

中学升学考试实用工具书系列

ZHONGXUE SHENGXUE KAOSHI SHIYONG GONGJUSHU XILIE



初中数学

基础知识手册

CHUZHONG SHUXUE
JICHU ZHISHI SHOUC

主编 蔡则彪



上海大学出版社

SHANGHAI DAXUE CHUBANSHE

中学升学考试实用工具书系列

ZHONGXUE SHENGXUE KAOSHI SHIYONG GONGJUSHU XILIE



初中数学

基础知识手册

CHUZHONG SHUXUE
JICHU ZHISHI SHOUC

主编 蔡则彪



上海大学出版社

SHANGHAI DAXUE CHUBANSHE

图书在版编目(CIP)数据

初中数学基础知识手册 / 蔡则彪主编. —上海:
上海大学出版社, 2011. 5

(中学升学考试实用工具书系列)

ISBN 978-7-81118-769-4

I. 初… II. 蔡… III. ① 中学数学课—初中—
教学参考资料 IV. ① G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 050408 号

策 划 傅玉芳

责任编辑 傅玉芳

封面设计 张天志

技术编辑 金 鑫 章 斐

初中数学基础知识手册

蔡则彪 主编

上海大学出版社出版发行

(上海市上大路 99 号 邮政编码 200444)

(<http://www.shangdapress.com> 发行热线 66135110)

出版人: 郭纯生

*

南京展望文化发展有限公司排版

江苏南洋印务集团印刷 各地新华书店经销

开本 787×1 092 1/32 印张 15.5 字数 445 900

2011 年 5 月第 1 版 2011 年 5 月第 1 次印刷

印数: 1~5100

ISBN 978-7-81118-769-4/G·588 定价: 23.00 元

编写说明

本书以现行《初中数学学科教学基本要求》为准则,内容紧密配合初中数学课本,旨在帮助学生脱离题海,学习和掌握数学基础知识、基本技能,提高数学综合应用能力,培养逻辑思维能力和研究问题、分析问题的思想方法,是初中数学学习的工具书。

本书分二十四章,各章编写了“基础知识要点”、“基本技能指导”、“综合能力应用”和“经典习题练习”(附答案)四个部分。

“基础知识要点”依据《初中数学学科教学基本要求》及初中教材。

“基本技能指导”精选典型数学问题,悉心点拨指导,分析后加以“说明”,归纳总结一类数学问题的基本规律,启迪学生思维,强化基本技能学习。

“综合能力应用”设题新颖,配之以相应解析,在问题解决的思路与方法上给予指导,着重培养和提高数学综合应用能力,使学生拓宽思路、改进学法。

“经典习题练习”精选极少量的典型习题,让学生举一反三、触类旁通。

本书还为学有余力的学生提供一些深、宽度略高于课程标准的学习资料,在章节或基础知识要点或数学问题的左上角打上“*”标明。

本书第一至第五章由闻静兰编写,第六至第十一章由

陈蓉编写,第十二至第十九章由向红艳编写,第二十至第二十四章由蔡则彪编写.最后的统稿工作由蔡则彪完成.

由于编写时间仓促,难免有不妥之处,请指正.

编 者

2011年3月

目 录

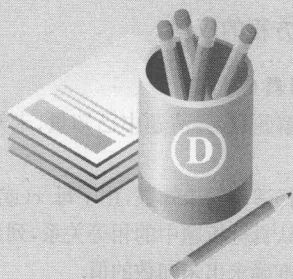
第 一 章	一元一次方程	1
第 二 章	二元一次方程组	13
第 三 章	一元一次不等式	27
第 四 章	平移与平行线	41
第 五 章	轴对称与等腰三角形	53
第 六 章	整式的乘除	65
第 七 章	因式分解	81
第 八 章	分式	93
第 九 章	旋转与圆	111
第 十 章	中心对称与平行四边形	125
第十一章	全等三角形	139
第十二章	数的开方	157
第十三章	二次根式	169
第十四章	正比例函数与反比例函数	185
第十五章	几何证明	203
第十六章	一次函数	223
第十七章	一元二次方程与二次函数	237

第十八章 几何作图与几何计算	269
第十九章 四边形	285
第二十章 一元二次方程的应用	301
第二十一章 相似形	345
第二十二章 锐角的三角比	387
第二十三章 统计初步	419
第二十四章 圆	441

七年级上册

第一章

一元一次方程





基础知识要点

1. 一元一次方程及其解法

一元一次方程 只含有一个未知数且未知数的次数是一次的方程叫做一元一次方程.

最简方程 形如 $ax = b$ (a, b 是已知数, $a \neq 0$) 的方程叫最简方程.

根 只含有一个未知数的方程的解又叫做方程的根.

解一元一次方程的一般步骤和依据

- (1) 去分母(等式性质二);
- (2) 去括号(分配律);
- (3) 移项(等式性质一);
- (4) 合并同类项,化成 $ax = b$ ($a \neq 0$) 的形式(分配律);
- (5) 系数化成 1,得 $x = \frac{b}{a}$ (等式性质二).

2. 一元一次方程的应用

列方程解应用题的步骤

- (1) 审题 理解题意,弄清题中已知量、未知量以及它们之间的数量关系.
- (2) 设元 选择适当的未知数,用字母 x (或其他字母)表示.
- (3) 列方程 认真分析题中的相等关系,列出方程.
- (4) 解方程 准确求出未知数的值.
- (5) 写答案 检验所得方程的解符合题意后,写出答案,并注意单位名称.



基本技能指导

例 1 下列方程中,哪些是一元一次方程? 哪些不是? 为什么?

(1) $7x + 9 = 8x + 1$; (2) $\frac{y-2}{3} = \frac{y-1}{6} - 1$;

(3) $x + 2 = \frac{5}{x}$; (4) $y^2 - 3y = 4$;

(5) $x - 7y = 3$.

【分析】 方程(1)、(2)都是一元一次方程. 方程(3)、(4)、(5)不是. 因为方程(1)、(2)都是只含有一个未知数,且未知数的次数都是一次的方程,故是一元一次方程. 方程(3)中虽然只含有一个未知数,但方程的右边的代数式不是整式. 方程(4)中虽然未知数只有一个,但未知数的最高次数不是1次,是2次. 方程(5)中含有两个未知数. 故方程(3)、(4)、(5)都不是一元一次方程.

说明 要判断一个方程是不是一元一次方程,要紧扣一元一次方程的概念,看方程中是否只有一个未知数及这个未知数的次数是否是1次. 另外,还要注意一元一次方程等式两边的代数式必须是整式.

例 2 解方程: $2 - \frac{3x+2}{4} = \frac{5-x}{2}$.

【分析】 此方程中含有分母,可以两边同乘分母的最小公倍数,化去分母来解. 去分母,方程两边同乘以4,得

$$2 \times 4 - (3x + 2) = 2 \times (5 - x).$$

去括号,得 $8 - 3x - 2 = 10 - 2x$.

移项,得 $-3x + 2x = 10 - 8 + 2$.

合并同类项,得 $-x = 4$.

系数化成1,得 $x = -4$.

检验：把 $x = -4$ 代入原方程的左边和右边，得

$$\text{左边} = 2 - \frac{3 \times (-4) + 2}{4} = 2 - \frac{-10}{4} = 4 \frac{1}{2},$$

$$\text{右边} = \frac{5 - (-4)}{2} = 4 \frac{1}{2}.$$

因为左边 = 右边，

所以 $x = -4$ 是原方程的解。

说明 解一元一次方程要用到等式的性质和有关的运算性质，解题之前应对它们加以复习。用等式的性质去分母时，要注意不要漏乘不含分母的项，如本题中的 2×4 。

若分子是一个多项式，去分母后应把分子放在括号里，然后去括号，以免搞错符号。去括号时，如果括号前面是“-”号，那么去掉括号后，括号里的各项都要变号。

例3 解方程： $\frac{3}{2} \left[\frac{2}{3}(x-1) - 2 \right] - 4 = \frac{1}{3}x$ 。

【分析】 这个方程可先去括号，若先去分母则解题会较麻烦。

去括号，得 $x - 1 - 3 - 4 = \frac{1}{3}x$ 。

移项、合并同类项，得 $\frac{2}{3}x = 8$ 。

系数化为1，得 $x = 12$ 。

检验：略。

说明 由于方程的形式不同，故解方程过程中的5个步骤不一定要用到，熟练以后有些步骤也可以简化，求解步骤应有灵活性。

例4 k 取何值时，方程 $4x - k = 2k(x - 2)$ 的根为3？

【分析】 由题意知，方程的根为3，根据根的意义即方程的解为3。将 $x = 3$ 代入原方程即可求得关于 k 的方程，再求字母 k 的值。

将 $x = 3$ 代入原方程，得

$$4 \times 3 - k = 2k(3 - 2),$$

解得 $k = 4$ 。经检验，当 k 取4时，原方程的根为3。

说明 解此类题的关键是要明确“根”的意义，一般把已知根代替

一元一次方程中的 x , 得到关于所求字母的方程, 再求这个字母的值.

例 5 解关于 x 的方程: $2x + 5a = -9 + 3x$.

【分析】 此方程为关于 x 的方程, 故方程中的字母 a 非未知数, 而是已知数. 解题时, 可将含 x 的项移到等号左边, 不含 x 的项移到等号右边, 再合并同类项, 得最简方程, 然后求 x 的解.

移项, 得 $2x - 3x = -9 - 5a$.

合并同类项, 得 $-x = -(9 + 5a)$.

系数化成 1, 得 $x = 9 + 5a$.

说明 解此类方程要弄清题中什么字母为未知数, 一旦确定后, 其他字母都按已知数参与运算.

例 6 列一元一次方程解应用题:

有两个运输队, 第一队有 32 人, 第二队有 28 人, 如果要使第一队人数是第二队人数的 2 倍少 3 人, 需从第二队调多少人到第一队?

【分析】 由题中“如果要使第一队人数是第二队人数的 2 倍少 3 人”可以得到题中的相等关系为:

现在第一队人数 = 现在第二队人数 $\times 2 - 3$.

设需从第二队调 x 人到第一队.

根据题意, 得 $32 + x = (28 - x) \times 2 - 3$,

$$32 + x = 56 - 2x - 3,$$

$$3x = 21,$$

所以 $x = 7$.

答: 应从第一队调 7 人去第二队.

说明 列一元一次方程解应用题的关键是要根据题意寻找题中的相等关系. 一般题中都有关键句反映题中的相等关系, 如“如果要使第一队人数是第二队人数的 2 倍少 3 人”. 要能将关键句所反映的相等关系用语言文字等式表示出来, 从而就可建立出方程.

由关键句也可得其他相等关系来建立方程, 如通过语言文字等式: 现在第一队人数 + 3 = 现在第二队的人数等.

例 7 列一元一次方程解应用题:

通讯员骑自行车要在规定时间内将文件从甲地送到乙地. 若每小

时行 15 千米,则可提前 25 分钟到达;若每小时行 12 千米,则将迟到 12 分钟.问甲乙两地路程是多少千米?

【分析】 此题由关键句直接获得题中相等关系的语言文字等式不明显.但根据题中“若……;若……”可知某人用两种速度送文件,甲、乙两地路程保持不变,故可建立语言文字等式:

以第一种速度从甲地到乙地路程=以第二种速度从甲地到乙地路程.

由于文字等式建立在路程上,故不能再设路程为 x ,否则得 $x = x$,无意义.可设规定时间为 x ,或从题中关键句“通讯员要在规定时间内将文件从甲地送到乙地”可知,他用两种速度送文件,规定时间不变,故可建立语言文字等式:

第一次从甲地到乙地规定时间 = 第二次从甲地到乙地规定时间.

可设甲地到乙地路程为 x .

解法 1: 设规定时间为 x 小时.

由题意,得 $15\left(x - \frac{25}{60}\right) = 12\left(x + \frac{12}{60}\right)$,

$$5\left(x - \frac{25}{60}\right) = 4\left(x + \frac{12}{60}\right),$$

$$5x - \frac{25}{12} = 4x + \frac{4}{5},$$

所以 $x = \frac{173}{60}$.

$$15\left(x - \frac{25}{60}\right) = 15\left(\frac{173}{60} - \frac{25}{60}\right) = 37.$$

答: 甲乙两地路程为 37 千米.

解法 2: 设甲乙两地路程为 x 千米.

由题意,得 $\frac{x}{15} + \frac{25}{60} = \frac{x}{12} - \frac{12}{60}$,

$$4x + 25 = 5x - 12,$$

所以 $x = 37$.

答: 甲乙两地路程为 37 千米.

说明 设“元”的方法有两种: 一种为直接设元(解法 2), 一种为

间接设元(解法1). 灵活设“元”可以降低解题的难度. 在两个相关量中(如本题的规定时间与甲乙两地路程), 若设某一个量为未知数, 则用另一个量的等量关系来建立方程.

例8 列一元一次方程解应用题:

一项工程甲队单独做9天完成, 乙队单独做15天完成, 甲、丙两队合做6天完成. (1) 这件工程由甲、乙、丙三队合做几天完成? (2) 甲、丙两队合作3天后, 剩下的由乙队完成, 问完成这项工程共用几天?

【分析】 这是一道工程问题的应用题. 解答此类题的关键是把工作总量看作单位“1”. 由题意得甲队的工作效率为 $\frac{1}{9}$, 乙队的工作效率为 $\frac{1}{15}$, 甲、丙两队工作效率的和为 $\frac{1}{6}$. 题中一项工程: (1) 由三队合作来完成, 则可得语言文字等式为: 甲完成的工量 + 乙完成的工量 + 丙完成的工量 = 1; (2) 由甲、丙两队合作3天, 剩下的由乙队完成, 则可得语言文字等式: 甲、丙两队合作3天完成的工量 + 剩下乙完成的工量 = 1. 由此可分别建立方程.

(1) 设这项工程由甲、乙、丙三队合做 x 天可以完成.

由题意, 得 $\frac{1}{9}x + \frac{1}{15}x + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{9}\right)x = 1$,

$$\frac{1}{15}x + \frac{1}{6}x = 1,$$

$$7x = 30,$$

所以 $x = 4\frac{2}{7}$.

答: 这项工程由甲、乙、丙三队合作 $4\frac{2}{7}$ 天可以完成.

(2) 设剩下的由乙队做还需 x 天完成.

由题意, 得 $\frac{1}{6} \times 3 + \frac{1}{15}x = 1$,

$$\frac{1}{15}x = \frac{1}{2},$$

所以 $x = 7\frac{1}{2}$.

$$7\frac{1}{2} + 3 = 10\frac{1}{2}(\text{天}).$$

答：完成这项工程共用 $10\frac{1}{2}$ 天.

说明 解答工程问题必须明确工量为“1”. 工效 = $\frac{1}{\text{工时}}$. 题中的相等关系一般建立在分工作之和 = 总工作量(“1”).

本题(2)解答也可直接设完成这期工程一共用 x 天, 则建立方程为: $\frac{1}{6} \times 3 + \frac{1}{15}(x-3) = 1$.

三、

综合能力运用

例1 当 k 为何值时, 方程 $\frac{x}{2} + k = x - 9$ 与方程 $2y - k = 4 + k$ 的根互为相反数?

【分析】 由题意可先将两方程的根分别用 k 表示, 再根据相反数的意义求得字母 k 的值.

由方程 $\frac{x}{2} + k = x - 9$, 得

$$x + 2k = 2x - 18,$$

所以 $x = 2k + 18$.

由方程 $2y - k = 4 + k$, 得

$$2y = 4 + 2k,$$

所以 $y = 2 + k$.

由题意得 x 与 y 互为相反数,

所以 $x + y = 0$,

即 $2k + 18 + (2 + k) = 0, 3k = -20$,

所以 $k = -\frac{20}{3}$.

所以当 k 为 $-\frac{20}{3}$ 时两方程的根互为相反数.

说明 此题的知识点较多, 解题的关键是首先求出两方程的根, 明确两根必为 k 的代数式. 明确相反数的意义: 若 a 、 b 互为相反数, 则 $a+b=0$.

例 2 一列快车和一列慢车分别从甲地开往乙地, 快车行完全程需 4 小时, 慢车行完全程需 6 小时. 现在慢车出发 2 小时后, 快车再出发, 问几小时后快车能追上慢车?

【分析】 此题是行程问题中的追击问题, 解题关键是掌握速度、时间、路程三者之间的数量关系. 若设 x 小时后快车能追上慢车, 则可得其示意图如图 1-1 所示.

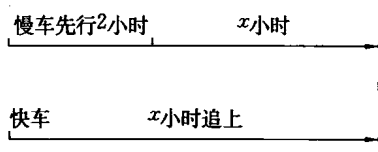


图 1-1

由图 1-1 得到题中相等关系为: 快车一共行的路程 = 慢车一共行的路程. 由于题中没有告知甲、乙两地路程, 故无法获得快、慢车速度, 从而无法建立方程. 其实, 这道题可以用工程问题的思考方法来解. 将甲、乙两地路程看作单位“1”, 则得快车速度为 $\frac{1}{4}$, 慢车的速度为 $\frac{1}{6}$, 从而可建立方程求解.

设 x 小时后快车能追上慢车.

$$\frac{1}{4}x = \frac{1}{6} \times 2 + \frac{1}{6}x,$$

$$3x = 4 + 2x,$$

所以 $x = 4$.

答: 快车 4 小时后能追上慢车.

说明 此题是行程问题与工程问题相结合的题目. 行程问题和工

程问题都是列方程解应用题中较为典型的题目.解行程问题要掌握速度 $\times$ 时间=路程,以及它的两个变形公式.解工程问题要视工量为单位“1”,此时工效 $=\frac{1}{\text{工时}}$.

例3 一种产品刚上市时很旺销,商店按进价的1.5倍作为销售价销售,后因市场趋于饱和,只好降价销售,问商家在现售价的基础上下降百分之几才能保证商店以进价加二成的价格出售?

【分析】 由于学生实际生活经验关系,解答此题可能有一定的困难.解答此题的关键是要搞清楚进价、销售价及降低后的销售价之间的关系,从而写出语言文字等式,建立方程.这里设下降的百分数为 x ,则有进价 $\times 1.5 =$ 销售价,销售价 $\times (1-x) =$ 降价后的销售价.题中建立方程的相等关系式为:

降低后的销售价=进价加二成.

设商家在现售价的基础上下降 x ,才能保证商店以进价加二成的价格出售.

由题意,得 $1 \times 1.5 \times (1-x) = 1 \times (1+20\%),$

$$1.5(1-x) = 1.2,$$

$$1-x = 0.8,$$

所以 $x = 20\%.$

答:商家在现售价的基础上下降20%,才能保证商店以进价加二成的价格出售.

说明 上题将进价像工程问题中的总工作量一样,看作单位“1”,若不看作“1”,用其他字母代替也可以,在计算过程中这字母可消去.

四、

经典习题练习

1. 填空题:

(1) 已知 $x = -3$ 是方程 $kx - 1 = 7 + 2k$ 的解,则 $k =$ _____.