



优等生数学

第二版

主编◎熊斌 朱华伟

如果说“奥数”是提供给4%的优等生
那么本书是提供给20%的优等生
如果你已经是优等生,不妨一读
如果你想成为优等生,不能不读

 华东师范大学出版社

六年级



YZLI0890151164



优

优等生数学

第二版

主编◎熊斌 朱华伟

六年级

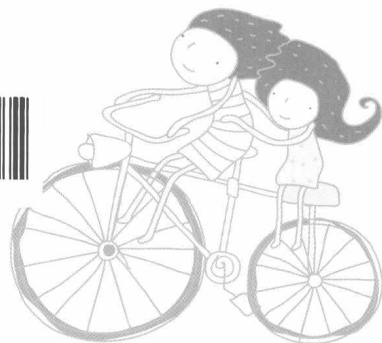
参编者◎文昌才 李继红 饶家伟 杨为民



★ 画龙点睛
★ 举一反三



YZL0890161164



 华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

优生数学. 六年级/熊斌, 朱华伟主编. —上海: 华东师范大学出版社, 2006. 6

ISBN 978-7-5617-4691-2

I. 优... II. ①熊... ②朱... III. 数学课—小学—教学参考资料 IV. G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 058593 号



优生数学(六年级)

主 编 熊 斌 朱华伟
封面题辞 王 元
策划组稿 倪 明 孔令志
项目编辑 孔令志
审读编辑 徐慧平
封面设计 卢晓红
版式设计 蒋 克

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
网 址 www.ecnupress.com.cn
电 话 021-60821666 行政传真 021-62572105
客服电话 021-62865537 门市(邮购)电话 021-62869887
地 址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网 店 <http://ecnu.taobao.com/>

印 刷 者 江苏昆山市亭林彩印厂有限公司
开 本 720 × 965 16 开
插 页 1
印 张 11.5
字 数 191 千字
版 次 2011 年 5 月第二版
印 次 2011 年 12 月第 12 次
印 数 98 101-106 100
书 号 ISBN 978-7-5617-4691-2/G · 2741
定 价 19.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题, 请寄回本社客服中心调换或电话 021-62865537 联系)

序

如今,家长对子女的教育非常关注,希望他们在学习上成为优胜者,成为优等生。

所谓的优等生,既有绝对性,又有相对性。儿童们在共同学习过程中,自然有差异,学习成绩有高低之分。但就小学数学而言,只要有浓厚的兴趣、认真的学习态度和科学的学习方法,多数孩子能取得优良的数学成绩。

数学成绩不够理想而又喜欢数学的孩子,希望找到提高的途径;数学成绩优良的孩子,又会感到一般的课程内容吃不饱,希望学得更深入一些。《优等生数学》这套书,可以帮助这部分孩子实现他们的心愿。

由朱华伟、熊斌等编写的这套书,以小学数学教学内容为依托,立足于学生基础知识进行拓展;以数学新课标为准绳,着眼于培养学生灵活运用知识的能力;以思维训练为核心,着重于培养学生的自主探究能力。

该书设计有很好的栏目:

“经典例题” 新颖独特,覆盖面广,趣味性强,具有代表性,有启迪作用;

“解题策略” 深入浅出,通俗易懂,情景生动,引人入胜,如循循善诱的老师上课;

“画龙点睛” 清晰的思路与诗情画意的标题融为一体,言简意赅地揭示解题的奥秘;

“举一反三” 提供了有层次性、发展性的题目,让学生在探索中有一种

“出乎预料之外,在乎情理之中”的感觉;

“融会贯通” 摘选了近几年国内外数学竞赛中的一些优秀试题和作者自编的一些题目,这些题目有一定的综合性和难度,可以帮助学生开阔视野,拓展思维.

这套书的例题和习题,难度不算大,题量不算多,如能认真对待每一道题,把每一道题目弄懂弄通,数学素质会有明显的提高.如果课余时间不多,在家长指导下品尝一些,也能开眼界,扩思路,提高对数学的兴趣.

愿更多的学生喜欢数学,取得优良的成绩.

张景中

2006年4月12日

张景中:著名数学家,中国科学院院士,中国教育数学学会名誉理事长,中国科普作家协会名誉理事长.



录

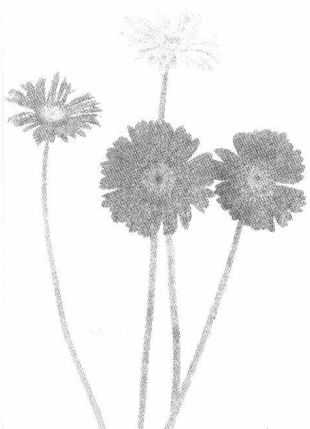
- 1 比较大小 /1
- 2 较复杂定义新运算 /3
- 3 分数的巧算(一) /5
- 4 分数的巧算(二) /7
- 5 分数的巧算(三) /9
- 6 放缩法 /11
- 7 估值 /13
- 8 单位分数的特点 /16
- 9 单位分数的拆分 /18
- 10 分数与小数的互化(一) /21
- 11 分数与小数的互化(二) /23
- 12 分数串 /25
- 13 分数数列求和 /28
- 14 交叉约分 /30
- 15 繁分数的化简 /32
- 16 十进制的运用 /35
- 17 11 倍数的特点 /37
- 18 数论(一) /39
- 19 数论(二) /42
- 20 量率对应 /44
- 21 转化单位 1 /47
- 22 找不变量(一) /50
- 23 找不变量(二) /52
- 24 利息 /55
- 25 利润问题(一) /57
- 26 利润问题(二) /59
- 27 工程问题 /61
- 28 水管问题 /64
- 29 牛吃草(一) /67
- 30 牛吃草(二) /70
- 31 多次相遇的行程
问题 /72
- 32 相遇与追及 /75
- 33 环形行程 /77

- 34 流水行程 /79
- 35 火车过桥 /82
- 36 钟面行程 /84
- 37 猎狗追兔 /87
- 38 浓度配比(一) /89
- 39 浓度配比(二) /91
- 40 圆的周长 /93
- 41 圆的面积(一) /95
- 42 圆的面积(二) /97
- 43 圆的面积(三) /99
- 44 圆柱 /101
- 45 圆锥 /104
- 46 圆柱与圆锥 /107
- 47 比的性质 /109
- 48 按比例分配 /111
- 49 比例的基本性质 /113
- 50 比例的运用(一) /115
- 51 比例的运用(二) /117
- 52 较复杂列方程解
应用题 /119
- 53 不定方程 /121
- 54 负数 /123
- 55 统计与概率 /126
- 56 包含与排除 /129
- 57 最大与最小 /131
- 58 至多与至少 /134
- 59 逻辑推理 /136
- 60 聪明格 /138

综合测试(一) /142

综合测试(二) /144

参考答案 /146



1

比较大小

日常生活中的许多数量需要比较大小. 同学们一定学过了许多比较数的大小的方法. 这里我们将介绍几种特殊方法来比较两个数的大小.



经典例题

试比较: $\underbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2}_{2008 \text{ 个 } 2}$ 与 $\underbrace{3 \times 3 \times \cdots \times 3}_{1255 \text{ 个 } 3}$ 的大小.



解题策略

如果把两个数的积求出来再比较, 这是很不现实的. 我们先看这样一个事实: 两个数 A 和 B , 如果 $\frac{A}{B} > 1$, 则 $A > B$; 如果 $\frac{A}{B} < 1$, 则 $A < B$.

令 $A = \underbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2}_{2008 \text{ 个 } 2}$, $B = \underbrace{3 \times 3 \times \cdots \times 3}_{1255 \text{ 个 } 3}$.

因为 $2008 = 8 \times 251$, $1255 = 5 \times 251$, 又因为

$$\frac{\overbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2}^{8 \text{ 个 } 2}}{\underbrace{3 \times 3 \times \cdots \times 3}_{5 \text{ 个 } 3}} = \frac{256}{243} > 1,$$

而 251 个大于 1 的数连乘, 所得的积一定大于 1, 所以

$$\frac{A}{B} = \underbrace{\frac{\overbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2}^{8 \text{ 个 } 2}}{\underbrace{3 \times 3 \times \cdots \times 3}_{5 \text{ 个 } 3}} \times \frac{\overbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2}^{8 \text{ 个 } 2}}{\underbrace{3 \times 3 \times \cdots \times 3}_{5 \text{ 个 } 3}} \times \cdots \times \frac{\overbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2}^{8 \text{ 个 } 2}}{\underbrace{3 \times 3 \times \cdots \times 3}_{5 \text{ 个 } 3}}}_{\text{共 } 251 \text{ 个}} > 1.$$

因此 $A > B$, 即 $\underbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2}_{2008 \text{ 个 } 2} > \underbrace{3 \times 3 \times \cdots \times 3}_{1255 \text{ 个 } 3}$.



画龙点睛

1. 比较大小的技巧有很多:如求两数的商(通常找标准量)、比较被除数与除数的大小、求倒数(倒数大的反而小)比较、通分子比较分母的大小等等.

2. 选择方法的前提是要仔细观察每个数的特点,找出它们的联系点,这样才能灵活运用方法,快速又准确地判断.



举一反三

1. 比较: $\frac{2005}{2006}$ 、 $\frac{2006}{2007}$ 和 $\frac{2007}{2008}$ 三个数的大小.

2. 比较: $\frac{1111}{11111}$ 和 $\frac{11111}{111111}$ 的大小.

3. 将下列分数由小到大排列起来.

$$\frac{5}{6}, \frac{12}{19}, \frac{10}{23}, \frac{4}{7}, \frac{15}{22}.$$



融会贯通

4. 分别有两个红色的圆和黄色的圆,红色圆的直径分别是 2008 cm 和 1949 cm,黄色圆的直径分别是 2006 cm 和 1951 cm. 请问:两个红色圆的周长和大,还是两个黄色圆的周长和大?

新定义运算是指运用某种特殊符号来表达特定定义,根据这个特定定义进行运算.它是一种人为的、临时性的运算形式.不过有些新定义运算很有趣,它不仅能考察我们发现规律和运用规律的能力,还能考察我们的运算能力.



经典例题

a, b 是大于 0 的自然数, k 是固定不变的数, 定义: $a * b = \frac{1}{ab} + \frac{1}{b(k+a)}$, 且 $1 * 1 = 1\frac{1}{3}$, 求 $2006 * 2007$ 的值.



解题策略

首先要求固定值 k 的大小, 因为 $a * b = \frac{1}{ab} + \frac{1}{b(k+a)}$, 而 $1 * 1 = 1\frac{1}{3}$, 所以 $\frac{1}{1 \times 1} + \frac{1}{1 \times (k+1)} = 1\frac{1}{3}$, 解得 $k = 2$.

$$\begin{aligned} 2006 * 2007 &= \frac{1}{2006 \times 2007} + \frac{1}{2007 \times (2 + 2006)} \\ &= \frac{1}{2006} - \frac{1}{2007} + \frac{1}{2007} - \frac{1}{2008} \\ &= \frac{1}{2006} - \frac{1}{2008} \\ &= \frac{1}{2014024}. \end{aligned}$$



画龙点睛

1. 关键要理解新运算的定义, 严格按照规定的计算法则计算.
2. 新定义运算中有括号的, 要先算括号里面的, 它在没有转化前, 是不适合于各种运算定律的.
3. 新定义运算中, 明显的一个特征就是顺序性, 要认真解读.



举一反三

1. 定义运算“ $\triangle$ ”, $a \triangle b = a + \overline{aa} + \overline{aaa} + \cdots + \underbrace{\overline{aa \cdots a}}_{b \text{ 个 } a}$. (a, b 都是不等于 0 的整数) 求: (1) $2 \triangle 4$;

(2) $1234 \times (1233 \triangle 2) - 1233 \times (1234 \triangle 2)$.

2. 有个运算器 $\oplus$, 使得 $39 \oplus 5 = 4$, $72 \oplus 6 = 0$, $43 \oplus 5 = 3$, $79 \oplus 13 = 1$. 那么 $2006 \oplus 11$ 是多少?

3. 设 $a \nabla b = 4a - 2b + \frac{1}{2}ab$, 求 $x \nabla (4 \nabla 1) = 34$ 中的未知数 x 的值.



融会贯通

4. 给出一个自然数 N , 小于 N 且与 N 互质的数的个数用 $A(N)$ 表示, 求 $A(2006)$.

你想数学考 100 分吗? 那么, 计算必须过关, 计算能力必须提高. 计算除了细心以外, 还要能灵活运用计算的各种性质、定律, 掌握必要的技巧, 这样才能如愿以偿.



经典例题

$$\text{计算: } (1.2 \times 2.4 \times 4.8 + 2 \times 4 \times 8 + \frac{1}{13} \times \frac{2}{13} \times \frac{4}{13}) \div (1.2 \times 3.6 \times 10.8 + 2 \times 6 \times 18 + \frac{1}{13} \times \frac{3}{13} \times \frac{9}{13}).$$



解题策略

按照运算顺序计算太麻烦了. 仔细观察发现每一项中都有因数 $1 \times 2 \times 4$ 或 $1 \times 3 \times 9$. 把原式改变成繁分数, 分别逆用乘法分配律提取公因数 $1 \times 2 \times 4$ 和 $1 \times 3 \times 9$.

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{1.2 \times 2.4 \times 4.8 + 2 \times 4 \times 8 + \frac{1}{13} \times \frac{2}{13} \times \frac{4}{13}}{1.2 \times 3.6 \times 10.8 + 2 \times 6 \times 18 + \frac{1}{13} \times \frac{3}{13} \times \frac{9}{13}} \\ &= \frac{1.2^3 \times (1 \times 2 \times 4) + 2^3 \times (1 \times 2 \times 4) + \left(\frac{1}{13}\right)^3 \times (1 \times 2 \times 4)}{1.2^3 \times (1 \times 3 \times 9) + 2^3 \times (1 \times 3 \times 9) + \left(\frac{1}{13}\right)^3 \times (1 \times 3 \times 9)} \\ &= \frac{(1 \times 2 \times 4) \times \left[1.2^3 + 2^3 + \left(\frac{1}{13}\right)^3\right]}{(1 \times 3 \times 9) \times \left[1.2^3 + 2^3 + \left(\frac{1}{13}\right)^3\right]} \\ &= \frac{1 \times 2 \times 4}{1 \times 3 \times 9} = \frac{8}{27}. \end{aligned}$$



画龙点睛

1. 对运用加法的交换律、结合律,乘法的交换律、结合律、分配律,商不变性,分数的基本性质,比的基本性质等来简化计算的基本策略要很熟练.
2. 只有仔细观察算式中数与数之间的联系,才能找准对应的性质、定律,从而正确计算.
3. 要善于观察式子中各部分数的特点,学会改变它的呈现方式,使它纳入已知或熟悉的知识结构中.



举一反三

1. 计算: $(2 - \frac{13}{42} \times 4) + (12 - \frac{13}{42} \times 8) + (4 - \frac{13}{42} \times 6) + (6 - \frac{13}{42} \times 10) + (10 - \frac{13}{42} \times 12) + (8 - \frac{13}{42} \times 2).$

2. 计算: $8.15 \times 158 + 67.6 \times 18.5 + 81.5 \times 51.8.$

3. 计算: $235 \times 12.1 + 235 \times 42.2 - 135 \times 54.3.$



融会贯通

4. 计算: $3\frac{3}{4} \times 735 - 0.375 \times 5730 + 16.2 \times 62.5.$



4

分数的巧算(二)

有些带分数,如果把它化成假分数之后再进行乘、除或其他运算,那就很麻烦.假如能合理拆分,就能化繁为简.



经典例题

计算: $161\frac{41}{59} \div 53$.



解题策略

注意到 $53 \times 3 = 159$, 和带分数的整数部分 161 相距很近,所以我们可以把带分数 $161\frac{41}{59}$ 化为 53 的倍数加上一个带分数,然后再用乘法的分配律就可以简化计算.

$$\begin{aligned}
 & 161\frac{41}{59} \div 53 \\
 &= (53 \times 3 + 2\frac{41}{59}) \div 53 \\
 &= (53 \times 3 + \frac{159}{59}) \times \frac{1}{53} \\
 &= 53 \times 3 \times \frac{1}{53} + \frac{53 \times 3}{59} \times \frac{1}{53} \\
 &= 3 + \frac{3}{59} \\
 &= 3\frac{3}{59}.
 \end{aligned}$$



画龙点睛

解答这类题的关键是观察除数与带分数的整数部分之间的倍数关系,合理地拆开带分数,运用定律、性质进行简便运算.



举一反三

1. 计算： $456 \div 456 \frac{456}{457}$.

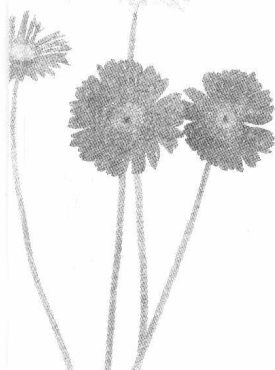
2. 计算： $56 \frac{1}{13} \div 27$.

3. 计算： $333 \frac{111}{112} \div 37 \times \frac{56}{81}$.



融会贯通

4. 计算： $20\ 062\ 007 \times 20\ 072\ 006 - 20\ 062\ 006 \times 20\ 072\ 007$.



除法算式是可以转化为分数的,如果分子、分母中有相同的“式子因数”,我们可把它们看作一个整体直接约分,使计算简便.



经典例题

$$\text{计算: } \left(2\frac{2}{9} + 3\frac{4}{7} + 1\frac{4}{11} \right) \div \left(\frac{3}{11} + \frac{5}{7} + \frac{4}{9} \right).$$



解题策略

按顺序计算先加后除比较麻烦,我们可以把除法算式进行转化:先把除号改成分数,然后把 $\left(\frac{3}{11} + \frac{5}{7} + \frac{4}{9} \right)$ 的和看作一个数参与运算.

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{\frac{20}{9} + \frac{25}{7} + \frac{15}{11}}{\frac{3}{11} + \frac{5}{7} + \frac{4}{9}} \\ &= \frac{\frac{3}{11} \times 5 + \frac{5}{7} \times 5 + \frac{4}{9} \times 5}{\frac{3}{11} + \frac{5}{7} + \frac{4}{9}} \\ &= \frac{5 \times \left(\frac{3}{11} + \frac{5}{7} + \frac{4}{9} \right)}{\frac{3}{11} + \frac{5}{7} + \frac{4}{9}} \\ &= 5. \end{aligned}$$



画龙点睛

1. 根据数的特点,把几个分数的和或差看作一个整体参与运算.
2. 把除法算式转化成分数或繁分数时,式子相同的因数也可以约分.



举一反三

1. 计算: $(9\frac{6}{17} + 5\frac{14}{29}) \div (\frac{6}{17} + \frac{6}{29})$.

2. 计算: $(96\frac{63}{73} + 36\frac{24}{25}) \div (32\frac{21}{73} + 12\frac{8}{25})$.

3. 计算: $(362 + 548 \times 361) \div (362 \times 548 - 186)$.



融会贯通

4. 计算: $(6\frac{117}{665} + 8\frac{1112}{1995}) \div \frac{1}{5\frac{1}{13} + 3\frac{13}{17} + \frac{41}{221}}$.