版　　次 2011 年 10 月第 1 版　2011 年 10 月第 1 次印刷
书　　号 ISBN 978-7-5603-3375-5
定　　价 78.00 元(上、下)

目 录 CONTENTS

11. 解析几何——圆锥曲线

选择题

1.（2011 **安徽卷理** 2，**文** 3）　双曲线 $2x^2-y^2=8$ 的实轴长是（　　）.

A. 2　　　　B. $2\sqrt{2}$　　　　C. 4　　　　D. $4\sqrt{2}$

解　双曲线 $2x^2-y^2=8$ 化为 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{8}=1$，则 $a^2=4$，$a=2$，实轴长 $2a=4$. 故选 C.

2.（2011 **福建卷理** 7，**文** 11）　设圆锥曲线 Γ 的两个焦点分别为 F_1，F_2，若曲线 Γ 上存在点 P 满足 $|PF_1|:|F_1F_2|:|PF_2|=4:3:2$，则曲线 Γ 的离心率等于（　　）.

A. $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{3}{2}$　　　　B. $\frac{2}{3}$ 或 2　　　　C. $\frac{1}{2}$ 或 2　　　　D. $\frac{2}{3}$ 或 $\frac{3}{2}$

解　因为 $|PF_1|:|F_1F_2|:|PF_2|=4:3:2$，所以设

$$|PF_1|=4\lambda,\ |F_1F_2|=3\lambda,\ |PF_2|=2\lambda$$

若 Γ 为椭圆，则

$$\begin{cases}|PF_1|+|PF_2|=2a=4\lambda+2\lambda=6\lambda\\ |F_1F_2|=2c=3\lambda\end{cases}$$

所以 $e=\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$.

若 Γ 为双曲线，则

$$\begin{cases}|PF_1|-|PF_2|=2a=4\lambda-2\lambda=2\lambda\\ |F_1F_2|=2c=3\lambda\end{cases}$$

所以 $e=\frac{c}{a}=\frac{3}{2}$. 故选 A.

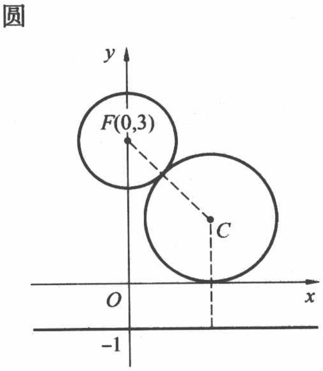
3.（2011 **广东卷文** 8）　设圆 C 与圆 $x^2+(y-3)^2=1$ 外切，与直线 $y=0$ 相切，则 C 的圆心轨迹为（　　）.

A. 抛物线　　　　B. 双曲线　　　　C. 椭圆　　　　D. 圆

解　如图，圆 $x^2+(y-3)^2=1$ 的圆心为 $F(0,3)$.

设圆 C 的圆心为 C，半径为 r，因为圆 C 与圆 $x^2+(y-3)^2=1$ 外切，则 $|CF|=r+1$.

因为圆 C 与直线 $y=0$ 相切，则 C 到 x 轴的距离为 r，因而到直线 $y=-1$ 的距离为 $r+1$，所以 C 的圆心到点 $F(0,3)$ 的距离与它到直线 $y=-1$ 的距离相等，则 C 的圆心轨迹为以 $F(0,3)$ 为焦点，直线 $y=-1$ 为准线的抛物线. 故选 A.



3 题答案图

4.（2011 **湖南卷理** 5，**文** 6）　设双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{9}=1(a>0)$ 的渐近线方程为 $3x\pm 2y=0$，则 a 的值为（　　）.

A. 4　　　　B. 3　　　　C. 2　　　　D. 1

解　双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{9}=1(a>0)$的一条渐近线方程为$y=\frac{3}{a}x$，对照已知渐近线方程$y=\frac{3}{2}x$，则$a=2$. 故选 C.

5.(2011 **辽宁卷理** 3，**文** 7)　已知F是抛物线$y^2=x$的焦点，A,B是该抛物线上的两点，$|AF|+|BF|=3$，则线段AB的中点到y轴的距离为(　　).

A. $\frac{3}{4}$　　B. 1　　C. $\frac{5}{4}$　　D. $\frac{7}{4}$

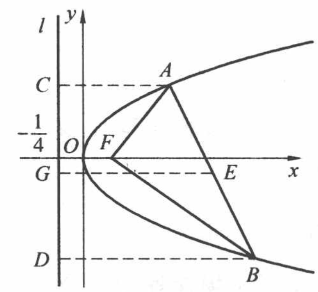
解　由题设，焦点$F\left(\frac{1}{4},0\right)$，准线$l$的方程为$x=-\frac{1}{4}$.

如图，设AB的中点为E，过A,B,E作准线l的垂线，垂足分别为C,D,G.

由抛物线的定义得$|AF|=|AC|$，$|BF|=|BD|$，则

$$|AC|+|BD|=|AF|+|BF|=3$$

EG是梯形$ABDC$的中位线，则$|EG|=\frac{3}{2}$，于是点E到y轴的距离为$\frac{3}{2}-\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$. 故选 C.



5 题答案图

6.(2011 **全国新课标卷理** 7)　设直线l过双曲线C的一个焦点，且与C的一条对称轴垂直，l与C交于A,B两点，$|AB|$为C的实轴长的 2 倍，则C的离心率为(　　).

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. 3

解　设双曲线方程为$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$，一个焦点为$F(c,0)$.

直线l过双曲线C的一个焦点，且与x轴垂直，则由$\frac{c^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$得$y=\frac{b^2}{a}$，所以$|AB|=\frac{2b^2}{a}$，因为$|AB|$为$C$的实轴长的 2 倍，所以$\frac{2b^2}{a}=4a$，即$b^2=2a^2$.

因而$c^2=a^2+b^2=3a^2$，$e=\frac{c}{a}=\sqrt{3}$. 故选 B.

7.(2011 **全国新课标卷文** 4)　椭圆$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{8}=1$的离心率为(　　).

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

解　$c^2=16-8=8$，$e^2=\frac{c^2}{a^2}=\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$，$e=\frac{\sqrt{2}}{2}$，故选 D.

8.(2011 **全国新课标卷文** 9)　已知直线l过抛物线C的焦点，且与C的对称轴垂直. l与C交于A,B两点，$|AB|=12$，P为C的准线上一点，则$\triangle ABP$的面积为(　　).

A. 18　　B. 24　　C. 36　　D. 48

解　设抛物线C的方程为$y^2=2px$，则焦点为$\left(\frac{p}{2},0\right)$.

直线l过抛物线C的焦点，且与C的对称轴垂直，则直线l的方程为$x=\frac{p}{2}$.

由$\begin{cases}y^2=2px\\ x=\frac{p}{2}\end{cases}$，得$y=\pm p$，所以$|AB|=12=2p$，所以$p=6$.

准线方程为$x=-3$. 所以P到AB的距离为 6，所以$S_{\triangle ABP}=\frac{1}{2}\times12\times6=36$. 故选 C.

9.(2011 **山东卷理** 8)　已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的两条渐近线均和圆$C$:$x^2+$

$y^2-6x+5=0$ 相切，且双曲线的右焦点为圆 C 的圆心，则该双曲线的方程为(　　).

A. $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$　　B. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$

C. $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{6}=1$　　D. $\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{3}=1$

解法 1　圆 C 的方程可化为 $(x-3)^2+y^2=4$.

因为双曲线的右焦点为圆 C 的圆心，所以右焦点的坐标为 $(3,0)$，$c=\sqrt{a^2+b^2}=3$.

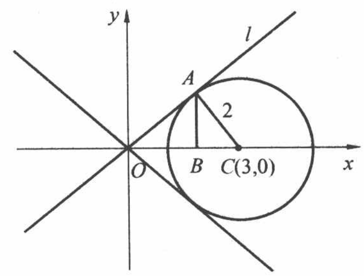
双曲线的两条渐近线方程为 $bx\pm ay=0$ 均和圆 C 相切，所以圆心 $(3,0)$ 到渐近线的距离为半径 2，即 $\frac{|3b\pm 0|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{3b}{3}=2$，所以 $b=2$. $a^2=c^2-b^2=9-4=5$.

所以双曲线的方程为 $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$. 故选 A.

解法 2　圆 C 的方程可化为 $(x-3)^2+y^2=4$.

因为双曲线的右焦点为圆 C 的圆心，所以右焦点的坐标为 $(3,0)$，$c=\sqrt{a^2+b^2}=3$.

如图，双曲线的两条渐近线方程为 $bx\pm ay=0$ 均和圆 C 相切，设圆 C 与一条渐近线 l 切于点 A，过 A 作 x 轴的垂线，垂足为 B，则 $|CA|=2$，$|OC|=3$，$|OA|=\sqrt{5}$.



9 题答案图

由 Rt△OAB ∽ Rt△OCA，得

$$\frac{b}{a}=\frac{|AB|}{|OB|}=\frac{|CA|}{|OA|}=\frac{2}{\sqrt{5}}$$

由 $\frac{b}{a}=\frac{2}{\sqrt{5}}$，$c=\sqrt{a^2+b^2}=3$，解得 $a^2=5$，$b^2=4$.

所以双曲线的方程为 $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$. 故选 A.

10. (2011 **山东卷文** 9)　设 $M(x_0,y_0)$ 为抛物线 $C:x^2=8y$ 上一点，F 为抛物线 C 的焦点，以 F 为圆心，$|FM|$ 为半径的圆和抛物线 C 的准线相交，则 y_0 的取值范围是(　　).

A. $(0,2)$　　B. $[0,2]$　　C. $(2,+\infty)$　　D. $[2,+\infty)$

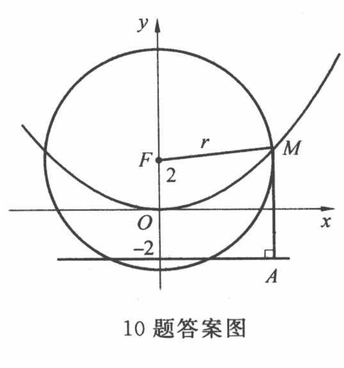
解法 1　设圆的半径为 r，因为 $F(0,2)$ 是圆心，抛物线 C 的准线方程为 $y=-2$.

如图，由圆与准线相交知 $r>4$.

因为点 $M(x_0,y_0)$ 为抛物线 $C:x^2=8y$ 上一点，所以有 $x_0^2=8y_0$.

又点 $M(x_0,y_0)$ 在圆 $x^2+(y-2)^2=r^2$ 上，所以 $x_0^2+(y_0-2)^2=r^2>16$，所以 $8y_0+(y_0-2)^2=r^2>16$，即有 $y_0^2+4y_0-12>0$，解得 $y_0>2$ 或 $y_0<-6$. 又因为 $y_0\geqslant 0$，所以 $y_0>2$. 故选 C.

解法 2　抛物线 C 的准线方程为 $y=-2$，由圆与准线相交知 $r>4$.



10 题答案图

如图，过 M 作准线的垂线，垂足为 A，由抛物线的定义得 $|MA|=|MF|=r$.

则 $|MA|=y_0+2=r>4$，所以 $y_0>2$. 故选 C.

11. (2011 **陕西卷理** 2，**文** 2)　设抛物线的顶点在原点，准线方程为 $x=-2$，则抛物线的方程是(　　).

A. $y^2=-8x$　　B. $y^2=8x$　　C. $y^2=-4x$　　D. $y^2=4x$

解　由准线方程 $x=-2$ 得 $-\frac{p}{2}=-2$，且抛物线的开口向右(或焦点在 x 轴的正半轴)，所

以 $y^2=2px=8x$. 故选 B.

12.(2011 **天津卷文** 6) 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左顶点与抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点的距离为 4，且双曲线的一条渐近线与抛物线的准线的交点坐标为 $(-2,-1)$，则双曲线的焦距为(　　).

A. $2\sqrt{3}$　　B. $2\sqrt{5}$　　C. $4\sqrt{3}$　　D. $4\sqrt{5}$

解　因为双曲线的一条渐近线与抛物线的准线的交点坐标为 $(-2,-1)$，则 $-\frac{p}{2}=-2$，所以 $p=4$.

又因为双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左顶点与抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点的距离为 4，则 $\frac{p}{2}+a=4$，所以 $a=2$.

因为点 $(-2,-1)$ 在双曲线的一条渐近线上，则 $-1=\frac{b}{a}(-2)$，即 $a=2b$，所以 $b=1$，$c=\sqrt{5}$，焦距 $2c=2\sqrt{5}$. 故选 B.

13.(2011 **浙江卷理** 8,**文** 9) 已知椭圆 $C_1:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 与双曲线 $C_2:x^2-\frac{y^2}{4}=1$ 有公共的焦点，C_2 的一条渐近线与以 C_1 的长轴为直径的圆相交于 A,B 两点，若 C_1 恰好将线段 AB 三等分，则(　　).

A. $a^2=\frac{13}{2}$　　B. $a^2=13$　　C. $b^2=\frac{1}{2}$　　D. $b^2=2$

解　由双曲线 $x^2-\frac{y^2}{4}=1$ 知渐近线方程为 $y=\pm 2x$，又因为椭圆与双曲线有公共焦点，所以椭圆方程可化为 $\frac{x^2}{b^2+5}+\frac{y^2}{b^2}=1$，由 $\begin{cases}\frac{x^2}{b^2+5}+\frac{y^2}{b^2}=1\\ y=\pm 2x\end{cases}$，解得 $x^2=\frac{(b^2+5)b^2}{5b^2+20}$.

又因为 C_1 将线段 AB 三等分，所以

$$\sqrt{1+2^2}\times 2\sqrt{\frac{(b^2+5)b^2}{5b^2+20}}=\frac{2a}{3}$$

解得 $b^2=\frac{1}{2}$. 故选 C.

14.(2010 **福建卷理** 2) 以抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为圆心，且过坐标原点的圆的方程为(　　).

A. $x^2+y^2+2x=0$　　B. $x^2+y^2+x=0$

C. $x^2+y^2-x=0$　　D. $x^2+y^2-2x=0$

解　抛物线的焦点为 $F(1,0)$，又圆过原点，所以半径 $R=1$，圆的方程为 $(x-1)^2+y^2=1$，即 $x^2-2x+y^2=0$. 故选 D.

15.(2010 **湖南卷文** 5) 设抛物线 $y^2=8x$ 上一点 P 到 y 轴的距离是 4，则点 P 到该抛物线焦点的距离是(　　).

A. 4　　B. 6　　C. 8　　D. 12

解　$P(x_0,y_0)$，由题设，$x_0=4$，则 $y_0^2=8x_0=32$，焦点的坐标为 $F(2,0)$，则 $|PF|=\sqrt{(x_0-2)^2+y_0^2}=\sqrt{4+32}=6$. 故选 B.

16.(2010 **陕西卷理** 8,**文** 9) 已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的准线与圆 $(x-3)^2+y^2=16$ 相切，则 p 的值为(　　).

A. $\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. 2　　D. 4

解法1 抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的准线方程为 $x=-\frac{p}{2}$，圆的方程为 $(x-3)^2+y^2=16$，因为准线与圆相切，则 $3+\frac{p}{2}=4$，$p=2$. 故选 C.

解法2 抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的准线方程为 $x=-\frac{p}{2}$，圆 $(x-3)^2+y^2=16$ 与 x 轴的交点为 $(-1,0)$，该点也是准线与圆的切点，因此 $-\frac{p}{2}=-1$，$p=2$. 故选 C.

17.（2010 **辽宁卷理** 7，**文** 7） 设抛物线 $y^2=8x$ 的焦点为 F，准线为 l，P 为抛物线上一点，$PA\perp l$，A 为垂足. 如果直线 AF 的斜率为 $-\sqrt{3}$，那么 $|PF|=$（　　）.

A. $4\sqrt{3}$　　B. 8　　C. $8\sqrt{3}$　　D. 16

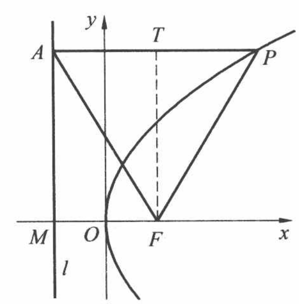
解法1 由题设，焦点 $F(2,0)$，准线 l 的方程为 $x=-2$. 直线 AF 的方程为 $y=-\sqrt{3}(x-2)$.

因为 A 在准线上，则 $x_A=-2$，代入直线 AF 的方程得 $y=4\sqrt{3}$.

因为 $PA\perp l$，所以 P 的纵坐标为 $4\sqrt{3}$.

因为 P 在抛物线上，则 $(4\sqrt{3})^2=8x$，$x=6$. 于是 $P(6,4\sqrt{3})$.

$|PF|=\sqrt{(6-2)^2+(4\sqrt{3})^2}=8$，故选 B.



17 题图

解法2 如图，由题设，焦点 $F(2,0)$，准线 l 的方程为 $x=-2$.，准线 l 与 x 轴交于 M.

设 $P(x_0,y_0)$，则 $|PA|=x_0+2$.

由于直线 AF 的斜率为 $-\sqrt{3}$，则 $\angle AFM=60^\circ$，因而 $\angle PAF=60^\circ$，作 $FT\perp PA$ 于 T，则 $|AT|=4$，由于

$$|PF|=\sqrt{(x_0-2)^2+y_0^2}=\sqrt{(x_0-2)^2+8x_0}=\sqrt{(x_0+2)^2}=x_0+2=|PA|$$

所以 $\triangle PAF$ 是等边三角形. T 为 PA 的中点，于是 $|PF|=|PA|=8$. 故选 B.

18.（2010 **山东卷文** 9） 已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$，过其焦点且斜率为 1 的直线交抛物线于 A,B 两点，若线段 AB 的中点的纵坐标为 2，则该抛物线的准线方程为（　　）.

A. $x=1$　　B. $x=-1$　　C. $x=2$　　D. $x=-2$

解法1 过焦点且斜率为 1 的直线方程为 $y=x-\frac{p}{2}$.

由 $\begin{cases} y=x-\frac{p}{2} \\ y^2=2px \end{cases}$，消去 x 得 $y^2-2py-p^2=0$.

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，线段 AB 的中点 $M(x_0,y_0)$.

由韦达定理得

$$y_0=\frac{x_1+x_2}{2}=p=2$$

抛物线的准线方程为 $x=-\frac{p}{2}=-1$. 故选 B.

解法2 设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$x_1\neq x_2$，线段 AB 的中点 $M(x_0,2)$，则

$$k_{AB}=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=1,\frac{y_1+y_2}{2}=2$$

因为 A,B 在抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 上，则

$$\begin{cases} y_1^2=2px_1 \\ y_2^2=2px_2 \end{cases}$$

两式相减得 $\frac{y_1^2-y_2^2}{x_1-x_2}=2p$，则

$$p=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}\cdot\frac{y_1+y_2}{2}=2$$

抛物线的准线方程为 $x=-\frac{p}{2}=-1$. 故选 B.

19.(2010 **全国新课标卷理** 12) 已知双曲线 E 的中心为原点，$F(3,0)$ 是 E 的焦点，过 F 的直线 l 与 E 相交于 A,B 两点，且 AB 的中点为 $N(-12,-15)$，则 E 的方程为(　　).

A. $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{6}=1$　　B. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$　　C. $\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{3}=1$　　D. $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$

解法 1　设双曲线 E 的方程为$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$，直线 l 的斜率为 k.

因为点 $F(3,0)$ 和 $N(-12,-15)$ 都在直线 l 上，则 $k=\frac{-15-0}{-12-3}=1$.

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，因为点 A,B 在双曲线 E 上，则

$$k=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=1$$

$$\begin{cases}b^2x_1^2-a^2y_1^2=a^2b^2\\ b^2x_2^2-a^2y_2^2=a^2b^2\end{cases}$$

两式相减得 $b^2(x_1^2-x_2^2)=a^2(y_1^2-y_2^2)$，即

$$\frac{y_1+y_2}{x_1+x_2}\cdot\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\frac{b^2}{a^2}$$

因为 $N(-12,-15)$ 是 AB 的中点，则$\frac{x_1+x_2}{2}=-12$，$\frac{y_1+y_2}{2}=-15$. 于是$\frac{-15}{-12}\times1=\frac{b^2}{a^2}$，即 $4b^2=5a^2$，又 $c^2=9=a^2+b^2$，所以 $a^2=4$，$b^2=5$.

因而双曲线 E 的方程为$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$. 故选 B.

解法 2　设双曲线 E 的方程为$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$，直线 l 的斜率为 k.

因为点 $F(3,0)$ 和 $N(-12,-15)$ 都在直线 l 上，则 $k=\frac{-15-0}{-12-3}=1$.

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，直线 l 的方程为 $y=x-3$.

从$\begin{cases}y=x-3\\ \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\end{cases}$，中消去 y 得

$$(b^2-a^2)x^2+6a^2x-9a^2-a^2b^2=0$$

则 $-24=x_1+x_2=-\frac{6a^2}{b^2-a^2}$，整理得 $4b^2=5a^2$，又 $c^2=9=a^2+b^2$，所以 $a^2=4$，$b^2=5$.

因而双曲线 E 的方程为$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$. 故选 B.

20.(2010 **全国新课标卷文** 5) 中心在原点，焦点在 x 轴上的双曲线的一条渐近线经过点 $(4,2)$，则它的离心率为(　　).

A. $\sqrt{6}$　　B. $\sqrt{5}$　　C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

解　设双曲线的方程为$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$，则一条渐近线方程为 $y=\frac{b}{a}x$，因为点 $(4,2)$ 在渐近线上，则 $2=4\frac{b}{a}$，于是 $a=2b$.

因为 $c^2=a^2+b^2=a^2+\frac{1}{4}a^2$，于是$\frac{c^2}{a^2}=\frac{5}{4}$，$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{2}$. 故选 D.

21.(2010 **安徽卷理** 5) 双曲线方程为 $x^2-2y^2=1$，则它的右焦点坐标为(　　).

A. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2},0\right)$　　B. $\left(\frac{\sqrt{5}}{2},0\right)$　　C. $\left(\frac{\sqrt{6}}{2},0\right)$　　D. $(\sqrt{3},0)$

解　双曲线的 $a^2=1,b^2=\frac{1}{2},c^2=\frac{3}{2},c=\frac{\sqrt{6}}{2}$，所以右焦点为$\left(\frac{\sqrt{6}}{2},0\right)$. 故选 C.

22. (2010 **辽宁卷理** 9，**文** 9)　设双曲线的一个焦点为 F；虚轴的一个端点为 B，如果直线 FB 与该双曲线的一条渐近线垂直，那么此双曲线的离心率为(　　).

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

解　设双曲线方程为$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$，焦点 $F(c,0)$，端点 $B(0,b)$，渐近线方程为 $y=\frac{b}{a}x$，直线 FB 的斜率 $k_{BF}=-\frac{b}{c}$.

由题意，$-\frac{b}{c}\cdot\frac{b}{a}=-1$，所以 $b^2=c^2-a^2=ac$，即 $c^2-ac-a^2=0$，于是 $e^2-e-1=0$，且 $e>1$，得 $e=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$. 故选 D.

23. (2010 **福建卷理** 7)　若点 O 和点 $F(-2,0)$ 分别为双曲线$\frac{x^2}{a^2}-y^2=1(a>0)$的中心和左焦点，点 P 为双曲线右支上的任意一点，则$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{FP}$的取值范围为(　　).

A. $[3-2\sqrt{3},+\infty)$　　B. $[3+2\sqrt{3},+\infty)$

C. $\left[-\frac{7}{4},+\infty\right)$　　D. $\left[\frac{7}{4},+\infty\right)$

解　设 $P(x_0,y_0)\ (x_0\geqslant a)$，$\overrightarrow{OP}=(x_0,y_0)$，$\overrightarrow{FP}=(x_0+2,y_0)$.

$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{FP}=(x_0,y_0)\cdot(x_0+2,y_0)=x_0^2+2x_0+y_0^2$，因为 $F(-2,0)$，则 $c=2$，于是 $a=\sqrt{3}$.

因为 $P(x_0,y_0)$ 在双曲线$\frac{x^2}{3}-y^2=1$ 上，则$\frac{x_0^2}{3}-y_0^2=1$，于是

$$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{FP}=x_0^2+2x_0+\frac{x_0^2}{3}-1=\frac{4}{3}x_0^2+2x_0-1$$

因为函数 $f(x_0)=\frac{4}{3}x_0^2+2x_0-1$，在$\left(-\frac{3}{4},+\infty\right)$上是增函数，则

$$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{FP}=\frac{4}{3}x_0^2+2x_0-1\geqslant\frac{4}{3}\times3+2\sqrt{3}-1=3+2\sqrt{3}$$

故选 B.

24. (2010 **天津卷理** 5)　已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的一条渐近线方程是 $y=\sqrt{3}x$，它的一个焦点在抛物线 $y^2=24x$ 的准线上，则双曲线的方程为(　　).

A. $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{108}=1$　　B. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{27}=1$

C. $\frac{x^2}{108}-\frac{y^2}{36}=1$　　D. $\frac{x^2}{27}-\frac{y^2}{9}=1$

解法 1　由题设可得双曲线方程满足 $3x^2-y^2=\lambda$，即$\frac{x^2}{\frac{\lambda}{3}}-\frac{y^2}{\lambda}=1$，于是

$$c^2=\frac{\lambda}{3}+\lambda=\frac{4\lambda}{3}$$

又抛物线 $y^2=24x$ 的准线方程为 $x=-6$，因为双曲线的一个焦点在抛物线 $y^2=24x$ 的准线上，则 $c^2=\frac{4\lambda}{3}=36$，于是 $\lambda=27$.

所以双曲线的方程$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{27}=1$. 故选 B.

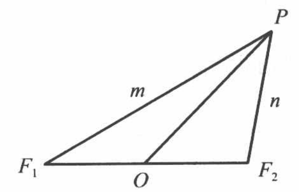
解法 2 因为抛物线 $y^2=24x$ 的准线方程为 $x=-6$，双曲线的一个焦点在抛物线 $y^2=24x$ 的准线上，则 $c^2=36$. 由此排除 A，C.

又双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的一条渐近线方程是 $y=\dfrac{b}{a}x=\sqrt{3}x$，则 $b>a$，由此又排除 D，故选 B.

25.(2010 **浙江卷文** 10) 设 O 为坐标原点，F_1，F_2 是双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的焦点，若在双曲线上存在点 P，满足 $\angle F_1PF_2=60°$，$|OP|=\sqrt{7}a$，则该双曲线的渐近线方程为( ).

A. $x\pm\sqrt{3}y=0$　　B. $\sqrt{3}x\pm y=0$

C. $x\pm\sqrt{2}y=0$　　D. $\sqrt{2}x\pm y=0$



25 题答案图

解 如图，设点 P 在双曲线的右支，$|PF_1|=m$，$|PF_2|=n$，则

$$m^2=|OP|^2+c^2-2\cdot|OP|\cdot c\cdot\cos\angle POF_1$$
$$n^2=|OP|^2+c^2-2\cdot|OP|\cdot c\cdot\cos\angle POF_2$$

由 $\angle POF_1+\angle POF_2=180°$，得

$$m^2+n^2=2|OP|^2+2c^2=14a^2+2c^2$$

又

$$m-n=2a,(m-n)^2=m^2+n^2-2mn=14a^2+2c^2-2mn=4a^2$$

所以

$$mn=5a^2+c^2$$
$$4c^2=m^2+n^2-2mn\cos 60°$$

即
$$4c^2=m^2+n^2-mn$$

于是
$$4c^2=m^2+n^2-mn=14a^2+2c^2-5a^2-c^2=9a^2+c^2$$

所以 $c^2=3a^2=a^2+b^2$，所以$\dfrac{b}{a}=\sqrt{2}$.

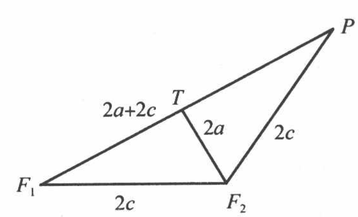
因而该双曲线的渐近线方程为 $y=\pm\dfrac{b}{a}x=\pm\sqrt{2}x$，即$\sqrt{2}x\pm y=0$. 故选 D.

26.(2010 **浙江卷理** 8) 设 F_1，F_2 分别为双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点. 若在双曲线右支上存在点 P，满足 $|PF_2|=|F_1F_2|$，且 F_2 到直线 PF_1 的距离等于双曲线的实轴长，则该双曲线的渐近线方程为( ).

A. $3x\pm4y=0$　B. $3x\pm5y=0$　C. $4x\pm3y=0$　D. $5x\pm4y=0$

解 如图，设焦距为 $2c$，则 $|PF_2|=|F_1F_2|=2c$，又 $|PF_1|-|PF_2|=2a$，则 $|PF_1|=2a+2c$，作 $F_2T\perp PF_1$，则由题意，$|F_2T|=2a$. 于是有 $(2a)^2+(a+c)^2=(2c)^2$，即 $3c^2-2ac-5a^2=0$，$(3c-5a)(c+a)=0$，所以 $3c=5a$.

又 $9c^2=25a^2=9a^2+9b^2$，所以 $4a=3b$，因为双曲线的渐近线方程为 $bx\pm ay=0$，于是 $4x\pm3y=0$. 故选 C.



26 题答案图

27.(2010 **广东卷文** 7) 若一个椭圆长轴的长度、短轴的长度和焦距成等差数列，则该椭圆的离心率是( ).

A. $\dfrac{4}{5}$　　B. $\dfrac{3}{5}$

C. $\dfrac{2}{5}$　　D. $\dfrac{1}{5}$

解 设椭圆的长轴、短轴和焦距为 $2a$，$2b$，$2c$，则

$$\begin{cases} 2b=a+c \\ a^2=b^2+c^2 \end{cases}$$

消去 b 得

$$5c^2+2ac-3a^2=0$$

即 $5e^2+2e-3=0$,$(e+1)(5e-3)=0$,因为 $0<e<1$,则 $e=\frac{3}{5}$. 故选 B.

28.(2010 **福建卷文** 11) 若点 O 和点 F 分别为椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 的中心和左焦点,点 P 为椭圆上的任意一点,则 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{FP}$ 的最大值为(　　).

A. 2　　B. 3　　C. 6　　D. 8

解　设 $P(x_0,y_0)(-2\leqslant x_0\leqslant 2)$,$F(-1,0)$,$\overrightarrow{OP}=(x_0,y_0)$,$\overrightarrow{FP}=(x_0+1,y_0)$,则

$$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{FP}=(x_0,y_0)\cdot(x_0+1,y_0)=x_0^2+x_0+y_0^2$$

因为 $P(x_0,y_0)$ 在椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 上,则 $\frac{x_0^2}{4}+\frac{y_0^2}{3}=1$,于是

$$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{FP}=x_0^2+x_0+3-\frac{3}{4}x_0^2=\frac{1}{4}x_0^2+x_0+3$$

因为函数 $f(x_0)=\frac{1}{4}x_0^2+x_0+3$,在 $(-2,+\infty)$ 上是增函数,则

$$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{FP}=\frac{1}{4}x_0^2+x_0+3\leqslant 1+2+3=6$$

故选 C.

29.(2009 **安徽卷理** 3,**文** 6) 下列曲线中离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$ 的是(　　).

A. $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{4}=1$　　B. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{2}=1$　　C. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{6}=1$　　D. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{10}=1$

解　由 $e=\frac{\sqrt{6}}{2}$ 得 $\frac{c^2}{a^2}=\frac{3}{2}$,$1+\frac{b^2}{a^2}=\frac{3}{2}$,$\frac{b^2}{a^2}=\frac{1}{2}$,故选 B.

30.(2009 **福建卷文** 4) 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{3^2}=1(a>0)$ 的离心率为 2,则 a 等于(　　).

A. 2　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\frac{3}{2}$　　D. 1

解　由 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{3}=1$ 可知虚轴 $b=\sqrt{3}$,而离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^2+3}}{a}=2$,解得 $a=1$,故选 D.

31.(2009 **海南、宁夏卷理** 4) 双曲线 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$ 的焦点到渐近线的距离为(　　).

A. $2\sqrt{3}$　　B. 2　　C. $\sqrt{3}$　　D. 1

解　双曲线 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$ 的焦点 $(4,0)$ 到渐近线 $y=\sqrt{3}x$ 的距离为 $d=\frac{|\sqrt{3}\times 4-0|}{2}=2\sqrt{3}$,故选 A.

32.(2009 **山东卷理** 9) 设双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的一条渐近线与抛物线 $y=x^2+1$ 只有一个公共点,则双曲线的离心率为(　　).

A. $\frac{5}{4}$　　B. 5　　C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　D. $\sqrt{5}$

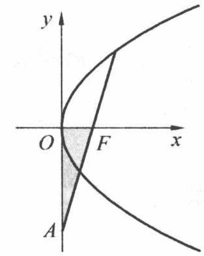
解　双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的一条渐近线方程为 $y=\frac{b}{a}x$,由方程组 $\begin{cases} y=\frac{b}{a}x \\ y=x^2+1 \end{cases}$,消去 y 得 $x^2-\frac{b}{a}x+1=0$ 有唯一解.

所以，$\Delta=\left(\frac{b}{a}\right)^2-4=0$，解得$\frac{b}{a}=2$，$e=\frac{c}{a}=\sqrt{1+\left(\frac{b}{a}\right)^2}=\sqrt{5}$. 故选 D.

33.（2009 **山东卷文** 10） 设斜率为 2 的直线 l 过抛物线 $y^2=ax(a\neq 0)$ 的焦点 F，且和 y 轴交于点 A，若 $\triangle OAF$（O 为坐标原点）的面积为 4，则抛物线方程为（　　）.

A. $y^2=\pm 4x$　　B. $y^2=\pm 8x$　　C. $y^2=4x$　　D. $y^2=8x$

解　如图，焦点坐标为$\left(\frac{a}{4},0\right)$，直线方程为 $y=2\left(x-\frac{a}{4}\right)=2x-\frac{a}{2}$，直线与 y 轴交点为$\left(0,-\frac{a}{2}\right)$，由题意，$S_{\triangle OAF}=\frac{1}{2}\times\frac{a}{2}\times\frac{a}{4}=4$，解得 $a=\pm 8$，则抛物线方程为 $y^2=\pm 8x$. 故选 B.



33 题答案图

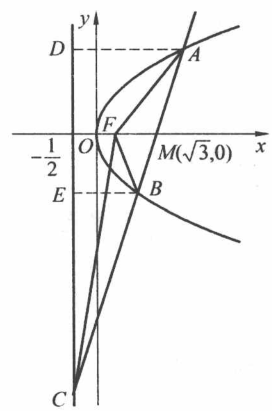
34.（2009 **天津卷理** 9） 设抛物线 $y^2=2x$ 的焦点为 F，过点 $M(\sqrt{3},0)$ 的直线与抛物线相交于 A,B 两点，与抛物线的准线相交于点 C，$|BF|=2$，则 $\triangle BCF$ 与 $\triangle ACF$ 的面积之比$\frac{S_{\triangle BCF}}{S_{\triangle ACF}}=$（　　）.

A. $\frac{4}{5}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{4}{7}$　　D. $\frac{1}{2}$

解法 1　如图，过 A,B 两点作准线的垂线，垂足为 D,E.

由题意，焦点 $F\left(\frac{1}{2},0\right)$，准线 $x=-\frac{1}{2}$，由 $|BF|=2$，则 $|BE|=2$，从而点 B 的坐标为 $B\left(\frac{3}{2},-\sqrt{3}\right)$.

设 $A\left(\frac{y^2}{2},y\right)$，则由 A,B,M 共线有$\frac{y-0}{-\sqrt{3}-0}=\frac{\frac{y^2}{2}-\sqrt{3}}{\frac{3}{2}-\sqrt{3}}$，解得 $y=2$，则点 A 的坐标为 $A(2,2)$，于是 $|AD|=|AF|=\frac{5}{2}$.



34 题答案图

由高相同的三角形面积比等于底的比，及 $\triangle CBE\sim\triangle CAD$ 可得

$$\frac{S_{\triangle BCF}}{S_{\triangle ACF}}=\frac{|BC|}{|AC|}=\frac{|BE|}{|AD|}=\frac{4}{5}$$

故选 A.

解法 2　由解法 1 得 $B\left(\frac{3}{2},-\sqrt{3}\right)$，由 B,M 的坐标，得直线 AC 的方程为

$$\frac{y-0}{-\sqrt{3}-0}=\frac{x-\sqrt{3}}{\frac{3}{2}-\sqrt{3}}$$

整理得

$$y=(4+2\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$$

解

$$\begin{cases}y=(4+2\sqrt{3})(x-\sqrt{3})\\ y^2=2x\end{cases}$$

得

$$y_A=2,y_C=-8-5\sqrt{3}$$

于是可得 $A(2,2)$，$C\left(-\frac{1}{2},-8-5\sqrt{3}\right)$，可以求出

$$|AC|^2=25\left(\frac{29}{4}+4\sqrt{3}\right),|BC|^2=16\left(\frac{29}{4}+4\sqrt{3}\right)$$

由高相同的三角形面积比等于底的比得

$$\frac{S_{\triangle BCF}}{S_{\triangle ACF}}=\frac{|BC|}{|AC|}=\frac{4\sqrt{\frac{29}{4}+4\sqrt{3}}}{5\sqrt{\frac{29}{4}+4\sqrt{3}}}=\frac{4}{5}$$

故选 A.

35.(2009 **天津卷文** 4) 设双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的虚轴长为 2,焦距为 $2\sqrt{3}$,则双曲线的渐近线方程为( ).

A. $y=\pm\sqrt{2}x$ B. $y=\pm 2x$ C. $y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$ D. $y=\pm\frac{1}{2}x$

解 由题设,$b=1,c=\sqrt{3}$,则 $a=\sqrt{2}$,双曲线的渐近线方程为 $y=\pm\frac{b}{a}x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$. 故选 C.

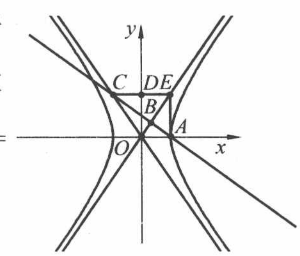
36.(2009 **浙江卷理** 9) 过双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的右顶点 A 作斜率为 -1 的直线,该直线与双曲线的两条渐近线的交点分别为 B,C. 若$\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$,则双曲线的离心率是( ).

A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{10}$

解法 1 对于 $A(a,0)$,则直线方程为 $x+y-a=0$,直线与两渐近线的交点为 $B\left(\frac{a^2}{a+b},\frac{ab}{a+b}\right)$,$C(\frac{a^2}{a-b},-\frac{ab}{a-b})$,则有

$$\overrightarrow{BC}=(\frac{2a^2b}{a^2-b^2},-\frac{2a^2b}{a^2-b^2}),\overrightarrow{AB}=\left(-\frac{ab}{a+b},\frac{ab}{a+b}\right)$$

因 $2\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}$,所以 $4a^2=b^2$,所以 $e=\sqrt{5}$. 故选 C.



36 题答案图

解法 2 如图引 $CD\parallel x$ 轴,交 y 轴与 D,交双曲线另一条渐近线于 E,由相似三角形性质,$\frac{|CE|}{|OA|}=\frac{|CB|}{|BA|}=2$,由对称性,$D$ 平分 CE,故 $|DE|=|OA|$,从而 $EA\perp OA$,且有 $\angle EAC=45°$,所以可推出 $|AE|=|CE|=2|DE|=2|OA|$,即 $b=2a$,于是 $e^2=1+\frac{b^2}{a^2}=5$,$e=\sqrt{5}$. 故选 C.

解法 3 不妨令 $A(1,0)$,故已知直线方程为 $x=1-y$.

设 $B(x_1,y_1)$,$C(x_2,y_2)$. 由$\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$,易知 $y_2=3y_1$,即

$$y_1+y_2=4y_1 \quad ①$$
$$y_1\cdot y_2=3y_1^2 \quad ②$$

双曲线的渐近线方程为 $b^2x^2-a^2y^2=0$,将 $x=1-y$ 代入,消去 x,得

$$(b^2-1)y^2-2b^2y+b^2=0$$

由韦达定理及式 ①,②,有 $4y_1=\frac{2b^2}{b^2-1}$,$3y_1^2=\frac{b^2}{b^2-1}$,消去 y_1,即得 $b^2=4$,所以 $e^2=1+b^2=5$,$e=\sqrt{5}$,故选 C.

37.(2009 **浙江卷文** 6) 已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左焦点为 F,右顶点为 A,点 B 在椭圆上,且 $BF\perp x$ 轴,直线 AB 交 y 轴于点 P. 若$\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PB}$,则椭圆的离心率是( ).

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

解 对于椭圆,因为$\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PB}$,则 $OA=2OF$,所以 $a=2c$,所以 $e=\frac{1}{2}$. 故选 D.

38.(2008 **海南、宁夏卷文** 2) 双曲线$\frac{x^2}{10}-\frac{y^2}{2}=1$的焦距为( ).

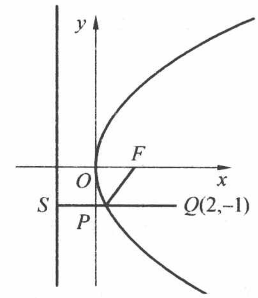
A. $3\sqrt{2}$　　B. $4\sqrt{2}$　　C. $3\sqrt{3}$　　D. $4\sqrt{3}$

解　$a^2=10,b^2=2,c^2=10+2=12,2c=4\sqrt{3}$. 故选 D.

39. (2008 **海南、宁夏卷理** 11)　已知点 P 在抛物线 $y^2=4x$ 上，那么点 P 到点 $Q(2,-1)$ 的距离与点 P 到抛物线焦点距离之和取得最小值时，点 P 的坐标为(　　).

A. $\left(\frac{1}{4},-1\right)$　　B. $\left(\frac{1}{4},1\right)$　　C. $(1,2)$　　D. $(1,-2)$

解　点 P 到抛物线焦点距离等于点 P 到抛物线准线距离，如图，$PF+PQ=PS+PQ$，故最小值在 S,P,Q 三点共线时取得，此时 P,Q 的纵坐标都是 -1，点 P 坐标为 $\left(\frac{1}{4},-1\right)$，故选 A.



39 题答案图

40. (2008 **山东卷理** 10)　设椭圆 C_1 的离心率为 $\frac{5}{13}$，焦点在 x 轴上且长轴长为 26. 若曲线 C_2 上的点到椭圆 C_1 的两个焦点的距离的差的绝对值等于 8，则曲线 C_2 的标准方程为(　　).

A. $\frac{x^2}{4^2}-\frac{y^2}{3^2}=1$　　B. $\frac{x^2}{13^2}-\frac{y^2}{5^2}=1$

C. $\frac{x^2}{3^2}-\frac{y^2}{4^2}=1$　　D. $\frac{x^2}{13^2}-\frac{y^2}{12^2}=1$

解法 1　对于椭圆 C_1，由 $e=\frac{5}{13}$，$2a=26$ 得 $a=13,c=5$，曲线 C_2 为双曲线，$c=5,a=4,b=3$，标准方程为 $\frac{x^2}{4^2}-\frac{y^2}{3^2}=1$. 故选 A.

解法 2　由题设 $2a'=8,a'=4$，可排除 B,C,D，故选 A.

41. (2007 **海南、宁夏卷理** 6，**文** 7)　已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，点 $P_1(x_1,y_1)$，$P_2(x_2,y_2)$，$P_3(x_3,y_3)$ 在抛物线上，且 $2x_2=x_1+x_3$，则有(　　).

A. $|FP_1|+|FP_2|=|FP_3|$　　B. $|FP_1|^2+|FP_2|^2=|FP_3|^2$

C. $2|FP_2|=|FP_1|+|FP_3|$　　D. $|FP_2|^2=|FP_1|\cdot|FP_3|$

解　设抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的准线为 $l:x=-\frac{p}{2}$，由抛物线的定义得

$$|FP_1|=x_1+\frac{p}{2},|FP_2|=x_2+\frac{p}{2},|FP_3|=x_3+\frac{p}{2}$$

又因为 $2x_2=x_1+x_3$，所以 $2|FP_2|=|FP_1|+|FP_3|$. 故选 C.

42. (2007 **山东卷文** 9)　设 O 是坐标原点，F 是抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点，A 是抛物线上的一点，$\overrightarrow{FA}$ 与 x 轴正向的夹角为60°，则 $|\overrightarrow{OA}|$ 为(　　).

A. $\frac{21p}{4}$　　B. $\frac{\sqrt{21}p}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{13}}{6}p$　　D. $\frac{13}{36}p$

解　设 $A(x,y)$ $(x>0,y>0)$，所以

$$\begin{cases}y^2=2px\\ k_{AF}=\dfrac{y}{x-\dfrac{p}{2}}=\sqrt{3}\end{cases}$$

解得 $\begin{cases}y=\sqrt{3}p\\ x=\dfrac{3p}{2}\end{cases}$，所以 $|\overrightarrow{OA}|=\frac{\sqrt{21}}{2}p$. 故选 B.

填空题

1. (2011 **北京卷文** 10)　已知双曲线 $x^2-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$ 的一条渐近线的方程为 $y=2x$，则