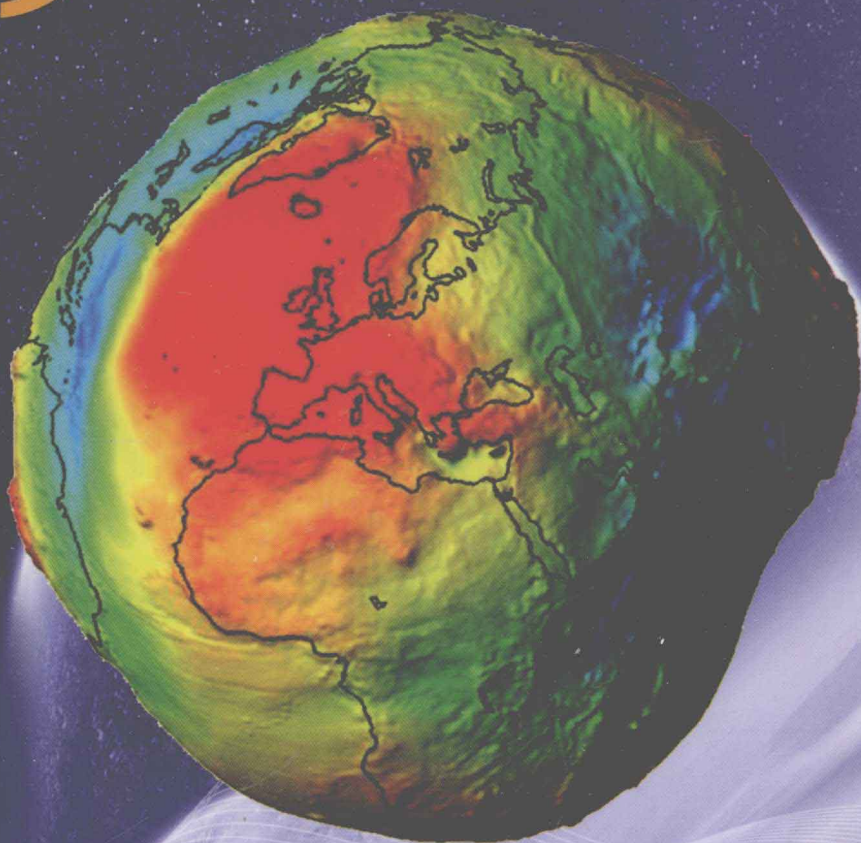


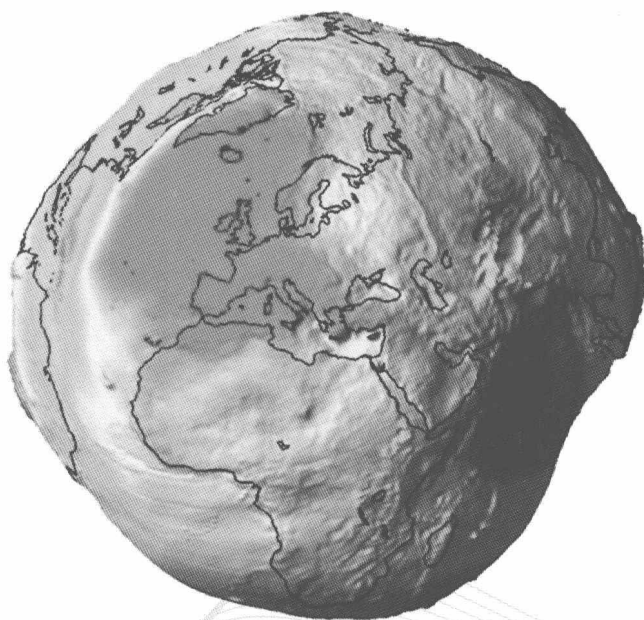


固体地球潮汐

G U T I D I Q I U C H A O X I

◎ 许厚泽等 著

湖北科学技术出版社



固体地球潮汐

G U T I D I Q I U C H A O X I

◎ 许厚泽等 著

湖北科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

固体地球潮汐 / 许厚泽等著. —武汉: 湖北科学技术出版社, 2010.12

ISBN 978-7-5352-4544-1

I. ①固… II. ①许… III. ①地球重力场—研究
IV. ①P312.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 166603 号

策 划: 李慎谦 高诚毅

责任编辑: 李慎谦 高诚毅 李海宁 梁琼 宋志阳 谢俊波 封面设计: 喻 杨

出版发行: 湖北科学技术出版社

电话: 027-87679468

地 址: 武汉市雄楚大街 268 号

邮编: 430070

(湖北出版文化城 B 座 12-13 层)

网 址: <http://www.hbstp.com.cn>

印 刷: 湖北省新华印务有限公司

邮编: 430034

787 × 1092 1/16

19.5 印张

6 插页

438 千字

2010 年 12 月第 1 版

2010 年 12 月第 1 次印刷

定价: 98.00 元

本书如有印装质量问题 可找本社市场部更换

序

固体地球潮汐是由于日、月和近地行星对地球的引力变化所导致的地球内部和表面的周期性形变(简称为固体潮),是联系天文学、大地测量学和地球物理学的重要交叉学科。伴随着地球的周期性变形,地球表面的重力、倾斜、应变和经纬度等大地测量观测量将出现相应的周期性微小潮汐变化(分别称为重力固体潮、倾斜固体潮、应变固体潮和天文经纬度固体潮等),可以被重力仪、倾斜仪、应变仪、天文和现代高精度大地测量仪器观测到。地球的潮汐形变与其介质的物理特征(包括密度、拉梅参数等)密切相关,因此,其观测与研究是了解地球内部结构的重要依据。

对地球潮汐问题(包括海洋潮汐和固体潮)的认识和研究从一开始就与天文学的观测与研究密不可分。地球是广袤宇宙中非常微小的一颗行星,现代天文学可精确预测到地球、月球及太阳系其他行星的运行轨道,给出精密的轨道参数,利用万有引力定律即可获得地球表面和内部任意一点所受到的天体引潮力(位)。由于地球、月球及其他行星的运行是周期性的,因此地球的潮汐运动也是周期性的,且主要集中在长周期、周日、半日和 $1/3$ 日等几个频段。利用最新的天文历表,可以获得精度非常高的引潮位展开表,例如引潮位展开表对重力潮汐的预测精度可以达到 10^{-11} m/s^2 量级。除此之外,固体潮和许多天文学研究之间存在密切的关系。首先,固体地球的潮汐运动对于所有的基础天文观测具有显著的影响,例如天文经纬度观测就是测量垂线与天赤道之间的夹角,引潮力的作用将导致垂线的周期性扰动,并且包含在天文经纬度观测之中。其次,地球的带谐潮汐形变将导致地球转动惯量的长期变化,从而引起地球自转速率(日长)的变化;地球的周日潮汐形变和地球自转轴与形状轴在空间的章动都是来自于田谐引潮力的作用,并且每一个章动频率对应着与地球自转恒星频率对称的两个潮汐频率。此外,地球潮汐形变导致的能量耗散也可以部分解释地球自转逐步减慢这一现象。

海洋潮汐运动在很久以前就被人类所认识,固体潮现象的发现则可追溯到19世纪初期。当时,科学家发现沿海水井中的水位偶尔与海水同时升降,但大部分时间井水的涨落与海潮涨落恰好相反,这种现象显然是由于引潮力作用下地壳的体膨胀引起的,但在当时很难解释。人们真正认识到固体地球的潮汐形变还要归功于19世纪末期对海洋潮汐的观测,验潮站是相对于固定在地壳上的潮标进行观测的,观测结果表明,海潮潮高仅为海洋平衡潮潮高的 $2/3$,换言之,地壳也发生了潮汐形变,其幅度大约为平衡潮幅度的 $1/3$ 。大约在1876年,开尔文开始注意到固体地球本身的形变效应,他认为,不能再把地球看作是刚体,虽然幅度较小,但固体地球也会像海洋潮汐一样发生潮汐现象,这就是现代固体潮理论的起源。

由于引潮力的作用,一方面导致地球表面和内部发生周期性形变。另一方面,又造成地球内部的物质重新分布,进而引起地球重力场的变化。1909年,勒夫(Love)引入了一

组无量纲的“勒夫数”描述地球的潮汐形变,实际上勒夫数是实际地球的潮汐形变量与刚体地球平衡潮的比值,是地球形变的“平均”效应,只有在“球对称”情形下才成立,利用地表的固体潮观测可以确定出勒夫数及其线性组合。

理论上,地球的潮汐形变实际上是地球在引潮力作用下的受迫运动,是一个纯粹的地球物理学问题,满足最基本的牛顿运动定律,而地球引力位的扰动满足泊松方程,这二者就构成了地球潮汐的基本运动方程;结合地球介质的本构关系,利用地震学、天文学和大地测量学观测所获得地球的形状、内部界面的分布、内部介质的分层以及基本物理参数(包括密度、拉梅参数等)的分布等,通过潮汐运动方程的求解,即可获得勒夫数的数值解。许多科学家采用不同数值积分方法和地球内部不同构造模型开展了这方面的研究工作,获得了一些有意义的结果。总的来说,由于作用的引潮力是已知的,地球的潮汐运动是目前唯一可以精确预测的地球物理现象。与其他所有的受迫运动一样,地球的潮汐运动也可以分解成地球所有简正模“共振”运动之和,潮汐运动的主要频段是周日、半日和 $1/3$ 日,其频率与地球自由振荡的频率相差甚远。由于固体地球从总体看由固体地幔、流体外核和固体内核组成,核幔边界存在微小的椭率,球固体地幔与流体外核的自转轴也存在差别,因此,地球存在一个非常重要的自转简正模,其周期大约为 1d ,通常被称为“近周日自由摆动”,在惯性参考系中表现为“自由核章动”,这个简正模的存在将导致周日潮汐勒夫数出现非常显著共振放大现象。此外,固体潮的周期介于地震波周期和地壳构造运动周期之间,其观测与研究有利于深入了解地球对于各种频段信号的响应特征,为认识地球内部结构提供非常有效的约束。

地球表面大约 70% 被海水覆盖,在天体引潮力的作用下,会产生海洋潮汐现象,海水质量负荷将周期性地作用在同体地球上,并将同样导致整个地球的形变和重力场变化,这种由于负荷作用导致的地球的形变称为负荷潮汐。为了研究负荷导致地球的形变,许多学者做了大量卓有成效的工作。最初的表面负荷效应的理论模拟只采用平面半无限空间均匀介质模型,后来逐步考虑到介质的分层,研究表明这种模型对于地球表面的局部负荷问题(如水库负荷、地震位错等)是非常有效的。但地球更接近于一个球体,对于像海潮这样大尺度的全球负荷效应,采用平面半无限空间模型进行理论模拟存在极大的不确定性。为此,人们建立了球对称地球表面的单位点质量负荷效应模型,并引入了负荷勒夫数来表征负荷效应导致的负荷形变;随后,在解决了负荷勒夫数的收敛性问题,给出了负荷格林(Green)函数,奠定了现代负荷形变理论基础。事实上,地表的负荷效应由三部分组成:(1)负荷质量的直接引力,(2)负荷导致的表面形变,(3)负荷所导致地球内部形变,引起地球内部物质的重新分布产生的附加引力位。要精确模拟负荷效应,除去知道地球对负荷作用的效应(即负荷格林函数)之外,还要知道负荷的作用规律。例如,要精确模拟海潮负荷效应还必须知道海潮模型。利用全球验潮站资料和拉普拉斯(Laplace)潮汐运动方程建立全球海潮模型,为大地测量学和地球物理学研究负荷改正问题提供了较完整的基本海潮数据,随着 Topex/Poseidon 卫星测高技术 and 有限元方法的广泛应用,海潮模型的建立更趋完善。利用各潮波海潮潮高与负荷格林函数的全球褶积积分即可获得海潮的负荷效应。类似的方法也用到全球大气的负荷效应,但与海潮负荷相比,大气的厚度要大得多,密度分层也复杂得多,因此大气不能简单地看作“表面负荷”,而必须顾及其厚度和密

度分层。许多学者采用不同的方法考虑大气的厚度和密度分层,最常见的方式是基于圆柱体理想气体模型,采用地面气压观测推断空间大气密度随高度的分布,当然,更准确的是直接采用三维大气观测直接推算局部气压变化的负荷效应,特别要指出的是冰后均衡调整(冰后回弹)也是一个典型的表面负荷问题,并且其观测与研究是约束地幔流变性最有效的手段。末次冰期以后,随着两极冰盖的消融,地球由于冰盖负载引起的变形逐渐恢复,并且由于地幔介质具有黏滞性,这种“恢复”过程仍在继续。冰后均衡调整研究的基础依然是负荷形变理论,只是将其中的弹性本构关系替换为更复杂的黏弹本构关系。负荷理论还可以广泛应用到全球冰雪、陆地水变化等环境因素影响的理论计算。

不同类型的固体潮观测和研究从人们开始认识固体潮现象开始就是大地测量的重要任务。水平摆是最早用于观测倾斜固体潮的仪器,这种仪器是德国科学家在 19 世纪末期发明的,随后得到了广泛的应用,直到现在还是重要的固体潮观测仪器,但是,由于水平摆稳定性比较差,同时倾斜变化受局部因素的影响很大,不同地区观测结果之间存在极大的差异,对于像固体潮这样的全球问题的研究存在许多弊端,因此,水平摆的观测结果,特别是早期的观测结果只能用于定性探讨,对固体潮理论研究的推动作用有限。推动固体潮研究飞速发展的是微伽级重力仪的发明及其在全球范围内的普遍使用,特别是国际地球物理年推动了全球固体潮观测台网的建立,并成立了国际地球潮汐委员会,该委员会隶属于国际大地测量和地球物理联合会(IUGG)的大地测量协会(IAG)。20 世纪 80 年代,美国 GWR 公司发明了超导重力仪,该仪器采用超导磁悬浮代替传统弹簧重力仪的弹簧悬挂质量块,其在频率域的(实验室)理想观测精度达到 10^{-11} ms^{-2} 量级,具有极高的灵敏度和稳定性,年漂移率不足几个微伽,可以探测到微弱的来自地球深内部的微弱信号。1997 年,IUGG 下属的国际地球潮汐委员会和地球深内部研究小组(SED)倡导并组织实施了“利用全球超导重力仪研究地球动力学”国际合作计划(GGP),该计划一直持续到现在。目前全球有二十几台超导重力仪,完全覆盖了全球的主要构造块体,采用统一的数据采集系统和数据分析处理方法,通过全球数据共享,研究包括固体潮在内的全球地球动力学问题。

随着观测技术的提高,现代大地测量达到了前所未有的观测精度,地球的潮汐形变和海洋、大气、陆地水及两极冰盖等负荷效应对固定在地球表面的任何观测(如重力、倾斜、应变、水准测量等)都有影响,为了达到各自观测的科学目标,必须建立精密的潮汐和负荷改正模型来有效修正这些影响。此外,现代大地测量技术的飞速发展极大地依赖于空间对地观测技术的进步,地球的潮汐形变和负荷形变导致地球内部物质的重新分布,从而产生扰动附加位,引起对地观测卫星(尤其是近地卫星)轨道的扰动。因此,地球的潮汐和负荷形变的观测与研究对于国家的基础测绘、空间技术发展和卫星定轨非常重要。

我国在固体潮观测与研究方面的工作起步比较晚,20 世纪 50 年代末,中国科学院测量与地球物理研究所与苏联科学家合作在兰州开展了我国第一次重力固体潮观测。近 30 年以来,我国在该领域的研究取得了长足的进步,80 年代,中国科学院测量与地球物理研究所引进了当时世界上最先进的 Lacoste G 型及 ET 型重力仪和超导重力仪,在武汉建立了重力固体潮观测站,并与比利时、德国和英国等国家的相关研究机构开展了广泛、深入的合作,建立了横贯中国大陆的东西重力潮汐剖面、南北沿海重力固体潮剖面、南极

长城和中山永久重力潮汐观测站,建立了武汉国际重力潮汐基准。1986年,根据学科发展的需求,中国科学院批准在武汉市郊九峰山地区建立动力大地测量中心实验站,继续进行重力固体潮及相关学科的观测与研究并参与国际的GGP计划,现在该实验站已被纳入国家野外观测站。在此期间,为了地震监测和防震减灾,国家地震局下属的各研究机构,陆续在中国大陆建立了一个庞大的观测网络,开展重力、倾斜和应变等长期连续观测。随着国家重大科学工程“中国大陆构造环境观测网络”的实施,已经建立了覆盖中国大陆的重力连续变化观测网络,包括拉萨和武汉超导重力观测站在内的60个连续重力观测站,空间分辨率大约为200 km,在这些观测站同时还配备了GPS和气象观测设施进行同步观测,为固体潮和相关领域的研究奠定了坚实的基础。

除去观测工作之外,在理论研究方面,我国也取得了长足的进步。在构建顾及地幔侧向不均匀地球的潮汐理论模型,建立三维均衡冰后调整模型,将三维的海洋、大气负荷改正及精度估计,精密确定近周日自由摆动的共振参数及液核顶部黏滞度,探测地球自由振荡中环型和球型振荡的耦合以及球型解的谱分裂等方面,都作出了创新性的成果。

本书将详细介绍国内外在固体潮理论和实验及相关方面研究的主要发展历史和最新进展。第1章介绍了引潮力和引潮位的原理和潮汐分类,以杜德森展开为例阐述了引潮位展开的方法,引入了固体潮勒夫数和各类常见的固体潮观测特征数。第2章以球对称、非自转、弹性和各向同性(SNREI)地球模型为例,详细论述了固体地球潮汐运动基本理论和数值结果,简要介绍了最新的两个潮汐理论模型和基于最新全球超导重力仪观测结果的重力潮汐全球实验模型。第3章介绍了SNREI地球模型的负荷潮汐理论及负荷勒夫数、负荷格林函数的最新结果。第4章介绍了几类常见固体潮观测仪器及其工作基本原理和观测结果。第5章给出了固体潮观测资料的分析处理方法及国际推荐使用的分析处理软件的基本原理、方法和处理结果。第6章详细论述了海洋及大气负荷效应理论模拟的原理和方法。第7章介绍了潮汐形变对地球自转的影响。第8章是固体潮及海潮负荷对人造卫星轨道的摄动。第9章介绍了黏弹地球的负荷响应理论,详细论述了球冰川均衡调整理论模拟的原理、方法及最新的研究成果。第10章以SNREI地球模型为例,介绍了地球自由振荡的基础理论,论述了利用超导重力仪观测资料探测地球自由振荡和液核长周期振荡信号的方法和观测结果。第11章详细介绍了包括近周日自由摆动在内的地球自转简正模的理论背景及固体潮观测中的近周日共振特征,详细论述了采用全球超导重力观测精密确定近周日共振参数的理论、方法和观测结果。各章节分别由以下同志执笔:第1章:许厚泽、周江存,第2章、第3章、第4章、第11章:徐建桥,第5章:柳林涛、陈晓东,第6章:孙和平、周江存、罗少聪,第7章、第8章:彭碧波、高布锡,第9章:汪汉胜,第10章:雷湘鄂、徐建桥,全书由许厚泽最后审定。

书中涉及的内容属天文、地球物理和大地测量的交叉学科,有些研究课题尚在起步阶段,其研究成果也只是初步的,难免出现遗漏,有些地方提法可能不妥,请读者不吝指正。本书部分研究工作得到中国科学院重要方向项目(KZCX2-YW-133)和国家自然科学基金(40730316和40874038)等项目的资助,在此表示衷心感谢。

作者 2010 年 12 月完稿于武昌东湖之滨

目 录

序	i
第 1 章 引潮位及固体潮汐形变	1
1.1 固体地球潮汐	1
1.2 引潮位	2
1.3 引潮位的杜德森展开	4
1.4 平衡潮、勒夫数及地球的潮汐形变	13
1.4.1 平衡潮	13
1.4.2 勒夫数	14
1.4.3 地球的潮汐形变	15
1.5 引潮位及其分量的计算	20
1.5.1 引潮位 W 的计算	20
1.5.2 引潮位垂直分量的计算	21
1.5.3 引潮位水平分量的计算	22
1.5.4 引潮位二阶导数的计算及地表应变值的理论模拟	24
1.6 近代引潮位展开的研究	26
参考文献	27
第 2 章 潮汐理论模型	28
2.1 SNREI 地球的潮汐形变理论	28
2.1.1 SNREI 地球的运动方程和边界条件	29
2.1.2 数值积分过程及数值结果	33
2.2 自转、微椭和非弹性地球的潮汐理论模拟	34
2.2.1 勒夫数 h, k 和 l 的推广	35
2.2.2 重力潮汐参数的纬度依赖	35
2.2.3 地幔介质非弹性的影响	37
2.3 地球的近周日共振效应的考虑	38
2.3.1 非流体静力平衡地球效应	38

2.3.2 Mathews 潮汐理论模拟	39
2.3.3 NDFW 导致的附加压力	44
2.4 重力潮汐全球实验模型	47
2.4.1 重力潮汐参数的球对称项——纬度依赖	47
2.4.2 二阶田谐重力潮汐参数的频率依赖——近周日共振效应	48
2.4.3 重力潮汐全球试验模型	48
2.5 地面点位移的精密潮汐改正	52
2.5.1 在时间域的改正	52
2.5.2 在频率域的改正	53
参考文献	54
第3章 负荷潮汐理论	58
3.1 球对称地球的负荷形变点质量负荷的边界条件	58
3.1.1 点质量负荷的边界条件	59
3.1.2 地球对零阶和一阶负荷的响应	62
3.2 Boussinesq 平面负荷近似	65
3.3 球对称地球的负荷勒夫数	70
3.3.1 负荷勒夫数 h'_n, l'_n 和 k'_n 的定义	70
3.3.2 h'_∞, l'_∞ 和 k'_∞ 的解析近似	71
3.3.3 负荷勒夫数数值结果	73
3.4 球对称地球负荷响应的格林函数	74
3.4.1 位移格林函数	75
3.4.2 重力及倾斜格林函数	75
3.4.3 应变张量格林函数	76
参考文献	80
第4章 固体潮观测技术及结果	81
4.1 重力仪及重力潮汐观测	81
4.1.1 LaCoste—Romberg ET 型弹簧重力仪	81
4.1.2 GWR 超导重力仪	84
4.1.3 FG5 绝对重力仪	85
4.1.4 相对重力仪的标定	85
4.1.5 重力潮汐观测结果	87
4.2 倾斜仪及倾斜潮汐观测	90
4.2.1 水平摆倾斜仪	90
4.2.2 水管倾斜仪	93
4.2.3 钻井倾斜仪	94

4.2.4 倾斜固体潮观测结果	95
4.3 应变仪及应变潮汐观测	98
4.3.1 水平伸缩仪	98
4.3.2 TJ-5 体积式应变仪	99
4.3.3 应变观测组合及应变潮汐观测结果	101
4.4 中国的固体地球潮汐观测	102
4.5 国际地潮中心数据库及全球地球动力学观测计划	105
参考文献	109
第 5 章 地球潮汐的调和分析	111
5.1 重力潮汐观测数据的预处理	111
5.1.1 Nakai 预处理和分析方法	111
5.1.2 Preterna 预处理软件包	112
5.1.3 Tsoft 预处理软件	113
5.2 重力潮汐观测数据的调和分析	114
5.2.1 Venedikov 调和分析方法	115
5.2.2 Eterna 调和分析方法	119
5.2.3 Baytap-G&L 调和分析方法	121
5.2.4 利用小波分析技术的调和分析	122
参考文献	126
第 6 章 海洋及大气负荷的潮汐形变	129
6.1 海潮及海潮图	130
6.1.1 海潮的基本运动方式	130
6.1.2 海潮图的数学模型	131
6.1.3 海潮模型	132
6.2 海潮负荷效应的计算	134
6.2.1 直接褶积积分方法	134
6.2.2 球谐函数展开方法	134
6.3 海潮负荷对重力、倾斜、应变和 GPS 测量的影响	136
6.3.1 海潮负荷对重力观测的影响	136
6.3.2 海潮负荷对倾斜观测的影响	137
6.3.3 海潮负荷对应变观测的影响	140
6.3.4 海潮负荷对 GPS 观测的影响	144
6.4 固体潮潮汐参数的海潮负荷改正	146
6.4.1 观测残差及潮汐参数改正计算	146
6.4.2 相位改正	148

6.4.3 武昌超导重力仪潮汐观测的海潮改正	149
6.5 海潮负荷的误差估计	151
6.5.1 重力负荷改正的精度估计	151
6.5.2 结果与讨论	154
6.6 大气负荷对重力场观测的影响	155
6.6.1 大气密度空间分布和标准大气模型	157
6.6.2 弹性半无限空间大气质量的直接引力项	158
6.6.3 大气重力格林函数的理论计算	159
6.6.4 气象数据的预处理及网格化过程	164
6.6.5 大气负荷改正的褶积计算	166
6.6.6 大气重力信号的实际观测及检验	167
6.7 大气负荷计算的误差估计	169
6.7.1 大气重力格林函数的误差估计	170
6.7.2 典型离散数值计算的误差估计	172
参考文献	174
第7章 潮汐形变对地球自转的影响	179
7.1 潮汐与章动	179
7.2 带谐潮汐形变对地球自转速率变化的影响	182
7.3 田谐潮和扇谐潮对地球极移和自转速率的影响	186
7.4 极潮	192
参考文献	194
第8章 地潮及海潮对人造卫星的摄动影响	195
8.1 卫星摄动基本理论	195
8.2 地球引力位的非球形摄动	201
8.3 固体潮对卫星轨道的影响	203
8.4 海潮对卫星轨道的影响	205
8.5 利用 SLR 观测解算潮汐参数	210
参考文献	214
第9章 冰川均衡调整	216
9.1 冰川均衡调整概述	216
9.2 黏弹负荷格林函数	219
9.2.1 拉普拉斯域场方程和应力应变关系	219
9.2.2 场方程的求解	220
9.2.3 简正模分析	223

9.2.4 负荷格林函数	224
9.3 冰川均衡调整响应的预测	226
9.3.1 相对海平面方程的建立	227
9.3.2 相对海平面方程的离散化	228
9.3.3 离散的相对海平面方程的迭代算法	229
9.4 冰川均衡调整的研究实例	230
9.4.1 RSL 联合约束的 GIA 模型	230
9.4.2 青藏高原的 GIA 研究	235
9.4.3 南极冰盖部分消融对全球海平面上升的影响	237
参考文献	239
第 10 章 地球自由振荡的检测	246
10.1 地球自由振荡的检测	247
10.1.1 地球自由振荡的本征周期	247
10.1.2 地球自由振荡的谱线分裂	249
10.1.3 超导重力仪检测地球自由振荡	252
10.2 液核长周期振荡的检测	261
参考文献	273
第 11 章 地球的近周日自由摆动	279
11.1 角动量方法研究近周日自由摆动	280
11.2 周日重力潮汐观测中的近周日共振	290
11.3 近周日自由摆动的检测	293
11.3.1 重力潮汐观测及海潮负荷改正	293
11.3.2 数值结果及讨论	296
参考文献	301

第 1 章

引潮位及固体潮汐形变

1.1 固体地球潮汐

固体潮是一种由日、月和其他天体对地球的引力作用所导致的地球的周期性形变现象。固体潮汐形变是地表或地球内部各点相对于地球本身的运动,而与地球的整体运动无关。如果我们选取以地球质心为原点的地固坐标系,假定地球的质心不动,则固体潮汐形变表示地表和地球内部各点相对于地心的运动,而产生这一形变则是由于日、月及其他天体作用在该点上的引力和作用在地心引力不同所致。

我们把作用在任一点的潮汐力(称之为引潮力)定义为日、月和其他天体对该点的引力与对地心的引力之差,如图 1.1 所示。设 P 为地表上任一质点, f_P 为某天体 M (如月亮)对 P 点的引力, f_O 为其对地心的引力,则 P 点所受到的引潮力将等于 $f_P - f_O$,而整个地球(设其初始状态为一球形)在该天体的引力作用下将产生变形而成为一椭球,其长轴方向指向作用天体。由于引潮力实际上是日、月及其他众多天体引力的叠加,各个天体有自身的轨道运动,加上地球的自转,从而导致地球形成十分复杂的周期性潮汐形变。固体地球的潮汐形变称之为固体潮。

固体潮在地表上产生的径向位移可达 $40 \sim 50$ cm,导致的重力变化达 $1 \times 10^{-6} \text{ m/s}^2$,对低轨卫星轨道的扰动有数十米的量级。因此在地表的各种精密大地测量和地球物理观测必须考虑固体潮的影响。

在引潮力作用下,地球的潮汐形变既取决于引潮力的大小,又与地球内部结构对引潮力的响应有关,如果

地球是一刚体,其表面整个由一层水覆盖,则地表的潮汐形变可以完全由引潮力来确定,而与地球内部结构的物理力学参数无关。人们把这种形变称为平衡潮,而把真实地球的潮汐形变和平衡潮之间的关系用一组无量纲的参数来表示。由于是著名科学家勒夫首先引入了这一概念,通常就把此参数称之为勒夫数。显然,勒夫数的数值与地球的内部结构和物理力学参数有关,因此固体潮的观测将有助于研究地球的内部物理结构。

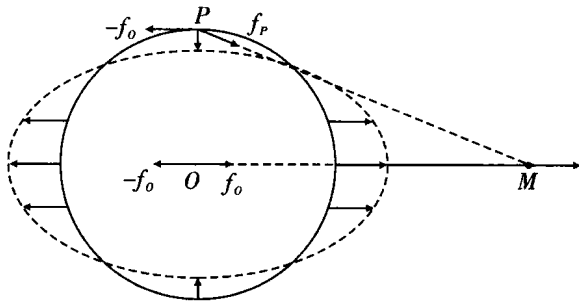


图 1.1 地球所受月亮引潮力示意图

1.2 引潮位

设 O 点为地心, M 为引潮天体(如月亮), P 为地表或地球内部任一点, r 为其向径, r_P 和 r_m 分别为 M 至 P 及 O 点的距离, 建立地心直角坐标系 $O-xyz$, z 轴为 OM 方向, 指向月亮为正, 其单位向量为 k . z_m 为月亮的地心天顶距, 如图 1.2 所示。

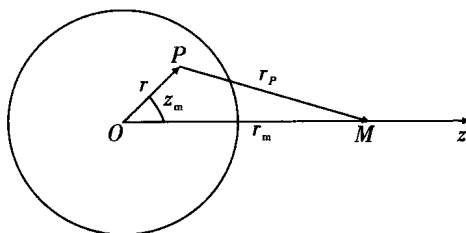


图 1.2 地球和月亮的位置关系图

为了推导的方便, 我们用 m_m 表示月亮的质量, G 表示引力常数, 引进引潮位的概念, 有

$$W = W_1 + W_2,$$

式中, W_1 是引潮天体对 P 点的引力位, $W_1 = G \frac{m_m}{r_P}$; W_2 是引潮天体对地心的引力位, 它在地球内部各点形成相同的一平行力场, 背向月亮, 其在 P 点的大小为

$$\nabla W_2(P) = -G \frac{m_m}{r_m^2} k,$$

其中, ∇ 为梯度算子。

$$\text{由于 } \frac{\partial W_2}{\partial x} = \frac{\partial W_2}{\partial y} = 0, \text{ 则有 } \frac{\partial W_2}{\partial z} = -G \frac{m_m}{r_m^2},$$

$$W_2(P) = -G \frac{m_m}{r_m^2} z_P + C = -G \frac{m_m}{r_m^2} r \cos z_m + C,$$

式中, C 为积分常数。

当 $r=0$ 时, $C = W_2(O) = -G \frac{m_m}{r_m}$, 于是, 月亮对 P 点的引潮位最终可写成

$$W(P) = Gm_m \left(\frac{1}{r_P} - \frac{1}{r_m} - \frac{r \cos z_m}{r_m^2} \right). \quad (1.1)$$

略去括号中的 P 点标记, 注意到

$$\frac{1}{r_P} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{r^n}{r_m^{n+1}} P_n(\cos z_m),$$

式中, $P_l(\cos z_m)$ 为勒让德多项式。

式(1.1)可写成球谐函数形式

$$W = \sum_{n=2}^{\infty} W_n = \frac{Gm_m}{r_m} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{r}{r_m} \right)^n P_n(\cos z_m). \quad (1.2)$$

对于太阳, 可以得到同样的展开式, 只需用 m_s 表示太阳的质量, r_s 表示太阳到地心

的距离, z_s 表示太阳的地心天顶距, 并分别用 m_s , r_s 和 z_s 作对应替换。

由于 $\frac{r}{r_m}$ 和 $\frac{r}{r_s}$ 值分别为 $\frac{1}{60.3}$ 和 $\frac{1}{234\,000}$ 的量级, 因此在实际应用中, 对月亮将 n 展开到三阶, 对太阳, 将 n 展开到二阶已有足够精度。至于其他天体的影响, 可以忽略。这样, 对引潮天体月亮, 有

$$\begin{aligned} W_m &= W_{2m} + W_{3m} \\ &= \frac{3}{4} \frac{Gm_m r^2}{c_m^3} \left[2 \left(\frac{c_m}{r_m} \right)^3 \left(\cos^2 z_m - \frac{1}{3} \right) + \frac{2}{3} \frac{r}{c_m} \left(\frac{c_m}{r_m} \right)^4 (5 \cos^3 z_m - 3 \cos z_m) \right]. \end{aligned} \quad (1.3)$$

式中, W_m 为月亮的引潮位; W_{2m} 为月亮的二阶引潮位; W_{3m} 为月亮的三阶引潮位; c_m 为月亮至地心的平均距离。

这里为规格化起见, 定义杜德森(Doodson)常数^[1]

$$D_m = \frac{3}{4} \frac{Gm_m R^2}{c_m^3}, \quad (1.4)$$

式中, R 为地球的平均半径。

则上式可写成

$$W_m = D_m \left(\frac{r}{R} \right)^2 \left[2 \left(\frac{c_m}{r_m} \right)^3 \left(\cos^2 z_m - \frac{1}{3} \right) + \frac{2}{3} \frac{r}{c_m} \left(\frac{c_m}{r_m} \right)^4 (5 \cos^3 z_m - 3 \cos z_m) \right]. \quad (1.5)$$

同样, 定义太阳的杜德森常数

$$D_s = \frac{3Gm_s R^2}{4c_s^3}, \quad (1.6)$$

式中, m_s 和 c_s 分别为太阳的质量和太阳到地心的平均距离。

仅考虑到二阶项, 可得太阳对地球点的引潮位为

$$W_s = D_s \left(\frac{r}{R} \right)^2 \left[2 \left(\frac{c_s}{r_s} \right)^3 \left(\cos^2 z_s - \frac{1}{3} \right) \right]. \quad (1.7)$$

在文献中, Bartels 和 Melchior 均采用 Horn 专著中采用的数据^[2,3]: 地球平均半径 R 为 6 371 221 m, 地球赤道半径 a 为 6 378 388 m, 地表平均重力 g_0 为 9.820 4 m/s², 月亮视差正弦函数 $\sin \phi_0 = \frac{a}{c_m}$ 为 0.016 593, 月地质量比 $\frac{m_m}{m_e}$ 为 $\frac{1}{81.53}$ 。计算的杜德森常数值为

$$D_m = \frac{3}{4} \frac{Gm_m R^2}{c_m^3} = \frac{3}{4} \frac{m_m g_0 R^4}{m_e a^3} \sin^3 \phi_0 = 2.620\,6 \text{ m}^2/\text{s}^2. \quad (1.8)$$

对太阳有

$$D_s = 0.460\,51 D_m.$$

目前, 国际上已相继发表了用人造地球卫星资料推得的地球形状参数及地球物理数据, 根据 1967 年国际大地测量协会推荐的数据, 取地球赤道半径 a 为 6 378 160 m, 地球扁率 α 为 1/298.25, Gm_e 为 $3.986\,03 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$, 则有平均地心向径 $R = 0.998\,327\,0a = 6\,367\,490 \text{ m}$ 。采用 1974 年中国天文年历中的天文参数, 月地平均距离为 $384\,400 \times 10^3 \text{ m}$, 日地平均距离为 $149\,600 \times 10^6 \text{ m}$, 月地质量比 $\frac{m_m}{m_e}$ 为 $\frac{1}{81.30}$, 日地质量比 $\frac{m_s}{m_e}$ 为 332 958, 可以

算出

$$D_m = \frac{3}{4} G m_c \frac{m_m}{m_c} \left(\frac{R}{c_m} \right)^3 \frac{1}{R} = 2.624 \ 8 \text{ m}^2/\text{s}^2. \quad (1.9)$$

对太阳有

$$D_s = 0.459 \ 24 D_m. \quad (1.10)$$

显而易见,选用不同的参数,杜德森参数值差异可达到 0.2% 的量级,对引潮位计算产生很大的影响,因此需要与时俱进地利用最新的天文和地球形状参数。

1.3 引潮位的杜德森展开

天体的引潮位函数式中含有天体的天顶距 z , 因此, 天顶距的计算成为直接计算引潮位的关键。图 1.3 中, N 为天球北极; M 为天球上之引潮天体; δ 为赤纬; H 为地方时角, φ 为观测站 P 的地心纬度。我们用 $\alpha_m, \beta_m, \delta_m, H_m, \lambda_m$ 分别表示月亮的赤经、月亮的黄纬、月亮的赤纬、月亮的地方时角、月亮的黄经, 用 $\alpha_s, \beta_s, \delta_s, H_s, \lambda_s$ 分别表示太阳的赤经、太阳的黄纬、太阳的赤纬、太阳的地方时角、太阳的黄经。 φ 与地理纬度 φ' 的关系为

$$\varphi = \varphi' - 0^\circ.192 \ 431 \sin 2\varphi'.$$

由天文学可知, 天体地心天顶距可表示为

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos H. \quad (1.11)$$

如果我们先仅考虑引潮位展开式(1.5)的二阶项 W_{2m} , 把天体的天顶距按式(1.11)展开为赤纬和地方时角的函数, 则可得 3 种球谐潮波。例如, 对月亮有

$$\begin{aligned} W_{2m} = D_m \left(\frac{r}{R} \right)^2 \left(\frac{c_m}{r_m} \right)^3 & \left[\cos^2 \varphi \cos^2 \delta_m \cos 2H_m + \sin 2\varphi \sin 2\delta_m \cos H_m \right. \\ & \left. + 3 \left(\sin^2 \varphi - \frac{1}{3} \right) \left(\sin^2 \delta_m - \frac{1}{3} \right) \right]. \end{aligned} \quad (1.12)$$

对太阳可同样地展开, 只需对应替换为相应的太阳参数。

式(1.12)所示的 3 种潮波可用图 1.4 来说明, 其中球面扇谐项的节线(函数为 0 的线)位于 $\varphi = \pm \pi/2$ 及 $H_m = \pm \pi/4, \pm 3\pi/4$ 处, 即引潮天体赤经圈两侧相距 45° 的子午圈上形成扇形, 节线将球面分为函数值正负相间的 4 个区, 正值为高潮区, 负值为低潮区。由于扇谐潮与 $\cos 2H_m$ 有关, 相应的潮汐变化周期为半日, 故又称之为半日潮; 球面田谐项的节线位于 $\varphi = 0, \pm \pi/2$ 及 $H_m = \pm \pi/2$ 处, 同样将球面分为函数值正负相间成格状的 4 个区, 形成“田”字形, 由于田谐潮与 $\cos H_m$ 有关, 相应的潮汐变化周期为 1 日, 故又称之为周日潮; 球面带谐项的节线是纬度 $\varphi = \pm 35^\circ 16'$ 的两个平行圈, 将球面分成 3 个带状区域, 由于其与时间变化有关的部分仅与引潮天体的赤纬有关, 而与时角无关, 其变化周期对月亮和太阳分别为 14d 及半年, 故又称之为长周期潮。

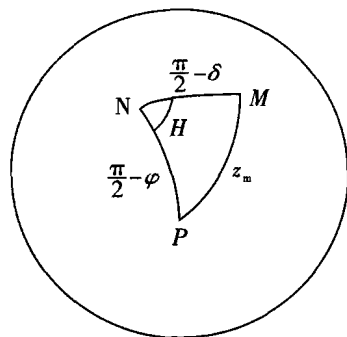
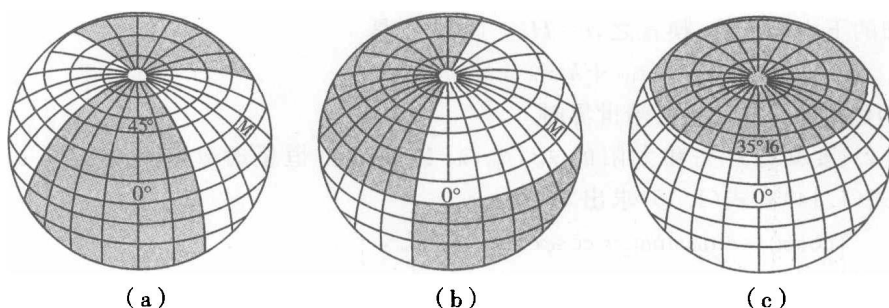


图 1.3 观测点和引潮天体在天球上的位置

图 1.4 3 种典型潮汐类型^[3]

(a) 扇谐半日潮汐 (b) 田谐周日潮汐 (c) 带谐长周期潮汐

引潮位展开式(1.5)还包含有 3 阶项 W_{3m} (一般只考虑月亮)

$$\begin{aligned}
 W_{3m} = & D_m \left(\frac{r}{R} \right)^3 \left(\frac{R}{c_m} \right) \left(\frac{c_m}{r_m} \right)^4 \left[\frac{1}{3} \sin \varphi \sin \delta_m (3 - 5 \sin^2 \varphi) (3 - 5 \sin^2 \delta_m) \right. \\
 & + \frac{1}{2} \cos \varphi \cos \delta_m (1 - 5 \sin^2 \varphi) (1 - 5 \sin^2 \delta_m) \cos H_m \\
 & \left. + 5 \cos^2 \varphi \sin \varphi \cos^2 \delta_m \sin \delta_m \cos 2H_m + \frac{5}{6} \cos^3 \varphi \cos^3 \delta_m \cos 3H_m \right]. \quad (1.13)
 \end{aligned}$$

这里的前三项分别为长周期、周日潮和半日潮,出现的第四项与 $\cos 3H_m$ 有关,相应的潮汐变化周期为 $1/3$ 日,故又称之为 $1/3$ 日潮。

以上的展开又称为引潮位的拉普拉斯展开。为了实际计算日月引潮位,可以采用两种方法:第一种是基于布朗(Brown)月亮轨道理论和纽康(Newcomb)太阳历书的直接计算方法。由式(1.5)和式(1.7)我们知道,只要对给定的 P 点位置 (r, φ, λ) 及时刻 t_{UT} (格林尼治(Greenwich)世界时)计算出相应的 z_m, z_s 及 $c_m/r_m, c_s/r_s$, 我们就可以求得日、月的引潮位。

由球面天文学,我们知道,天体的赤经 α 、赤纬 δ 和黄经 λ 、黄纬 β 以及黄赤交角 ϵ 存在以下的关系。例如,对于月亮有

$$\begin{cases} \cos \delta_m \cos \alpha_m = \cos \beta_m \cos \lambda_m, \\ \cos \delta_m \sin \alpha_m = \cos \beta_m \sin \lambda_m \cos \epsilon - \sin \beta_m \sin \epsilon, \\ \sin \delta_m = \cos \beta_m \sin \lambda_m \sin \epsilon + \sin \beta_m \cos \epsilon, \\ \cos \delta_m \cos H_m = \cos \beta_m \cos \lambda_m \cos \theta + \sin \theta (\cos \beta_m \sin \lambda_m \cos \epsilon - \sin \beta_m \sin \epsilon). \end{cases} \quad (1.14)$$

对于太阳,由于黄纬 $\beta_s = 0$, 上面关系式变成

$$\begin{cases} \cos \delta_s \cos \alpha_s = \cos \lambda_s, \\ \cos \delta_s \sin \alpha_s = \sin \lambda_s \cos \epsilon, \\ \sin \delta_s = \sin \lambda_s \sin \epsilon, \\ \cos \delta_s \cos H_s = \cos \lambda_s \cos \theta + \sin \theta \sin \lambda_s \cos \epsilon. \end{cases} \quad (1.15)$$

式(1.14)和式(1.15)中 θ 为地方恒星时,在天体坐标的计算中,如果我们忽略章动的影响,即以平位置代替真位置,由于章动值很小,将无损于计算精度。根据定义 $\theta = H_s + h$, 这里用太阳的平黄经 h 代替了太阳的赤经 α_s , 引入地方平太阳时 t 来表示时角。由于 t