

终端滑模控制 理论及应用

张袅娜 著



科学出版社

终端滑模控制理论及应用

张袅娜 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书是关于终端滑模变结构控制理论与应用的一部专著,系统地总结了终端滑模变结构控制的基本理论和应用技术,是作者多年来从事控制系统教学和科研成果的总结。全书共分6章,内容包括:终端滑模变结构控制基本理论;基于终端滑模的混沌系统同步;参数确定与参数不确定柔性机械手的滑模控制器设计;鲁棒滑模观测器设计以及永磁同步电机转子位置估计、柔性模态估计;基于终端滑模的永磁同步电机直接转矩控制。本书加强了理论分析与仿真验证的结合,易于在工程实际中应用。

本书适用于从事生产过程自动化、机械电子和电气自动化领域的工程技术人员学习,也可作为控制理论与控制工程专业的师生、非线性控制系统理论与应用研究的专业人员的参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

终端滑模控制理论及应用/张袅娜著. —北京:科学出版社,2011.4

ISBN 978-7-03-030508-4

I. ①终… II. ①张… III. ①变结构控制器-智能控制:模糊控制 IV. ①TM571.6②TP273③TP13

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第039043号

责任编辑:耿建业 / 责任校对:张怡君
责任印制:赵博 / 封面设计:耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2011年4月第一版 开本:B5(720×1000)

2011年4月第一次印刷 印张:8 3/4

印数:1—3 000 字数:171 000

定价:45.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

滑模变结构控制理论出现于 20 世纪 60 年代,经过几十年的发展,已成为一个比较完整的理论体系。进入 80 年代以来,随着计算机、大功率电子开关器件等技术的飞速发展,滑模变结构控制对象已涉及离散系统、非线性大系统、滞后系统以及分布参数系统等众多复杂系统。

滑模变结构控制实质上是一类特殊的非线性控制,系统的“结构”并不固定,而是根据系统当前的状态,按照预先设定的“滑动模态”的状态轨迹运动。由于滑动模态可以进行设计且与对象参数和系统扰动无关,使得滑模变结构控制具有快速响应、对系统参数变化及扰动不灵敏、无须系统在线辨识、物理实现简单等优点。由于采用滑模控制的系统在受到参数摄动和外界干扰时具有不变性,使得滑模变结构控制方法受到各国学者的重视。传统的滑模变结构控制采用线性滑模,系统状态与给定轨迹之间的偏差渐近收敛。终端滑模变结构控制由 Zak 于 1988 年提出,此后引起了广泛的关注。与线性滑模相比,终端滑模变结构控制通过在滑模中引入非线性项,改善了系统的收敛特性,使得系统状态能够在有限时间内收敛到给定轨迹。因此终端滑模控制具有动态响应速度快、有限时间收敛、稳态跟踪精度高等优点。特别适用于高精度的系统控制,在实际工程中逐渐得到了推广和应用,如电机控制、电力系统控制、机器人控制、飞行器控制、卫星姿态控制等。

本书是作者多年来对终端滑模控制理论研究工作的总结,从控制理论与控制工程应用角度出发组织素材,强调工程背景,力求使读者学以致用。本书以从事自动控制、电气传动的工程技术人员为主要读者对象,也可供相关领域工程技术、研究人员,高等院校相关专业的师生参考。

全书共分 6 章,以理论联系实际的方式介绍了终端滑模变结构控制的基本概念及原理,以及一些非线性系统终端滑模变结构控制的分析与设计。第 1 章绪论,结合实例介绍终端滑模、快速终端滑模、非奇异终端滑模和 PID 形式的积分滑动模态的设计原理及相应滑模变结构控制策略的设计。第 2 章讨论终端滑模变结构控制策略在混沌同步控制中的应用,包括非匹配不确定混沌系统的非奇异终端滑模同步控制,异结构混沌系统的终端滑

模变结构同步控制,基于反步法的混沌系统终端滑模同步控制,同时采用仿真实例验证所提方法的有效性。第3章针对柔性机械手的关节转矩输入到其端点位移输出的传函具有非最小相位特性,采用重新定义系统输出的方法,将系统分解为输入输出子系统和内部子系统,并在此基础上提出一种终端滑模控制策略,使得输入输出子系统有限时间收敛,并利用遗传算法优化控制器的设计参数,使柔性机械手系统的零动态子系统在平衡点附近渐进稳定,从而保证整个柔性机械手系统的渐进稳定。第4章针对柔性机械手由于测量和建模的不精确,再加上负载的变化以及外部扰动的影响,很难得到精确、完整的运动模型的情况,提出基于模糊规则的无抖振快速终端滑模控制策略,根据经验以降低抖振为原则设计模糊规则,将不连续的控制信号连续化,减轻或避免了一般滑模控制的抖振现象,实现柔性机械手的鲁棒控制。第5章在经典的Walcott-Zak观测器基础上,提出一种终端滑模变结构观测器,避免了Walcott-Zak观测器必须满足的严格设计条件,简化了设计过程。当系统不确定性的上界未知时,采用自适应学习的RBF神经网络对其在线估计,保证系统跟踪误差渐进收敛。最后讨论柔性机械手的柔性模态导数观测器的设计以及基于快速终端滑模的永磁同步电机转子位置估计方法,并获得了较好的估计精度。第6章将无抖振快速终端滑模(fast terminal sliding mode, FTSM)变结构控制策略引入永磁同步电机直接转矩控制(FTSM-DTC)系统,首先在控制策略本身消除了抖振项,实现电机转矩的有限时间收敛,解决了传统DTC存在的转矩和磁链脉动较大、逆变器开关频率不恒定等问题,提高系统的动态性能。

在本书出版之际,衷心感谢我的导师哈尔滨工业大学的冯勇教授。在课题的研究和论文的写作过程中,得到了导师的悉心指导和大力支持。导师渊博的知识和严谨、踏实的治学态度使我终生受益。衷心感谢鲍晟博士、孙黎霞博士、郑建飞博士、李林静博士、郑雪梅博士、王艳敏博士以及各位同事给予的无私帮助,衷心感谢多年来家人和亲友们给予的大力支持和无私关爱。在此,向所有关心、帮助和支持我的各位老师、同学和朋友表示最崇高的敬意和感谢!在撰写本书的过程中,许多进行终端滑模控制理论研究的同行提出了宝贵的意见,在此表示感谢!同时,本书还参考了相关文献,在此向这些文献的作者表示感谢!

本书研究内容得到了国家科技支撑项目(2007BAE17B04)、吉林省重大科技攻关项目(10ZDGG002)、国家自然科学基金(60474016)、长春工业

大学博士点立项建设基金和控制理论与控制工程重点学科建设基金的资助。

由于作者水平和经验有限,书中难免有不妥和疏漏之处,真诚欢迎广大读者批评指正。

张袅娜

2011年1月于长春

目 录

前言

| | |
|----------------------------------|----|
| 第 1 章 绪论 | 1 |
| 1.1 滑模变结构控制简介 | 1 |
| 1.2 滑模变结构控制 | 2 |
| 1.2.1 滑模变结构控制设计的基本步骤 | 2 |
| 1.2.2 滑模切换函数设计 | 2 |
| 1.2.3 滑模变结构控制设计 | 11 |
| 1.3 滑模变结构控制的不变性..... | 13 |
| 1.4 抖振问题..... | 14 |
| 1.5 本章小结..... | 15 |
| 参考文献 | 16 |
| 第 2 章 基于终端滑模的混沌系统同步 | 19 |
| 2.1 非匹配不确定混沌系统的非奇异终端滑模同步控制..... | 20 |
| 2.1.1 非匹配不确定混沌系统的数学模型 | 20 |
| 2.1.2 非奇异终端滑模同步控制器的设计 | 21 |
| 2.1.3 仿真分析..... | 22 |
| 2.2 异结构混沌系统的终端滑模同步控制..... | 24 |
| 2.2.1 混沌系统的数学模型描述..... | 24 |
| 2.2.2 终端滑模控制器设计 | 25 |
| 2.2.3 仿真分析..... | 27 |
| 2.3 混沌系统的反步法终端滑模同步控制..... | 30 |
| 2.3.1 一类混沌系统的动力学模型 | 30 |
| 2.3.2 混沌系统的反步法终端滑模同步控制器设计..... | 31 |
| 2.3.3 仿真分析..... | 36 |
| 2.4 本章小结..... | 39 |
| 参考文献 | 39 |

| | |
|--|----|
| 第 3 章 基于终端滑模的柔性机械手控制 | 41 |
| 3.1 柔性机械手的动力学模型 | 41 |
| 3.2 柔性机械手的终端滑模控制 | 45 |
| 3.2.1 输入输出子系统终端滑模控制器设计 | 45 |
| 3.2.2 零动态子系统特性分析 | 46 |
| 3.2.3 利用遗传算法优化设计控制器参数 | 50 |
| 3.2.4 仿真分析 | 53 |
| 3.3 柔性机械手的非奇异终端滑模控制 | 57 |
| 3.4 本章小结 | 61 |
| 参考文献 | 62 |
| 第 4 章 基于终端滑模的参数不确定柔性机械手控制 | 63 |
| 4.1 柔性机械手模型的不确定分析 | 63 |
| 4.2 参数不确定柔性机械手的快速终端滑模控制 | 65 |
| 4.2.1 快速终端滑模控制器设计 | 65 |
| 4.2.2 零动态子系统特性分析 | 66 |
| 4.2.3 仿真分析 | 67 |
| 4.3 参数不确定柔性机械手的模糊滑模控制 | 70 |
| 4.3.1 无抖振的快速滑模控制器设计 | 71 |
| 4.3.2 基于模糊的无抖振快速滑模控制器设计 | 75 |
| 4.3.3 仿真分析 | 78 |
| 4.4 本章小结 | 81 |
| 参考文献 | 81 |
| 第 5 章 基于终端滑模的非线性系统状态观测器 | 84 |
| 5.1 非线性不确定系统的鲁棒滑模观测器设计 | 85 |
| 5.1.1 非线性不确定性系统模型 | 85 |
| 5.1.2 鲁棒滑模观测器设计 | 85 |
| 5.1.3 仿真分析 | 88 |
| 5.2 基于 RBF 神经网络的鲁棒滑模观测器设计 | 90 |
| 5.2.1 非线性不确定系统的模型 | 90 |
| 5.2.2 鲁棒滑模观测器设计 | 91 |
| 5.2.3 仿真分析 | 92 |
| 5.3 基于神经滑模观测器的永磁同步电机转子位置估计 | 95 |

| | | |
|--------------|----------------------------------|------------|
| 5.3.1 | 基于自适应神经滑模观测器的转子位置估算 | 96 |
| 5.3.2 | 仿真分析 | 101 |
| 5.4 | 基于鲁棒滑模观测器的柔性机械手终端滑模控制 | 104 |
| 5.4.1 | 柔性机械手鲁棒滑模观测器设计 | 104 |
| 5.4.2 | 基于观测器的柔性机械手滑模控制器设计 | 107 |
| 5.4.3 | 仿真分析 | 109 |
| 5.5 | 本章小结 | 112 |
| | 参考文献 | 113 |
| 第 6 章 | 基于终端滑模的永磁同步电机直接转矩控制 | 115 |
| 6.1 | 基于快速终端滑模的永磁同步电机直接转矩控制 | 116 |
| 6.1.1 | 永磁同步电机的数学模型 | 116 |
| 6.1.2 | 基于快速终端滑模的永磁同步电机直接转矩控制 | 118 |
| 6.2 | 二阶滑模转速环控制器设计 | 121 |
| 6.2.1 | 二阶滑模的转速环控制器设计 | 121 |
| 6.2.2 | 稳定性分析 | 122 |
| 6.3 | 负载扰动自适应估计的转速滑模控制 | 123 |
| 6.4 | 仿真分析 | 124 |
| 6.5 | 本章小结 | 128 |
| | 参考文献 | 128 |

第 1 章 绪 论

1.1 滑模变结构控制简介

滑模变结构控制(variable structure control with sliding mode) 是苏联学者 Emeleyanov 和 Utkin 等在 20 世纪 60 年代初提出的一种控制方法,与其他控制的不同之处在于系统的“结构”并不固定,而是根据系统当前的状态,按照预定的“滑动模态”的状态轨迹运动。由于滑动模态可以进行设计且与对象参数及扰动无关,使得变结构控制具有快速响应、对参数变化及扰动不灵敏、无须系统在线辨识、实现简单等优点。采用滑模控制的系统在受到参数摄动和外界干扰时具有不变性,正是这种特性使得滑模变结构控制方法受到各国学者的重视^[1~3]。但是滑模变结构控制存在一个严重的缺点,即抖振。抖振的存在很容易激发系统的未建模特性,从而影响系统的控制性能,给滑模变结构控制的实际应用带来困难。而且,在实际的控制系统中,由于测量和建模的不精确,再加上负载的变化以及外部扰动的影响,很难得到精确、完整的运动模型,因此,在建立数学模型时,需要做合理的近似处理,而忽略一些不确定性的因素,如参数误差、未建模动态、观测噪声以及不确定性的外界干扰等。然而这些不确定性的存在^[4,5]可能会引起控制系统品质恶化,使得滑模控制系统控制品质下降,甚至成为系统不稳定的原因。近来,有研究者尝试将变结构控制与其他控制结合起来,如与自适应控制、神经网络控制结合等,以期综合两者的优点,达到更好的控制效果。

传统的滑模变结构控制采用线性滑模,系统状态与给定轨迹之间的偏差渐近收敛。与线性滑模相比,终端滑模变结构控制通过在滑模面函数中有目的的引入非线性项,改善系统的收敛特性,使得系统状态能够在有限时间内收敛到给定轨迹^[6]。因此,终端滑模具有动态响应速度快、有限时间收敛、稳态跟踪精度高等优点,特别适用于高精度的控制;并且在实际工程中逐渐得到了推广和应用,如电机控制、电力系统控制、机器人控制、飞行器控制、卫星姿态控制等。

本章主要介绍终端滑模、快速终端滑模、非奇异终端滑模和 PID 形式的积分滑动模态的设计原理及相应的滑模控制策略设计。

1.2 滑模变结构控制

1.2.1 滑模变结构控制设计的基本步骤

设计滑模变结构控制器的基本步骤包括两个相对独立的部分：

(1) 设计滑模切换函数 $s(\mathbf{x})$ ，使它所确定的滑动模态渐近稳定，并具有良好的动态品质；

(2) 设计滑动模态控制律 $\mathbf{u}^\pm(\mathbf{x})$ ，使到达条件得到满足，从而在滑模面上形成滑动模态区。

一旦滑模切换函数和滑动模态控制律确定，滑动模态控制系统就能完全建立起来。

当系统由某一初始状态到达滑模面以后，称系统处于滑动状态，此时系统动力学行为由 $s(\mathbf{x})=0$ 确定，与控制律无关，且对系统内部参数不确定和外部扰动完全不敏感，即具有鲁棒性。由于 $s(\mathbf{x})=0$ 仅为 m 阶方程，系统实现了“降阶”，此时系统的动力学行为由滑模 $s(\mathbf{x})$ 的结构和设计参数决定。

1.2.2 滑模切换函数设计

回顾滑模控制的发展过程，滑模面设计常用的方法有：最优控制法、极点配置法、几何法、特征结构分配法、微分几何法和李雅普诺夫(Lyapunov)方程等。除了线性滑模外，近几年，许多学者致力于非线性滑模、时变滑模、去抖振滑模、离散时间准滑模等滑动模态的研究，下面介绍本书中用到的几种滑模。

1. 终端滑模

终端滑模(terminal sliding mode, TSM)由 Zak 于 1988 年提出^[6]，此后引起了众多学者的广泛关注^[7,8]。终端滑模可由如下一阶动态方程描述^[6]：

$$s = \dot{x} + \beta x^{q/p} = 0 \quad (1-1)$$

式中,系统状态 $x \in \mathbf{R}^1$;设计参数 $\beta > 0$; p 和 q 均为奇数,且 $q < p < 2q$ 。解方程(1-1)得到

$$\frac{p}{p-q} [x(t)^{(p-q)/p} - x(0)^{(p-q)/p}] = -\beta \cdot t$$

设从初始状态 $x(0) \neq 0$ 到 $x=0$ 的时间为 t_s , t_s 可由下式确定:

$$t_s = \frac{p}{\beta(p-q)} |x(0)|^{(p-q)/p} \quad (1-2)$$

原点是一个终端吸引子^[7],系统状态 x 将在有限时间 t_s 内收敛到零。

考虑方程(1-1)在平衡点 $x=0$ 附近的 Jacobian 行列式:

$$J = \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} = -\frac{\beta q}{p x^{(1-q/p)}} \quad (1-3)$$

把 J 看作为一阶近似矩阵的特征值 λ , 则有

$$J \rightarrow -\infty \quad \text{当} \quad x \rightarrow 0^+$$

这表明在平衡点,特征值趋向于负无穷。注意, $|J| < \infty$ 没有满足,即保证微分方程在原点解的存在性与唯一性的 Lipschitz 条件没有满足,且 J 在 $x=0$ 点奇异。当不满足 Lipschitz 条件时,系统状态才可能在有限时间到达平衡点。

2. 快速终端滑模

终端滑模控制可使系统的状态在有限时间内收敛到零,突破了线性滑模条件下状态渐进收敛的缺点,系统的动态性能优于普通的滑模控制,然而,终端滑模控制在收敛时间上未必是最优的。由式(1-3)可见,当状态 x 远离平衡点时,其 Jacobian 行列式的绝对值很小,即状态 x 离平衡点越远,其收敛速度越慢^[9,10]。因此,当系统轨迹远离平衡点时,状态的收敛速度可能远远低于 LSM(line sliding mode)。为此,Yu 和 Man 在 TSM 的基础上做了改进,提出了快速终端滑模(fast terminal sliding mode, FTSM)^[11]。FTSM 的概念可由如下一阶系统来描述:

$$s = \dot{x} + \alpha x + \beta x^{q/p} = 0 \quad (1-4)$$

式中, $x \in \mathbf{R}^1$; $\alpha > 0$; $\beta > 0$ 是常数; q 和 p 均为奇数,且 $q < p < 2q$ 。

由式(1-4)得

$$x^{-q/p} \dot{x} + \alpha x^{1-q/p} = -\beta$$

令 $m = x^{1-q/p}$, 则有

$$\frac{dm}{dt} + \frac{p-q}{p} \alpha m = -\frac{p-q}{p} \beta \quad (1-5)$$

由于 $x = 0$ 时, $m = 0$, $t = t_s$, 求解微分方程(1-5), 得

$$\frac{\beta}{\alpha} e^{-\frac{p-q}{p} \alpha t_s} + m(0) e^{-\frac{p-q}{p} \alpha t_s} = \frac{\beta}{\alpha}$$

在滑动模态上从任意初始状态 $x(0) \neq 0$ 收敛到平衡状态 $x=0$ 的时间为

$$t_s = -\frac{p}{\alpha(p-q)} \ln \frac{\alpha x(0)^{(p-q)/p} + \beta}{\beta} \quad (1-6)$$

平衡点原点仍然是终端吸引子。考虑在 $x=0$ 附近的 Jacobian 行列式:

$$J = \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} = -\alpha - \frac{\beta q}{p x^{(1-q/p)}}$$

同样, 把 J 看作为一阶近似矩阵的特征值 λ , 有

$$J \rightarrow -\infty \quad \text{当} \quad x \rightarrow 0^+$$

通过设定 α, β, p 和 q , 可使系统在有限时间内到达平衡状态, 当位于滑模面上时, 有

$$\dot{x} = -\alpha x - \beta x^{q/p}$$

当系统状态远离零点时, 收敛时间主要由终端滑模吸引子即 $\dot{x} = -\beta x^{q/p}$ 决定; 而当系统状态接近平衡状态 $x=0$ 时, 收敛时间主要由 $\dot{x} = -\alpha x$ 决定, x 呈指数快速衰减。从而实现系统状态快速、精确的收敛到平衡状态。

下面给出仿真实例, 考虑 LSM、TSM 与 FTSM 的一阶方程分别如下:

$$s_{\text{LSM}} = \dot{x} + x = 0;$$

$$s_{\text{TSM}} = \dot{x} + x^{3/5} = 0;$$

$$s_{\text{FTSM}} = \dot{x} + x + x^{3/5} = 0$$

假设初始条件: $x(0)=1$, $\dot{x}(0)=-1$ 。

计算机仿真结果如图 1-1 和图 1-2 所示。图 1-1 为系统状态 x , 可见, LSM 的状态渐近趋于零, 而 TSM 与 FTSM 的状态均有限时间收敛到零, 且 FTSM 的状态收敛速度比 TSM 更快。图 1-2 为系统相图, 在相平面上, LSM 是一条直线, 而 TSM 和 FTSM 均为曲线。

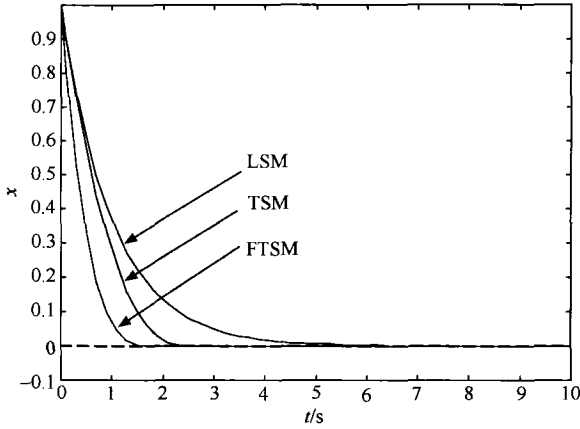


图 1-1 系统状态

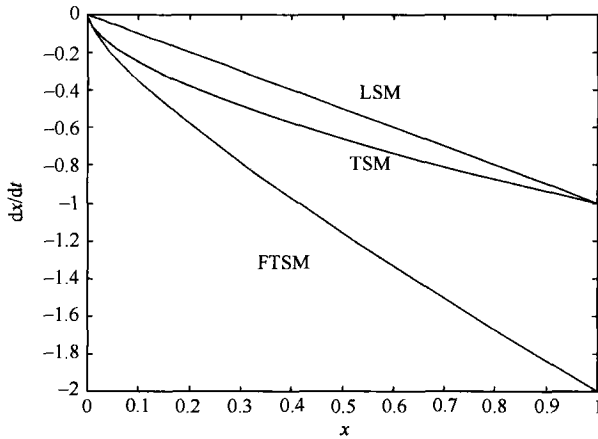


图 1-2 系统相图

3. 非奇异终端滑模

TSM 以其动态响应速度快、有限时间收敛、稳态跟踪精度高等优点,得到了广泛应用。但在实际应用时,在某个特定的区域,控制输入会出现无穷大的情况,即产生奇异现象。对于 TSM 的奇异性问题,一种解决方法是在 TSM 和 LSM 之间进行切换,另一种解决方法是使系统轨迹运动到一个预

先指定的保证 TSM 控制是非奇异的区域^[12]。但以上方法都是间接的。作者导师等提出一种非奇异终端滑模(nonsingular terminal sliding mode, NTSM),直接从滑模面的设计上解决上述问题^[13]。

考虑如下带有不确定性的二阶非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = f(\mathbf{x}(t), t) + u(t) + d(t) \end{cases} \quad (1-7)$$

式中, $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t)]^T$; $|d(t)| \leq D(t)$ 为外部扰动, $D(t)$ 为已知函数; $f(\mathbf{x}(t), t)$ 为未知函数, 其估计值为 $\hat{f}(\mathbf{x}, t)$, 并且满足:

$$|\Delta f(\mathbf{x}(t), t)| = |f(\mathbf{x}(t), t) - \hat{f}(\mathbf{x}(t), t)| \leq F(\mathbf{x}(t), t)$$

式中, $F(\mathbf{x}(t), t)$ 为已知函数。

系统的 TSM 设计如下:

$$s(t) = x_2 + \beta x_1^{q/p} \quad (1-8)$$

式中, $\beta > 0$ 是设计常数; p 和 q 是奇数, 且 $0 < q < p$ 。设计控制器为

$$u(t) = -(\hat{f}(\mathbf{x}) + \beta \frac{q}{p} x_1^{q/p-1} x_2 + (F(\mathbf{x}, t) + D(t) + \eta) \text{sgn}(s)) \quad (1-9)$$

式中, $\eta > 0$ 。注意: 控制策略中包含 $x_1^{q/p-1} x_2$, 当 $x_2 \neq 0, x_1 = 0$ 时存在奇异区域。TSM 的控制式(1-9)将趋于无穷大, 即发生奇异现象。

为了解决终端滑模的奇异性问题, 滑模设计^[13]如下:

$$s = x_1 + \frac{1}{\beta} x_2^{p/q} \quad (1-10)$$

式中, β, p 和 q 的设计同式(1-8), 且 $q < p < 2q$ 。当系统轨迹处于滑模上, 即 $s = 0$ 时, 全局非奇异终端滑模的方程(1-10)与终端滑模的方程(1-8)是等价的。此时的控制策略为

$$u = -(\hat{f}(\mathbf{x}) + \beta \frac{q}{p} x_2^{2-p/q} + (F(\mathbf{x}, t) + D(t) + \eta) \text{sgn}(s)) \quad (1-11)$$

式中, $\eta > 0$ 为设计常数。

由式(1-11)和式(1-9)可见, 两种控制策略均可实现系统状态的有限时间收敛, 但 TSM 控制策略在某一区域会出现奇异现象, 采用全局非奇异终端滑模控制策略(1-11)不但保证系统状态在有限时间内到达 NTSM 滑模面, 而且消除了系统控制输入中的奇异现象。

4. 积分滑模

在文献[14]的基础上提出了一种PID积分滑模,并进行了收敛时间的推导和设计参数的选择。首先将PID积分滑模设计为如下形式:

$$s(t) = k_d \dot{x}(t) + k_p x(t) + k_I \int_0^t x(t) dt \quad (1-12)$$

式中, $x \in \mathbf{R}$; k_d, k_p, k_I 为微分、比例和积分系数,是非零的正常数。比例项用于纠正状态偏差,积分项用于消除系统的稳态误差,微分项用于反映系统偏差信号的变化率,产生超前的控制作用,改善系统的动态性能。因此,在PID积分型滑模超曲面上,改变 k_d, k_p, k_I 的数值即可改变滑模面上的动态特性。

令 $w(t) = \int_0^t x(t) dt$, 则式(2-12)变为

$$s(t) = k_d \ddot{w}(t) + k_p \dot{w}(t) + k_I w(t) \quad (1-13)$$

积分滑模面 $s(t)$ (式(1-12))中的积分项是由设计者构造的,其中积分项初值的选择是为了保证 $s(0) = 0$,使系统在初始状态就位于滑模面上,以提高系统的鲁棒性。在这种情况下,可确定 $w(0)$ 为

$$w(0) = -(k_d/k_I) \dot{x}(0) - (k_p/k_I) x(0)$$

设计滑模控制保证系统处于滑模面上,即 $s(t) = \dot{s}(t) = 0$, 对式(1-13)求导,可得

$$\ddot{w}(t) + \frac{k_p}{k_d} \dot{w}(t) + \frac{k_I}{k_d} w(t) = 0 \quad (1-14)$$

当式中系数满足

$$k_p^2 - 4k_I k_d \geq 0 \quad (1-15)$$

解得

$$w(t) = c_1 e^{r_1 t} + c_2 e^{r_2 t} \quad (1-16)$$

式中, c_1 和 c_2 由系统状态初值确定; r_1, r_2 为

$$r_{1,2} = \frac{-k_p k_d^{-1} \pm \sqrt{(k_p k_d^{-1})^2 - 4k_I k_d^{-1}}}{2}$$

根据式(1-16),有

(1) 当 $t = 0$ 时, $w(0) = c_1 + c_2$, 即

$$c_1 + c_2 = -(k_d/k_I) \dot{x}(0) - (k_p/k_I) x(0) \quad (1-17)$$

(2) 当 $t = t_s$ 时, $w(t_s) = c_1 e^{r_1 t_s} + c_2 e^{r_2 t_s}$, 即

$$\int_{0_-}^{t_s} x(t) dt = c_1 e^{r_1 t_s} + c_2 e^{r_2 t_s}$$

对上式关于 t 求导得

$$x(t_s) = c_1 r_1 e^{r_1 t_s} + c_2 r_2 e^{r_2 t_s}$$

由于在 $t=t_s$ 时,系统的状态收敛到平衡点,有 $x(t_s)=0$,因此

$$-c_1 r_1 / c_2 r_2 = e^{(r_2 - r_1) t_s}$$

因此,在滑动模态上从任意初始状态 $x(0) \neq 0$ 收敛到平衡状态 $x(t_s) = 0$ 的时间为

$$t_s = \frac{1}{r_2 - r_1} \ln(-c_1 r_1 / c_2 r_2)$$

可见,在满足式(1-15)和式(1-17)的前提下,通过合理设定 k_d, k_p, k_1 ,可使系统在有限时间内到达平衡状态。

考虑带有不确定性的二阶非线性系统(1-7),为与上面的变量 x 区别,令 $\mathbf{x}_k(t) = [x_1(t), x_2(t)]^T$,设计积分滑模面为

$$s(t) = k_d \dot{x}_1(t) + k_p x_1(t) + k_1 \int_{0_-}^t x_1(t) dt \quad (1-18)$$

积分滑模控制策略设计如下:

$$u(\mathbf{x}_k, t) = -\hat{f}(\mathbf{x}_k, t) - \frac{k_p}{k_d} x_2(t) - \frac{k_1}{k_d} x_1(t) - (F(\mathbf{x}_k, t) + D(t) + \eta) \operatorname{sgn}(s(t)) \quad (1-19)$$

式中, $\eta > 0$ 为设计常数。将 $s(t)$ 微分,并利用式(1-19),可得 $s(t) \dot{s}(t) \leq -\eta k_d |s(t)|$ 。由于 $k_d > 0$,因此, $s(t) \dot{s}(t) \leq 0$,滑模控制策略式(1-19)可以保证积分滑模的存在。

由于所提出的积分滑模可通过合理选择积分项初值,保证 $s(0) = 0$,使系统在初始状态就位于滑模面上,因此系统具有全局鲁棒性;而且通过合理选择设计参数 k_d, k_p, k_1 ,可调节系统到达平衡状态的时间。

5. 仿真分析

考虑如下的二阶非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = \theta x_1^2(t) + d(t) + u(t) \end{cases} \quad (1-20)$$

式中,未知参数 $\theta = 4.36$ 。假设只知其上限 $\theta_{\max} = 10$,下限 $\theta_{\min} = -10$,及估计值 $\hat{\theta} = 5$,外部干扰为

$$d(t) = \sin(\pi t) - 0.5 \cos(5\pi t) + 0.5 \sin(10\pi t)$$