华师优等生 优

优等生数学

第二版

熊斌　周乐峰　袁有雯◎编著

如果说“奥数”是提供给4%的优等生

那么本书是提供给20%的优等生

如果你已经是优等生，不妨一读

如果你想成为优等生，不能不读

华东师范大学出版社

七年级

优等生数学

第二版

熊 斌 周乐峰 袁有雯◎编著

七年级

★ 经典例题

★ 解题策略

★ 画龙点睛

★ 举一反三

★ 融会贯通

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

优等生数学. 七年级/熊斌，周乐峰，袁有雯编著. 上海：
华东师范大学出版社，2007. 6
ISBN 978－7－5617－5374－3

Ⅰ. 优…　Ⅱ. ①熊…②周…③袁…　Ⅲ. 数学课—初中—教学
参考资料　Ⅳ. G634. 603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 0668501 号

优等生数学(七年级)

编　　著　熊　斌　周乐峰　袁有雯
封面题辞　王　元
策划组稿　倪　明　孔令志
项目编辑　孔令志
审读编辑　朱英东
封面设计　卢晓红
版式设计　蒋　克

出版发行　华东师范大学出版社
社　　址　上海市中山北路 3663 号　邮编 200062
网　　址　www. ecnupress. com. cn
电　　话　021－60821666　行政传真 021－62572105
客服电话　021－62865537　门市(邮购)电话 021－62869887
地　　址　上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网　　店　http://ecnup. taobao. com/

印 刷 者　华东师范大学印刷厂
开　　本　720×965　16 开
插　　页　1
印　　张　12.25
字　　数　204 千字
版　　次　2011 年 5 月第二版
印　　次　2011 年 8 月第 9 次
印　　数　89 001－97 000
书　　号　ISBN 978-7-5617-5374-3 / G·3158
定　　价　20.00 元

出 版 人　朱杰人

使用指南

如果说“奥数”是提供给4%的优等生

那么本书是提供给20%的优等生

如果你已经是优等生，不妨读一读

如果你想成为优等生，不能不读

如果你是一名教师，你可以根据学生的学习情况、教学的进度以及课时安排等来安排本书相关内容的使用.

如果你是一名学生，或是一名学生家长，我们有如下建议：

学到哪，看到哪 虽然现在教材的版本很多，但除了知识点安排的先后顺序之外，其内含的知识是相同的，所以你可以根据所学到的知识内容，挑选相关章节进行学习.

看一看，练一练 对于每一讲中的五个板块，你可以根据自己的时间合理安排，如果时间充裕，你可以看完“经典例题”，再完成“举一反三”和“融会贯通”；你也可以先做习题，遇到困难时再看例题，理解解题的思路与方法. 一切都由你自己决定.

先看易，后看难 由于知识点之间肯定会有难易的差别，所以书中难免出现前面的内容比后面的内容难的情况，你可以根据自己的学习程度，按先易后难的顺序有选择地进行阅读.

有兴趣，最重要 兴趣是促进学习的最佳动力，兴趣可以使得学习变得

事半功倍.只要你有兴趣,只要你学有余力,你可以挑有兴趣的先看,那收获一定更大.

寒暑假,好时机　也许你平时的学习很忙,除了完成学校的功课以外无暇顾及其他参考书,这本书在寒暑假时使用是一个极好的选择.因为对平时学过的内容再学是一个提高的过程,这本书是同步基础上的提高,恰好满足你的要求.

本书的作者均是数学解题高手,只要你能够有效、合理地使用本套《优等生数学》,那么你一定能学到很多解题的高招,可以又好又快地提高你的数学成绩.

祝贺你成为数学优等生!

序

如今;家长对子女的教育非常关注,希望他们在学习上成为优胜者,成为优等生.

所谓的优等生,既有绝对性,又有相对性.儿童们在共同学习过程中,自然有差异,学习成绩有高低之分.但就中小学数学而言,只要有浓厚的兴趣、认真的学习态度和科学的学习方法,多数孩子能取得优良的数学成绩.

数学成绩不够理想而又喜欢数学的孩子,希望找到提高的途径;数学成绩优良的孩子,又会感到一般的课程内容吃不饱,希望学得更深入一些.《优等生数学》这套书,可以帮助这部分孩子实现他们的心愿.

由朱华伟、熊斌、余红兵等编写的这套书,以中小学数学教学内容为依托,立足于学生基础知识进行拓展;以数学新课标为准绳,着眼于培养学生灵活运用知识的能力;以思维训练为核心,着重于培养学生的自主探究能力.

该书设计有很好的栏目:

"经典例题" 新颖独特,覆盖面广,趣味性强,具有代表性,有启迪作用;

"解题策略" 深入浅出,通俗易懂,情景生动,引人入胜,如循循善诱的老师上课;

"画龙点睛" 清晰的思路与诗情画意的标题融为一体,言简意赅地揭示解题的奥秘;

“举一反三” 提供了有层次性、发展性的题目，让学生在探索中有一种“出乎预料之外，在乎情理之中”的感觉；

“融会贯通” 摘选了近几年国内外有关考试（包括数学竞赛）中的一些优秀试题和作者自编的一些题目，这些题目有一定的综合性和难度，可以帮助学生开阔视野，拓展思维.

这套书的例题和习题，难度不算大，题量不算多，如能认真对待每一道题，把每一道题目弄懂弄通，数学素质会有明显的提高.如果课余时间不多，在家长指导下品尝一些，也能开眼界，扩思路，提高对数学的兴趣.

愿更多的学生喜欢数学，取得优良的成绩.

张景中

2007 年 5 月 29 日

张景中：著名数学家，中国科学院院士，中国教育数学学会名誉理事长，中国科普作家协会名誉理事长.

目　录

第一章　有理数 / 1
1　比比大小 / 1
2　凑整法 / 3
3　赋值法解题 / 5
4　求绝对值的值 / 8
5　借助数轴解绝对值问题 / 11
6　利用绝对值的非负性解题 / 13
7　含有字母的绝对值的化简 / 15
8　裂项求和 / 17
9　探索数的规律 / 19
第二章　整式的运算 / 22
10　整式的加减及其应用 / 22
11　整式的乘法及其应用 / 24
12　待定系数法 / 26
13　整式的除法 / 28
第三章　一元一次方程 / 30
14　含参数的一元一次方程 / 30
15　从整体考虑 / 32
16　列方程解应用题 / 34
17　商品销售问题 / 36
18　行程问题 / 38
19　工程问题 / 41
20　浓度问题 / 44
21　含绝对值的方程 / 46

22 利用一元一次方程无穷多解解题 / 48
23 设而不求的未知数 / 50
24 二元一次不定方程 / 52
25 二元一次不定方程的应用 / 54
第四章 图形认识初步 / 56
26 线段的长 / 56
27 两点之间,线段最短 / 58
28 有多少条线段 / 61
29 图形的个数 / 63
30 求角的度数 / 65
31 棋盘的覆盖 / 67
32 染色帮助解题 / 70
第五章 相交线与平行线 / 72
33 添平行线 / 72
34 三线八角问题 / 75
35 平行线间的距离相等 / 77
36 直线分平面 / 79
37 圆分平面 / 81
第六章 平面直角坐标系 / 83
38 确定点所在的象限 / 83
39 点到坐标轴的距离 / 85
40 坐标方法的简单应用 / 87
41 格点与面积 / 90
第七章 三角形 / 93
42 巧用内角和定理 / 93
43 巧用外角和定理 / 95
44 三角形边与边的关系 / 98
45 三角形的面积 / 101
第八章 二元一次方程组 / 103
46 方程组的解的个数 / 103
47 消元法 / 106

48　连比式,看比值 / 108
49　运用错解求正解 / 111
50　含绝对值的方程组 / 114
51　鸡兔同笼 / 116
52　猴子分桃 / 118
第九章　不等式与不等式组 / 120
53　安排住宿 / 120
54　含参数的不等式 / 122
55　不等式的整数解 / 125
56　含绝对值的不等式 / 127
57　方程与不等式 / 129
第十章　数据的收集与整理 / 132
58　平均分的误导 / 132
59　可能性有多大/ 135
60　游戏公平吗 / 138
综合测试(一) / 141
综合测试(二) / 144
参考答案 / 147

1 比比大小

比较有理数的大小，首先进行正负数的比较，负数一定小于非负数(正数和零)，正数一定大于非正数(负数和零)，然后再进行同号的有理数的比较.对于两个负有理数，可先变为两个正有理数进行比较，然后就知道两个负有理数的大小了.

经典例题

(1) 比较大小：$\frac{13}{3}$，$\frac{39}{8}$，$\frac{78}{17}$；

(2) 比较大小：$\frac{2}{3}$，$-\frac{5}{8}$，$-\frac{15}{23}$，$-\frac{10}{17}$，$\frac{12}{19}$.

解题策略

(1) 因为

$$\frac{13}{3}=\frac{13\times 6}{3\times 6}=\frac{78}{18},$$

$$\frac{39}{8}=\frac{39\times 2}{8\times 2}=\frac{78}{16},$$

因为 $\frac{78}{18}<\frac{78}{17}<\frac{78}{16}$，所以 $\frac{13}{3}<\frac{78}{17}<\frac{39}{8}$.

(2) 把 5 个数的分子化为相同，可得这 5 个数为

$$\frac{60}{90},-\frac{60}{96},-\frac{60}{92},-\frac{60}{102},\frac{60}{95},$$

而

$$\frac{60}{90}>\frac{60}{95},\frac{60}{102}<\frac{60}{96}<\frac{60}{92},$$

所以，这 5 个数的大小依次为 $-\frac{15}{23}<-\frac{5}{8}<-\frac{10}{17}<\frac{12}{19}<\frac{2}{3}$.

画龙点睛

比较分数的大小，一般来说是先通分，再比较分子的大小，但是，有的时候，分母的最小公倍数比较大，而分子的最小公倍数比较小，这时我们可以换一个角度思考，把这些分数的分子化为相同的数，再比较分母的大小.

举一反三

1. 比较大小：$-\frac{15}{19}$ 和 $-\frac{11}{15}$.

2. 比较 $a=\frac{1}{2010^2-2010+4}$ 与 $b=\frac{1}{2010^2-2009\times 2010+2009^2}$ 的大小.

3. 有 8 个数，其中的 6 个数是：$\frac{5}{9}$，$0.5\dot{1}$，$\frac{24}{47}$，$\frac{13}{25}$，$0.\dot{5}\dot{1}$，$\frac{2}{3}$. 如果从小到大排列，第 4 个数是 $0.5\dot{1}$，那么从大到小排列，第 4 个数是多少？

融会贯通

4. 设 n 是正整数，且使得

$$\frac{1}{1+n}+\frac{1}{4+n}+\frac{1}{9+n}\geqslant\frac{1}{7},$$

求 n 的最大值.

2 凑整法

在平时的计算中，我们经常会遇到数字比较复杂的计算题，如果“硬算”的话，费时又容易出错. 这时就需要用一些巧算的方法，把按常规计算起来比较复杂的运算变得简单、快捷.“凑整法”就是一种非常有效的简便算法.

经典例题

计算：(1) $2010 \times 2.5 + 2011 \div 0.5 - 2012 \times 1.25$；

(2) $808 \times 6.25 - 404 \times 7.5$.

解题策略

(1) 注意到 $2.5 \times 4 = 10$，$0.5 \times 2 = 1$，$1.25 \times 8 = 10$，所以对原式中的 2.5，0.5，1.25 分别乘以再除以 4，2，8，从而简化计算.

$$
\begin{aligned}
\text{原式} &= 2010 \times (2.5 \times 4) \div 4 + 2011 \times 2 \div (0.5 \times 2) - 2012 \times (1.25 \times 8) \div 8 \\
&= 2010 \times 10 \div 4 + 2011 \times 2 \div 1 - 2012 \times 10 \div 8 \\
&= 5025 + 4022 - 2515 \\
&= 6532.
\end{aligned}
$$

(2) 808 可以表示为 $(800+8)$，404 可以表示为 $(400+4)$，它们分别含有因数 8 和 4，可以与 1.25 和 2.5 进行凑整，使计算简便.

$$
\begin{aligned}
\text{原式} &= 808 \times 1.25 \times 5 - 404 \times 2.5 \times 3 \\
&= (800 + 8) \times 1.25 \times 5 - (400 + 4) \times 2.5 \times 3 \\
&= (100 + 1) \times 8 \times 1.25 \times 5 - (100 + 1) \times 4 \times 2.5 \times 3 \\
&= 101 \times 10 \times 5 - 101 \times 10 \times 3 \\
&= 101 \times 10 \times 2 \\
&= 2020.
\end{aligned}
$$

画龙点睛

“凑整法”是最常见的一种运算技巧，通过乘以再除以一个较小的正整数，利用乘法结合律，将乘数凑成整十、整百、整千……的数，使复杂的计算变得简便. 有些题目很难看出凑整的可能，所以，需要我们细心观察，牢记 $25\times4=100$，$125\times8=1000$ 等计算结果，而且要对 25、125 的倍数非常熟悉.

举一反三

1. 计算：$4.4\times0.5+6.6\div0.25+8.8\times1.25$.

2. 计算：$(-0.625)^3\times\left(\frac{4}{5}\right)^7\times8^4\times\left(-1\frac{1}{4}\right)^8$.

3. 计算：$8\frac{4}{7}\div4+129\div0.75+6\frac{1}{5}\times25$.

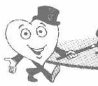
融会贯通

4. 计算：$375\times132\times404$.

3 赋值法解题

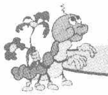
所谓“赋值法”解题，就是对原本与数量无关的问题巧妙地赋予某些特殊的数值(如±1、0 等)，将其转化成数量问题，然后通过对整数的正负号或奇偶性等性质的讨论，使问题得以解决.

先看下面这个问题.



经典例题

有 11 枚硬币，正面朝上放在桌子上. 现在规定每次翻动其中 4 枚，问能否经过有限次翻动，使所有的硬币都正面朝下?



解题策略

本题是一个操作性的开放性问题，如何将这个操作过程量化表示呢?这里我们提供两种解决方案：

解法一 通过对整数正负号的讨论解决问题.

对正面朝上或朝下的硬币“赋值”：记正面朝上为“+1”，正面朝下为“−1”，开始时，由于 11 枚硬币均为正面朝上，所以这 11 枚硬币的值的乘积为“+1”.

一枚硬币每翻动一次，它的值就乘以“−1”. 那么，每一次翻动 4 枚硬币，这四枚硬币的值都分别乘以“−1”，而其他硬币的值不变，所以这 11 枚硬币的值的积是不变的. 所以无论翻转多少次，这些硬币的值的乘积都为“+1”.

而题目要求经过翻转后，所有的硬币都正面朝下，即 11 枚硬币的值都是“−1”，此时，这些硬币的乘积为“−1”. 所以，不论经过多少次翻转，都无法将所有硬币正面朝下.

解法二 通过对整数奇偶性的讨论解决问题.

同样，我们对正面朝上或朝下的硬币“赋值”：记正面朝上为“+1”，正面朝下为“0”，开始时，由于 11 枚硬币均为正面朝上，所以这 11 枚硬币的值的

和为“11”，是奇数.

一枚硬币每翻动一次，它的值的奇偶性就会改变. 那么，每一次翻动 4 枚硬币，这 11 枚硬币的值的和的奇偶性都改变了四次，与原奇偶性相同. 所以无论翻转多少次，这些硬币的值的和都为奇数.

而当所有的硬币都正面朝下时，这些硬币的值的和为“0”，是偶数. 所以，不论经过多少次翻转，都无法将所有硬币正面朝下.

画龙点睛

用赋值法解决此类问题时，只能用于否定的情况. 关键是要找到在操作过程中某一个(或几个)不变的量(如正负性、奇偶性等)，通过赋值，使操作前的量与题目最终要求的量不等，推出矛盾，进而得到否定的结论. 注意，如果结论是肯定的，则需要给出具体的操作过程.

举一反三

1. 有一只渡船往返于一条小河的左右两岸之间. 若最初渡船是在左岸，它过河 2010 次之后，是停在左岸还是右岸呢？

2. 桌上放五个杯子，杯口朝上的有 2 个，朝下的有 3 个，每次翻动 4 个杯子. 问能否翻动若干次后，将杯口全部朝上？

3. 教室里有 5 排椅子，每排 5 张，每张椅子上坐一个学生. 如果一周后，每个学生都必须和他相邻（前、后、左、右）的某一同学交换座位. 问可以完成座位调换吗？

融会贯通

4. 在例题中，如果改为 12 枚硬币，结论是怎样的呢？如果改为每次翻动 3 枚，结论又是怎样的呢？你能发现什么规律吗？