



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

University Physics

大学物理学

(下册)

杨兵初 主编



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

大学物理学

D a x u e W u l i x u e

(下 册)

杨兵初 主编



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容简介

本书是普通高等教育“十一五”国家级规划教材《大学物理学》的下册,内容包括电磁学,光的量子性与激光,量子力学基础等。本书紧扣《理工科类大学物理课程教学基本要求》(2008),深化经典物理,加强近代物理。同时,为了扩大学生的知识面,书中还编写了等离子体及其应用、磁悬浮列车、非线性光学简介等拓展性内容,供在教学中选讲和选读。本书简明扼要,通俗易懂,并注重理论联系实际。

本书可作为高等院校理工科非物理专业大学物理课程的教材,也可作为中学物理教师的教学参考书或其他读者的自学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学.下册/杨兵初主编. —北京:高等教育出版社,2011.1

ISBN 978-7-04-030086-4

I. ①大… II. ①杨… III. ①物理学-高等学校-教材 IV. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 198329 号

策划编辑	刘 伟	责任编辑	郭亚嫒	封面设计	张 楠
责任绘图	尹 莉	版式设计	余 杨	责任校对	姜国萍
责任印制	朱学忠				

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120

经 销 蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 保定市市中画美凯印刷有限公司

开 本 787×960 1/16
印 张 20.75
字 数 380 000

购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
畅想教育 <http://www.widedu.com>

版 次 2011 年 1 月第 1 版
印 次 2011 年 1 月第 1 次印刷
定 价 28.30 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 30086-00

目 录

第四篇 电 磁 学

第九章 静电场	3
9-1 电荷 库仑定律	3
9-2 电场强度	6
9-3 静电场的高斯定理	13
9-4 静电场的环路定理 电势	21
9-5 电场强度与电势梯度的关系	28
拓展与应用系列讲座 I 等离子体及其应用	32
思考题	37
习题	38
第十章 静电场中的导体和电介质	42
10-1 静电场中的导体	42
10-2 电容 电容器	49
10-3 静电场中的电介质	53
10-4 静电场的能量	60
拓展与应用系列讲座 J 铁电体及其应用	64
思考题	67
习题	69
第十一章 恒定磁场	72
11-1 恒定电流	72
11-2 磁场 磁感应强度	78
11-3 毕奥-萨伐尔定律	80
11-4 磁场的高斯定理和安培环路定理	87
11-5 带电粒子在电场和磁场中的运动	96
11-6 磁场对载流导线和载流线圈的作用	106
* 11-7 电磁场的相对论性变换	112
拓展与应用系列讲座 K 磁悬浮列车	116
思考题	120
习题	121
第十二章 磁场中的磁介质	124

12-1 磁介质 磁化强度	124
12-2 介质中的磁场 磁场强度	129
12-3 铁磁质	134
拓展与应用系列讲座 L 磁流体发电	139
思考题	143
习题	143
第十三章 变化的电磁场	145
13-1 电磁感应定律	145
13-2 动生电动势和感生电动势	148
13-3 自感和互感	158
13-4 磁场的能量	162
13-5 麦克斯韦电磁场理论	167
13-6 电磁波波动方程	172
13-7 电磁波的能量和动量	174
13-8 电磁波的辐射	177
拓展与应用系列讲座 M 同步辐射	182
思考题	186
习题	187
第五篇 量子物理基础	
第十四章 光的量子性与激光	195
14-1 黑体辐射 普朗克能量量子假设	195
14-2 光电效应 光的波粒二象性	199
14-3 康普顿效应	203
14-4 氢原子的玻尔理论	206
14-5 光的自发辐射 受激辐射 光放大	212
14-6 激光器的原理	214
14-7 激光的特性与应用	217
拓展与应用系列讲座 N 非线性光学简介	221
思考题	224
习题	225
第十五章 量子力学基础	227
15-1 德布罗意波 实物粒子的波粒二象性	227
15-2 不确定关系	230
15-3 薛定谔方程	233

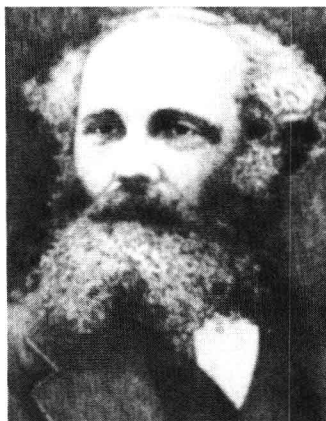
15-4 力学量的算符表示	242
15-5 氢原子的量子理论	248
15-6 多电子原子中的电子分布	257
拓展与应用系列讲座 O 扫描隧穿显微镜	259
思考题	263
习题	264
第十六章 固体中的电子	267
16-1 晶体的特征和描述	267
16-2 固体中电子的能量	270
16-3 导体、绝缘体及半导体 空穴	276
* 16-4 半导体	280
拓展与应用系列讲座 P 超导	283
思考题	288
第十七章 原子核和基本粒子	289
17-1 原子核的基本性质	289
17-2 原子核的放射性衰变	294
17-3 原子核反应	300
17-4 粒子及其相互作用	306
* 17-5 夸克模型	309
拓展与应用系列讲座 Q 核磁共振(NMR)	311
思考题	315
附录 常用物理常量表	316
参考文献	317
习题答案	319

第四篇 电 磁 学

电磁作用是自然界四大基本作用之一,人类对电磁相互作用的观察和认识有非常悠久的历史.通常认为,人们对电现象和磁现象进行系统的研究始于16世纪.而对电磁现象进行定量研究是从18世纪开始的.1745年,英国电学家瓦特孙(W. Watson)发现了电荷守恒定律;1747年,美国电学家富兰克林(B. Franklin)也发现了电荷守恒定律.1785年,法国工程师库仑(C. Coulomb)发现了静电力的平方反比定律,物理学家泊松(S. Poisson)于1811年引入了电势,完成了静电理论.但此时人们认为电现象和磁现象是互不相关的.

人类真正认识电磁作用并开始形成理论,应该是在1819年丹麦物理学家奥斯特(H. Oersted)发现电流对磁针的作用之后的数十年间.1820年,安培(A. Ampere)发现了磁铁对电流的作用,1831年英国物理学家法拉第(M. Farady)发现了电磁感应定律.在此基础上,英国物理学家麦克斯韦(J. Maxwell)于1865年建立了系统的电磁场理论,指出交变电磁场在空间中将形成电磁波,而光是一种电磁波.自此,人类对电磁作用的研究进入了崭新的阶段.可以说,是电磁理论把我们带入了信息时代.如今,人类的文明及其发展在很大的程度上依赖基于电磁理论的信息技术,因此,学习并掌握电磁运动的基本规律,对我们认识物质世界和提升人类生活品质都有极其重要的意义.

本篇先分别介绍静电场和恒定磁场的基本概念、基本理论和基本规律,然后再讨论变化的电磁场,最后讨论电磁波,以便使读者对电磁作用有一个系统而明晰的认识.



麦克斯韦(J. Maxwell, 1831—1879)

第九章

静电场

相对观察者静止的电荷所激发的电场,称为**静电场**(electrostatic field). “场”是物质存在的形式之一. 本章介绍真空中静电场的基本特性,从静电场的基本实验定律——库仑定律出发,引入描述电场的两个重要物理量:电场强度和电势,在此基础上研究静电场所遵循的两条基本规律:高斯定理和环路定理,最后导出电场强度和电势之间的关系.

9-1 电荷 库仑定律

用摩擦的方法能使物体带电,这使人们相信物体的基本组成中本来就有电性物质. 电性物质被称为**电荷**(electric charge),电荷的数量称为电荷量,常用 Q 或 q 表示. 实验表明:电荷有两种,分别称为正电荷和负电荷;同性电荷相互排斥,异性电荷相互吸引. 长期的探讨和研究发现:一切物质都是由分子、原子组成的;原子由带正电荷的原子核和一定数量的绕核运转的带负电荷的电子所组成.

一、电荷的量子化

1897 年,英国物理学家汤姆孙(J. J. Thomson)测出了阴极射线粒子的比荷(荷质比),证实了电子的存在. 1909 年,美国物理学家密立根(Millikan)通过油滴实验测定了电子的电荷量,发现油滴上的电荷量总是电子电荷量 $-e$ 的整数倍,从而得出电荷是不连续的结论. e 是电荷量的最小单位元,被称为“元电荷”. 自然界存在的任意电荷 q ,都是电子电荷量的整数倍,即 $q = ne$,这里的 n 为整数. 这个事实说明,物体所带的电荷量不可能连续地取任意量值,而只能取某一基本单元的整数倍. 电荷量的这种只能取分立的、不连续量值的性质,称为**电荷的量子化**(charge quantization). 由于电子的电荷量极小($-e = -1.602\ 177\ 33 \times 10^{-19} \text{ C}$),而宏观过程中涉及的电荷量总是很大,以致其量子性在宏观上表现不出来,就像人们在呼吸时并不感觉到空气是由分子、原子等微观粒子组成的一样. 所以,在研究宏观电现象时,可以不考虑电荷的量子化,仍把带电体上的电荷看做是连续分布的.“量子化”是近代物理中的一个基本概念,当研究的范围在

原子尺度或更小时,很多物理量如能量、角动量等都是量子化的,这些内容将在第五篇介绍.表 9-1 中列出了一些物体所带的电荷量.

表 9-1 一些物体所带的电荷量

带 电 体	电 荷 量/C	带 电 体	电 荷 量/C
电子	-1.6×10^{-19}	雷雨云	$10 \sim 10^2$
质子	1.6×10^{-19}	地表	-5×10^5
直径 0.3 m 导体球(击穿时)	约 7.5×10^{-6}	一杯(250 g)水中包含的正负电荷	约 $\pm 1.3 \times 10^7$
电容器(100 V, 50 μF)	5×10^{-3}	人体内包含的正负电荷	约 $\pm 4 \times 10^9$

二、电荷守恒定律

在正常情况下,原子内的电子数和质子数相等,从而整个原子呈电中性.所以无论是摩擦起电过程,还是用其他方法使物体带电的过程,正、负电荷总是同时出现的,而且这两种电荷的数量一定相等.比如两种材料的物体互相摩擦后之所以会带电,是因为通过摩擦,每个物体中都会有一些电子脱离了原子束缚而转移到另一个物体上去.但是,不同材料的物体彼此向对方转移的电子数目往往不相等,所以从总体上讲,一个物体失去电子而带正电,另一个物体得到电子而带负电.比如在静电感应过程中,也是同时出现等量的正、负电荷.让两个带有等量异号电荷的导体相互接触,则带负电的导体上的多余电子,将移到带正电的导体上去,从而使两导体对外不显电性.由此可见,摩擦起电和静电感应现象中的起电过程,都是电荷从一个物体转移到另一个物体,或从物体的一部分转移到另一部分的过程.实践证明,在一个与外界没有电荷交换的系统内,正负电荷的代数和在任何物理过程中保持不变.这个由实验总结出来的规律叫电荷守恒定律.近代物理学实验证明,电荷守恒定律不仅在一切实观系统中成立,而且在一切微观过程(例如核反应和基本粒子反应过程)中也成立.电荷守恒定律是物理学中普遍遵守的基本定律之一.

三、库仑定律

1785 年,法国物理学家库仑从实验结果总结出点电荷之间相互作用的基本规律,称为库仑定律.其表述为:在真空中,两个静止的点电荷之间的相互作用力 F ,与两个电荷的电荷量 q_1 和 q_2 的乘积成正比,与它们之间的距离 r 的平方成反比,力的方向沿着两电荷的连线.其数学表达式为

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \mathbf{e}_r \quad (9-1)$$

其中, $\mathbf{F}$ 表示点电荷 q_1 对 q_2 的作用力, $\mathbf{e}_r$ 代表由 q_1 指向 q_2 的单位矢量. 如果 q_1 与 q_2 同号, $\mathbf{F}$ 与 $\mathbf{e}_r$ 同方向, 为排斥力, 如图 9-1 所示; 如果 q_1 与 q_2 异号, $\mathbf{F}$ 与 $\mathbf{e}_r$ 方向相反, 为吸引力. k 为比例系数, 由式中各量所用的单位决定. 在国际单位制中, 关于电磁学的单位制部分选定了四个基本物理量: 长度、质量、时间和电流. 它们的单位分别是 m(米)、kg(千克)、s(秒)和 A(安培). 这四个单位组成电磁学的基本单位, 其他各量的单位都由这四个基本单位导出, 如电荷量的单位为 C(库仑, 简称库). 1 C 的电荷量, 就是导体中的电流强度为 1 A 时, 在 1 s 内流过导体横截面的电荷量, 即

$$1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot \text{s}$$

在库仑定律中, 由于各个量的单位已定, k 由实验来测定. 根据实验测得

$$k = 8.987\,55 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$$

为了以后方便, 通常采用另一常量 ε_0 , 使 $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$, 而

$$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$$

称为真空电容率(permittivity of vacuum). 因此库仑定律又可写为

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \mathbf{e}_r \quad (9-2)$$

库仑定律是直接由实验总结出来的规律, 因此定律中平方反比规律的精确性以及定律的适用范围一直是物理学家关心的问题. 现代更精密的实验测得幂 2 的误差不超过 10^{-9} . 而且根据现代 α 粒子对原子核的散射实验, 可证实距离 r 在 $10^{-12} \sim 10^{-15} \text{ m}$ 的范围内库仑定律仍是正确的.

应用库仑定律时, 要注意以下几点: (1) 力 $\mathbf{F}$ 的方向总是沿着两点电荷的连线; (2) 库仑定律只适用于真空中的点电荷, 所谓点电荷是指带电体本身的几何线度与它们之间的距离相比小很多. 此时带电体的形状及电荷在其中的分布已无关紧要, 可以把它抽象成一个几何点, 故点电荷始终是个相对概念.

当空间中有两个以上的点电荷(如 $q_0, q_1, q_2, \dots, q_k$) 存在时, 作用在每一个点电荷(如 q_0) 上的总静电力 $\mathbf{F}_0$, 等于其他点电荷单独存在时作用于该点电荷上的静电力 $\mathbf{F}_{0i}$ 的矢量和, 即

$$\mathbf{F}_0 = \sum_{i=1}^k \mathbf{F}_{0i} = \sum_{i=1}^k \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0 q_i}{r_i^2} \mathbf{e}_{ri} \quad (9-3)$$

称为静电力叠加原理. 其中 $\mathbf{r}_i$ 为第 i ($i=1, 2, \dots, k$) 个点电荷引向 q_0 的径矢. 原则上, 利用库仑定律和静电力的叠加原理, 可以求解任意带电体之间的静电力.

【例 9-1】在氢原子中, 电子在以质子为中心, 半径 $r=0.529 \times 10^{-10} \text{ m}$ 的球面附近出现的

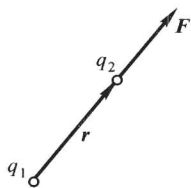


图 9-1 两个点电荷之间的作用力
(设 q_1 与 q_2 同号)

概率最大. 试计算此时氢原子内电子和质子之间的静电力和万有引力, 并比较两者的大小.

【解】 按库仑定律计算, 电子和质子之间的静电力为

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{1}{4 \times 3.14 \times 8.85 \times 10^{-12}} \frac{(1.60 \times 10^{-19})^2}{(0.529 \times 10^{-10})^2} \text{N} = 8.22 \times 10^{-8} \text{N}$$

电子和质子之间的万有引力为

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2} = 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{9.11 \times 10^{-31} \times 1.67 \times 10^{-27}}{(0.529 \times 10^{-10})^2} \text{N} = 3.63 \times 10^{-47} \text{N}$$

静电力与万有引力的比值为

$$\frac{F_e}{F_g} = 2.26 \times 10^{39}$$

由此可见, 电子和质子之间的静电力远比万有引力大, 因此, 当两个物体存在电磁相互作用时, 往往只考虑静电力, 而忽略它们之间的万有引力. 在原子结合成分子, 原子或分子组成液体或固体时, 它们的结合力在本质上也都属于电磁相互作用力.

9-2 电场强度

一、电场

库仑定律确定了两个点电荷之间的相互作用力, 但没有说明这个力是如何传递的. 电荷之间可以隔着真空实现相互作用, 这个事实在历史上曾引起争论. 库仑等人认为真空中是绝对没有物质的, 因而这是一种不需要通过任何媒介来传递的力, 可以不需要时间而作用到任意远的地方, 这种作用叫做“超距作用”; 法拉第 (Farady) 在大量实验研究的基础上, 提出了以近距离作用观点为基础的力线和场的概念, 认为电荷之间的真空地带存在着物质性的“场”, 这种力是通过场来传递的, 尽管两电荷之间隔着一段距离, 但它们都是与自己周围的场发生接触式的相互作用, 这种作用的传递虽然很快, 但仍需要时间, 这种观点叫做“近距离作用”. 在此基础上麦克斯韦建立起了完整的电磁场理论. 近代科学的发展, 证实了两个点电荷之间的相互作用是通过一种称为“场”的物质传播的. 当电荷静止时, 电荷周围的静电场具有稳定的分布, 在这种场中, 互相作用传递的时间显示不出来. 如果带电体的电荷分布突然改变或者带电体发生运动时, 则无论是理论还是实验, 都证明带电体周围变化的电磁场以光速在空间传播, 一处的电磁扰动, 要经过一定的时间才能影响到另一处, 另一带电体所受作用力的变化将推迟一段时间.

静电场和电磁场是客观存在的, 它和一般的实体物质一样, 也具有能量、动量和质量, 是物质存在的另一种形态. 但是, “场”不同于一般的物质, 在经典情

况下,实体物质在任一时刻,都有一定的空间位置,而场则分布在一定范围的空间中,而且可以叠加.电磁场的物质性只有在它处于迅速变化的情况下,才能明显地表现出来.因此,要描述“场”,就必须知道“场”的分布情况.对静电场来说,由于它对电场中的电荷有力的作用,因此下面将从电荷受力的角度引出描述电场性质的一个基本物理量——电场强度.

二、电场强度

静电场最重要的性质是它对放在其中的电荷有作用力.利用这一性质,可以把一试验电荷 q_0 放在电场中来检验“场”是否存在,如果 q_0 受力,说明有电场存在.选用几何线度可以忽略、所带电荷量 q_0 很小的点电荷, q_0 小到它的引入不至于明显地改变原来电场的分布.把它静止地放置在电场中,测量它在各处受到的电场力 F .把 q_0 放在电场中的不同点,发现 q_0 在各点受力的大小和方向各不相同;相应的 F 与 q_0 的比值(即 F/q_0)也逐点不相同;而在电场中同一点,改变 q_0 的大小,发现 q_0 所受力的方向不变,大小改变,但 q_0 所受力的方向与 q_0 的比值 F/q_0 却是不变的.由此可见,对于静电场中的任一固定点来说,比值 F/q_0 是一个无论大小和方向都与试验电荷无关的矢量,它反映了电场本身的性质,定义为**电场强度**(electric field intensity),简称**场强**,用 E 表示,即

$$E = \frac{F}{q_0} \quad (9-4)$$

因此电场中某处的电场强度定义为这样一个矢量,其大小等于单位电荷在该处受到的电场力的大小,其方向与正电荷在该处受到的电场力的方向一致.在国际单位制中,电场强度的单位是 N/C 或 V/m .

如果电场中各点场强的大小相等、方向相同,这样的电场称为匀强电场.表 9-2 列出了某些带电物体的电场强度值.

表 9-2 某些带电体的电场强度

带 电 体	电场强度/ $(\text{V} \cdot \text{m}^{-1})$	带 电 体	电场强度/ $(\text{V} \cdot \text{m}^{-1})$
室内电线附近	约 3×10^{-2}	高压电器击穿空气处	约 3×10^6
地面附近	约 120	氢原子的电子所在处	约 6×10^{11}
雷雨云附近	约 10^4	脉冲星的表面	约 10^{14}
电视显像管内	约 2×10^5	铀核的表面	约 2×10^{21}
X 射线管内	约 5×10^6		

若已知电场中某点的场强 E ,则处在该点的电荷 q 所受的力为

$$F = qE \quad (9-5)$$

三、点电荷的电场强度

如果真空中有一静止的点电荷 q , 其周围激发静电场. 设想把一试验电荷 q_0 置于 P 点, 与 q 相距 r , 根据库仑定律, 作用于 q_0 上的电场力为

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q_0}{r^2} \mathbf{e}_r$$

根据 $\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0}$, 有

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \mathbf{e}_r \quad (9-6)$$

式中 $\mathbf{e}_r$ 为自 q 指向 P 点的单位矢量. 如果 q 为正电荷, 则 $\mathbf{E}$ 与 $\mathbf{e}_r$ 同向; 如果 q 为负电荷, 则 $\mathbf{E}$ 与 $\mathbf{e}_r$ 反向, 即指向 q . 式 (9-6) 是计算连续分布带电体的场强的基础.

四、电场强度叠加原理

如果电场是由 n 个点电荷 $q_1, q_2, \dots, q_n$ 共同激发的, 这些电荷的总体称为电荷系. 根据电场力的叠加原理, 试验电荷 q_0 在电荷系的电场中某点 P 处所受的力等于各个点电荷单独存在时对 q_0 作用力的矢量和, 即

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i$$

两边除以 q_0 得

$$\frac{\mathbf{F}}{q_0} = \frac{\mathbf{F}_1}{q_0} + \frac{\mathbf{F}_2}{q_0} + \dots + \frac{\mathbf{F}_n}{q_0}$$

根据场强的定义, 等号右边的各项分别是各个点电荷在 P 点激发的场强, 而左边为 P 点的总场强, 即

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \dots + \mathbf{E}_n = \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_i \quad (9-7)$$

上式说明, 点电荷系在空间任一点所激发的总场强等于各个点电荷单独存在时在该点各自所激发的场强的矢量和, 这就是场强叠加原理.

如果激发场的电荷可以看成连续分布的, 可以把电荷分成无限多个电荷元 dq , 每一个电荷元可看成点电荷, 而电荷元在某点 P 产生的场强 $d\mathbf{E}$ 可由式 (9-6) 得到

$$d\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \mathbf{e}_r \quad (9-8)$$

式中 $\mathbf{e}_r$ 为由 dq 指向 P 点的单位矢量, r 为 dq 到 P 点的距离. 把所有的电荷元在 P 点产生的场强矢量叠加, 就可以得到 P 点的总场强. 对于连续分布的带电体,

式(9-7)应以积分形式代替,即

$$\mathbf{E} = \int d\mathbf{E} = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \mathbf{e}_r \quad (9-9)$$

在实际计算中,常把 $d\mathbf{E}$ 沿直角坐标分解成三个分量: dE_x, dE_y, dE_z , 场强沿坐标轴的分量可用积分求得:

$$\begin{aligned} E_x &= \int dE_x, & E_y &= \int dE_y, & E_z &= \int dE_z \\ \text{故有} & & \mathbf{E} &= E_x \mathbf{i} + E_y \mathbf{j} + E_z \mathbf{k} \end{aligned} \quad (9-10)$$

其大小为

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}$$

方向由三个方向余弦角确定:

$$\cos \alpha = \frac{E_x}{E}, \quad \cos \beta = \frac{E_y}{E}, \quad \cos \gamma = \frac{E_z}{E}$$

对于电荷分布不同的带电体,式(9-9)中的 dq 有不同的表达形式. 一般来说,对于线分布、面分布和体分布,其 dq 可以分别表示成

$$dq = \begin{cases} \lambda dl & \text{线分布} \\ \sigma dS & \text{面分布} \\ \rho dV & \text{体分布} \end{cases} \quad (9-11)$$

其中 dl, dS, dV 分别为线元、面积元和体积元; λ, σ, ρ 分别称为电荷线密度、电荷面密度和电荷体密度,其定义分别为

$$\lambda = \frac{dq}{dl}, \quad \sigma = \frac{dq}{dS}, \quad \rho = \frac{dq}{dV} \quad (9-12)$$

五、电场强度的计算

从上面的讨论可知,只要知道带电物体的电荷分布,从点电荷的场强公式(9-6)出发,根据场强叠加原理,原则上可以求出任意带电体在空间的场强分布. 但事实上,通常只有电荷分布比较规则的带电体,才能比较容易地求得相应的解析解.

【例 9-2】电偶极子 (electric dipole) 是由两个大小相等、符号相反的点电荷 $+q$ 和 $-q$ 组成的点电荷系. 电荷 q 和 l 的乘积 $ql = p$ 称为电偶极矩 (简称电矩), l 的大小为两点电荷之间的距离, l 的方向由负电荷指向正电荷. 试计算电偶极子延长线和中垂面上的场强分布. 并讨论电偶极子在均匀外电场中受到的力矩.

【解】(1) 求电偶极子延长线上的场强分布. 如图 9-2(a) 所示, 在延长线上任取一点 P , 它到电偶极子中点 O 的距离为 r , 则点电荷 $+q$ 和 $-q$ 在 P 点的场强的大小分别为

$$\begin{aligned} E_{P+} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(r-l/2)^2} \\ E_{P-} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(r+l/2)^2} \end{aligned}$$

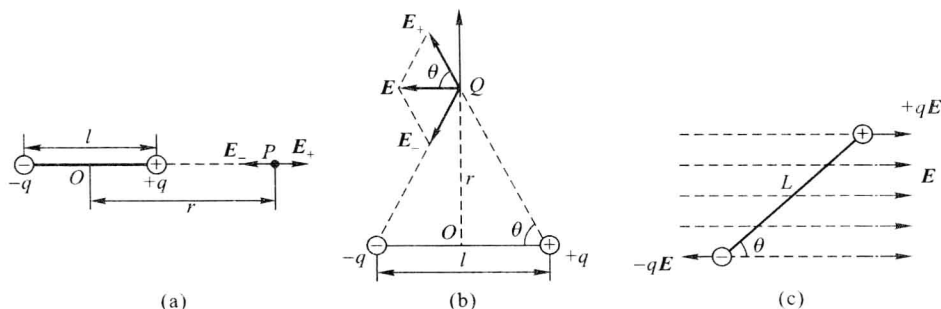


图 9-2 例 9-2 用图

两者方向相反,因此总场强的大小为

$$E_p = E_{p+} - E_{p-} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2pr}{(r^2 - l^2/4)^2}$$

当 $r \gg l$ 时,有

$$E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p}{r^3} \quad \text{或} \quad E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p}{r^3}$$

场强 E_p 的方向和电偶极距 p 的方向一致.

(2) 求电偶极子中垂面上的场强分布. 如图 9-2(b) 所示, 在电偶极子的中垂面上任取一点 Q , 点电荷 $+q$ 和 $-q$ 到 Q 点的距离是 $\sqrt{r^2 + l^2/4}$, 它们在 Q 点产生的场强的方向不同, 但大小相等, 即

$$E_{Q+} = E_{Q-} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + l^2/4}$$

因此, Q 点的总场强大小为

$$E_Q = E_{Q+} \cos \theta + E_{Q-} \cos \theta$$

由图可以看出

$$\cos \theta = \frac{l/2}{\sqrt{r^2 + l^2/4}}$$

故总场强的大小为

$$E_Q = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{\sqrt{(r^2 + l^2/4)^3}}$$

当 $r \gg l$ 时,有

$$E_Q = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3}$$

写成矢量式为

$$\mathbf{E}_Q = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{p}}{r^3}$$

场强 E_Q 与电偶极距 p 的方向相反. 结果表明, 电偶极子在远处的场强取决于 q 和 l 的乘积, 即电偶极距 p . 同时, 电偶极子在远处产生的场强与距离 r 的 3 次方成反比, 它比点电荷的场强随 r 的增加而递减的速度快得多.

(3) 如图 9-2(c) 所示, 已知电偶极子 p 与 E 之间夹角为 θ , 则 $+q$ 和 $-q$ 在场中所受的力分别为 $+qE$ 和 $-qE$. 这两个力的大小相等, 方向相反, 不在一条直线上, 构成一力偶. 力偶矩就是偶极子所受的力矩. 此力偶臂为 $l \sin \theta$, 故力矩的大小为

$$M = qEl \sin \theta = pE \sin \theta$$

用矢量表示就是 $M = p \times E$, M 的方向垂直于纸面向里, 即 M, p, E 组成右手螺旋系。

可见, 均匀电场中的电偶极子, 在力矩的作用下要发生转动, 转到电矩与外电场的方向一致时, 力矩为零。此时, 电偶极子处于稳定平衡状态。

【例 9-3】求均匀带电直线外任一点处的场强 (设线电荷密度为 λ)。

【解】取 P 点到直线的垂足 O 为原点, 坐标轴 Ox 沿带电直线, Oy 通过 P 点, 如图 9-3 所示。长度 dx 上所带的电荷为 $dq = \lambda dx$, 它在 P 点处激发的场强 dE 为

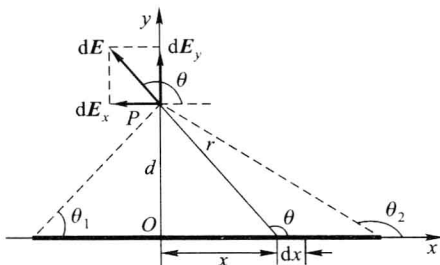


图 9-3 例 9-3 用图

$$dE = \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 r^2} e_r$$

式中 e_r 是从 dx 指向 P 点的单位矢量, dx 到 P 点的距离 $r = (x^2 + d^2)^{1/2}$ 。设 dE 与 x 轴之间的夹角为 θ , 则 dE 沿 x 轴和 y 轴的两个分量的大小分别为

$$dE_x = dE \cos \theta, \quad dE_y = dE \sin \theta$$

从图 9-3 可知,

$$x = d \tan \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) = -d \cot \theta$$

$$dx = d \csc^2 \theta d\theta$$

$$r^2 = d^2 + x^2 = d^2 \csc^2 \theta$$

$$dE_x = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} \cos \theta d\theta$$

同理:

$$dE_y = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} \sin \theta d\theta$$

将上两式积分, 得

$$E_x = \int dE_x = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} \cos \theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)$$

$$E_y = \int dE_y = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} \sin \theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

所以 P 点的场强为

$$\mathbf{E} = E_x \mathbf{i} + E_y \mathbf{j}$$

如果这一均匀带电直线是无限长的, 亦即 $\theta_1 = 0, \theta_2 = \pi$, 那么

$$\mathbf{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 d} \mathbf{j}$$

上式表明, 无限长带电直导线附近某点的场强 E 与该点到带电直线的距离 d 成反比, E 的方向垂直于长直导线。若 λ 为正, E 沿 y 轴的正方向; 若 λ 为负, E 沿 y 轴的负方向。以上结果对