新课标

初中数学
疑难题解

主　编⊙邱绿青

南京师范大学出版社
NANJING NORMAL UNIVERSITY PRESS

新课标

初中数学
疑难题解

主　编

邱绿青

编　者

钟春明　蒋小芳　许国荣　谢月华

张永丽　李金芳　李志峰　简开伦

吴明辉　眭继军　谭民强

南京师范大学出版社
NANJING NORMAL UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

新课标疑难题解. 初中数学 / 邱绿青主编. 一 南京 : 南京师范大学出版社，2011.4
ISBN 978-7-5651-0367-4/G·1602

Ⅰ. ①新… Ⅱ. ①邱… Ⅲ. ①中学数学课－初中－题解 Ⅳ. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 072029 号

书　　名	新课标疑难题解·初中数学
主　　编	邱绿青
责任编辑	孙　涛
出版发行	南京师范大学出版社
地　　址	江苏省南京市宁海路 122 号(邮编:210097)
电　　话	(025)83598077(传真)　83598412(营销部)　83598297(邮购部)
网　　址	http://press.njnu.edu.cn
电子信箱	nspzbb@163.com
照　　排	南京南琳图文制作有限公司
印　　刷	盐城市华光印刷厂
开　　本	787×960　1/16
印　　张	19.25
字　　数	384 千
版　　次	2011 年 9 月第 1 版　2011 年 9 月第 1 次印刷
书　　号	ISBN 978-7-5651-0367-4/G·1602
定　　价	32.00 元

出版说明

跨入中学的大门后，你可能正面临着这样一个困惑——要记的知识点、要做的练习题是如此的多，似乎每一个知识点、每一道练习题都是考试中的重点，都有可能被考到；更令人沮丧的是，记了那么多的知识点、背了那么多的公式、做了那么多的练习题后，解题能力仍然止步不前，题目的答案似乎一看就懂，但是让自己独自思考时却百般无法入门。怎样才能消除这个困惑？——让《新课标·疑难题解》丛书来为你指明努力的方向吧！

本丛书分数学、物理、化学、生物四个学科，共7册，初中阶段包括数学、物理、化学3册，高中阶段包括数学、物理、化学、生物4册。各分册按照新课标教材的内容划分专题，每个专题又将学习过程中遇到的疑难知识点进行细化，并融合成一道道典型的例题。每个学科大约有600道例题，每一道例题既有典型的范例作用，又有着基本的学科思想渗透和解题方法剖析，学习时可以结合自己的实际情况，有针对性地查漏补缺，借助例题的桥梁功能来帮助你从单一知识点、方法的死记硬背过渡到综合的知识记忆网络的建立，从而掌握解题的方法与技巧，提高解题的能力与效率。

《新课标·疑难题解》丛书是继《新课标·疑难全解》丛书之后，我社推出的一套集同步性、提高性、题典性为一体的学习型工具书，由部分全国重点中学的特级教师领衔倾力编写而成。本丛书既可以与着力解析学习过程中疑难问题的《新课标·疑难全解》丛书配套使用，也可以单独使用。

书海茫茫，发现本书，是你与南京师范大学出版社基础教育图书事业部结缘的第一步；选择本书，意味着你选择了我们的服务，并通过我们和名师结缘。相信你的慧眼，感谢你的信任。

南京师范大学出版社

目 录

第一章 数与式

第1节 有理数

【疑难题1】 有理数的分类.

(1) 写出大于-3不大于3的整数;

(2) 写出绝对值小于5的非负整数.

【解析】 第(1)题弄清不大于的意思,大于-3不大于3的整数有:$-2,-1,0,1,2,3$;第(2)题弄清非负整数的意思,绝对值小于5的非负整数有:$0,1,2,3,4$.

【疑难题2】 数轴.

将数轴上的一点A先向右移动3个单位长度,再向左移动5个单位长度得到点B,若点B表示的数是-6,则点A表示的数是多少?

【解析】 要得到点A表示的数,只要将点B反向移动,即将点B先向右移动5个单位长度,再向左移动3个单位长度就可得到点A表示的数为-4.

【疑难题3】 绝对值.

如果$|a|=3$,$|b|=1$.求:(1) $|a-b|$的值;(2) 若$a<b$,求$a+b$的值.

【解析】 由$|a|=3$,$|b|=1$,得$a=\pm3$,$b=\pm1$.

(1) 下面分4种情况讨论:① $a=3,b=1,|a-b|=2$;② $a=3,b=-1,|a-b|=4$;③ $a=-3,b=1,|a-b|=4$;④ $a=-3,b=-1,|a-b|=2$.

(2) 若$a<b$,则$a=-3,b=1$或$a=-3,b=-1$,所以$a+b=-2$或$a+b=-4$.

【疑难题4】 倒数.

定义:a是不为1的有理数,我们把$\frac{1}{1-a}$称为a的差倒数.如:2的差倒数是$\frac{1}{1-2}=-1$,-1的差倒数是$\frac{1}{1-(-1)}=\frac{1}{2}$.已知$a_1=-\frac{1}{3}$,$a_2$是$a_1$的差倒数,$a_3$是$a_2$的差倒数,$a_4$是$a_3$的差倒数,…,依此类推,则$a_3=$________,$a_{2011}=$________.

【解析】 由$a_1=-\frac{1}{3}$,可得$a_2=\frac{3}{4}$,从而得$a_3=4$,$a_4=-\frac{1}{3}$,$a_5=\frac{3}{4}$,$a_6=4$,…,也就是说,这些数是按照每三个一循环,所以求a_{2011},只要用$2011\div3=670\cdots\cdots1$,余1即$a_{2011}=a_1=-\frac{1}{3}$.

【疑难题5】 绝对值、相反数、倒数.

若 a,b 互为相反数，c,d 互为倒数，m 的绝对值为 2，求 $m^2-cd+\frac{a+b}{m}$ 的值.

【解析】 由 a,b 互为相反数，得 $a+b=0$；c,d 互为倒数，得 $c\cdot d=1$；m 的绝对值为 2，得 $m^2=4$. 所以 $m^2-cd+\frac{a+b}{m}=4-1+0=3$.

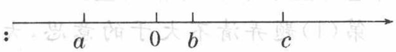
【疑难题6】 绝对值的化简.

已知 $-1\leqslant x\leqslant 5$，化简 $|x+1|+|x-5|$.

【解析】 含绝对值式子的化简，主要是利用绝对值的性质，即正数的绝对值等于它本身，负数的绝对值等于它的相反数，0 的绝对值是 0. 因为 $-1\leqslant x\leqslant 5$，所以 $x+1\geqslant 0$，$x-5\leqslant 0$，所以 $|x+1|+|x-5|=x+1-(x-5)=6$.

【疑难题7】 绝对值与数轴.

有理数 a,b,c 在数轴上的位置如图：



(1) 判断正负，用“>”或“<”填空：$b-c$ ____ 0，$a-b$ ____ 0，$b+c$ ____ 0；

(2) 化简：$|b-c|+|b-a|+|b+c|$.

【解析】 第(1)问利用数轴上右边的点表示的数大于左边的点表示的数，可得 $b-c<0$，$a-b<0$，$b+c>0$.

第(2)问在第(1)问的基础上利用绝对值的性质进行化简，即 $|b-c|+|b-a|+|b+c|=-(b-c)+(b-a)+(b+c)=-b+c+b-a+b+c=2c+b-a$.

【疑难题8】 非负数的性质.

如果有理数 a,b 满足 $|ab-2|+(1-b)^2=0$.

(1) 求 a,b 的值；

(2) 试求 $\frac{1}{ab}+\frac{1}{(a+1)(b+1)}+\frac{1}{(a+2)(b+2)}+\cdots+\frac{1}{(a+2\,009)(b+2\,009)}$ 的值.

【解析】 第(1)问求 a,b 的值，主要利用非负数的性质：两个非负数的和为 0，这两个数都等于 0. 所以 $ab-2=0$，$1-b=0$，得 $a=2$，$b=1$.

第(2)问主要利用 $\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$ 进行变形. 所以将 $a=2$，$b=1$ 代入，得

$$\frac{1}{ab}+\frac{1}{(a+1)(b+1)}+\frac{1}{(a+2)(b+2)}+\cdots+\frac{1}{(a+2\,009)(b+2\,009)}$$

$$=\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\cdots+\frac{1}{2\,010\times 2\,011}$$

$$=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2\,010}-\frac{1}{2\,011}$$

$$=1-\frac{1}{2\,011}=\frac{2\,010}{2\,011}.$$

【疑难题 9】　有理数的运算.

计算：$-3^2-\left(1\frac{1}{2}\right)^3\times\frac{2}{9}-6\div\left|-\frac{2}{3}\right|$.

【解析】　本题计算时，要正确区分$(-a)^2$和$-a^2$的运算顺序，以及分数的乘方运算、绝对值的运算、有理数混合运算的顺序.

$$-3^2-\left(1\frac{1}{2}\right)^3\times\frac{2}{9}-6\div\left|-\frac{2}{3}\right|$$

$$=-9-\frac{27}{8}\times\frac{2}{9}-6\div\frac{2}{3}=-9-\frac{3}{4}-9=-18\frac{3}{4}.$$

第2节　实　数

【疑难题 1】　$\sqrt{a}(a\geqslant 0)$.

已知x,y都是实数，且$y=\sqrt{x-2}+\sqrt{2-x}+3$，试求$x^y$的值.

【解析】　由$\begin{cases}x-2\geqslant 0,\\2-x\geqslant 0,\end{cases}$得$x=2,y=3$，所以$x^y=2^3=8$.

【疑难题 2】　$\sqrt{a}$的非负性.

若a,b为实数，且a,b满足$(a-3)^2+\sqrt{b+6}=0$，求$a-b$的算术平方根.

【解析】　由非负数的性质得$a-3=0,b+6=0$，即$a=3,b=-6$，所以$\sqrt{a-b}=\sqrt{3-(-6)}=3$.

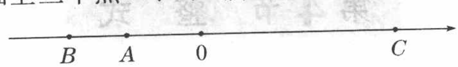
【疑难题 3】　无理数的整数部分与小数部分.

设m是$\sqrt{5}$的整数部分，n是$\sqrt{5}$的小数部分，试求$m-n$的值.

【解析】　因为$2<\sqrt{5}<3$，所以$\sqrt{5}$的整数部分$m=2$，小数部分$n=\sqrt{5}-2$.所以$m-n=2-(\sqrt{5}-2)=4-\sqrt{5}$.

【疑难题 4】　$\sqrt{a^2}$的化简.

如图，a,b,c是数轴上三个点A、B、C所对应的实数.



试化简：$\sqrt{c^2}+|a-b|+\sqrt[3]{(a+b)^3}-|b+c|$.

【解析】　由图可知：$c>0,a-b>0,a+b<0,b+c>0$，根据$\sqrt{a^2}=\begin{cases}a,(a>0),\\0,(a=0),\\-a,(a<0),\end{cases}$　$\sqrt[3]{a^3}=a$，得$\sqrt{c^2}+|a-b|+\sqrt[3]{(a+b)^3}-|b+c|=c+(a-b)+(a+b)-(b+c)=2a-b$.

第3节 代数式

【疑难题1】 整体代入法求代数式的值.

已知 $a-2b=5$，求下列代数式的值：

(1) $6-2a+4b$；

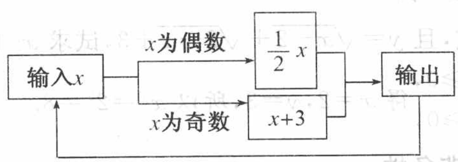
(2) $(a-2b)^2+(2b-a)^3$.

【解析】 (1) $6-2a+4b=6-2(a-2b)=6-2\times5=-4$；

(2) $(a-2b)^2+(2b-a)^3=(a-2b)^2-(a-2b)^3=5^2-5^3=-100$.

【疑难题2】 程序运算.

如图所示的运算程序中，若开始输入的 x 值为96，我们发现第1次输出的结果为48，第2次输出的结果为24，……，第2 011次输出的结果为________.



【解析】 第1次输出的结果为48，第2次输出的结果为24，第3次输出的结果为12，第4次输出的结果为6，第5次输出的结果为3，第6次输出的结果为6，第7次输出的结果为3……，去掉前3次后，每2次一循环，所以第2 011次输出的结果为3.

【疑难题3】 新定义运算.

$a※b$ 是新规定的一种运算法则：$a※b=a^2+2ab$.

(1) 求 $(-3)※5$ 的值；

(2) 若 $(-2)※x=8$，求 x 的值.

【解析】 (1) $(-3)※5=(-3)^2+2\times(-3)\times5=9-30=-21$.

(2) $(-2)^2+2\times(-2)\cdot x=8,4-4x=8,x=-1$.

第4节 整 式

【疑难题1】 单项式的系数、次数.

单项式 $-\frac{2^3\pi a^3b^2c}{3}$ 的系数是________，次数是________.

【解析】 系数是 $-\frac{8}{3}\pi$，次数是6次.

【疑难题2】 同类项.

若单项式 $0.2x^3y^{2m}$ 与 $-x^ny^6$ 的差是一个单项式，求 mn 的值.

【解析】　单项式 $0.2x^3y^{2m}$ 与 $-x^ny^6$ 的差是一个单项式，说明 $0.2x^3y^{2m}$ 与 $-x^ny^6$ 是同类项，所以 $m=3$，$n=3$，所以 $mn=9$.

【疑难题 3】　几次几项式.

如果 $x^{|m-1|}y^2-(m-3)xy+3x$ 是四次三项式，求 $m^{2011}+(m+1)^{2010}$ 的值.

【解析】　$|m-1|+2=4$，$m=3$ 或 -1，但 $m-3\neq 0$，即 $m\neq 3$，所以 $m=-1$. 所以 $m^{2011}+(m+1)^{2010}=(-1)^{2011}+(-1+1)^{2010}=-1$.

【疑难题 4】　多项式中不含某项或多项式的值与某字母无关.

(1) 已知多项式 $(2mx^2+5x^2+3x+1)-(7x^2-4y^2+3x)$ 化简后不含 x^2 项. 求多项式 $2m^3-[3m^3-(4m-5)+m]$ 的值.

(2) 已知代数式 $2x^2+ax-y+6-2bx^2+3x-5y-1$ 的值与字母 x 的取值无关，求 $\frac{1}{3}a^3-2b^2-\frac{1}{4}a^3+3b^2$ 的值.

【解析】　(1) $(2mx^2+5x^2+3x+1)-(7x^2-4y^2+3x)=(2m-2)x^2+4y^2+1$，因为不含 x^2 项，所以 $2m-2=0$，即 $m=1$. $2m^3-[3m^3-(4m-5)+m]=-m^3+3m-5=-1+3-5=-3$.

(2) $2x^2+ax-y+6-2bx^2+3x-5y-1=2(1-b)x^2+(a+3)x-6y+5$，因为其值与字母 x 无关，所以 $\begin{cases}2(1-b)=0,\\ a+3=0,\end{cases}$ 所以 $a=-3$，$b=1$. 所以 $\frac{1}{3}a^3-2b^2-\frac{1}{4}a^3+3b^2=\frac{1}{12}a^3+b^2=\frac{1}{12}\times(-27)+1=-\frac{5}{4}$.

【疑难题 5】　合并同类项.

合并同类项：$3(x-y)^2-7(x-y)+8(x-y)^2+6(x-y)$.

【解析】　将 $(x-y)$ 看做一个整体. $3(x-y)^2-7(x-y)+8(x-y)^2+6(x-y)=11(x-y)^2-(x-y)$.

【疑难题 6】　幂的运算法则的逆用.

已知：$4^m=a$，$8^n=b$. 求：

(1) 2^{2m+3n} 的值；

(2) 2^{4m-6n} 的值.

【解析】　(1) $2^{2m+3n}=2^{2m}\times 2^{3n}=4^m\times 8^n=ab$；

(2) $2^{4m-6n}=2^{4m}\div 2^{6n}=4^{2m}\div 8^{2n}=a^2\div b^2=\frac{a^2}{b^2}$.

【疑难题 7】　利用幂的运算法则比较大小.

比较 2^{33}、3^{22} 和 4^{11} 的大小.

【解析】　因为 $2^{33}=(2^3)^{11}=8^{11}$，$3^{22}=(3^2)^{11}=9^{11}$，所以 $3^{22}>2^{33}>4^{11}$.

【疑难题8】 单项式乘单项式.

计算：$\frac{2}{5}x^2y\cdot(-0.5xy)^2-(-2x)^3\cdot xy^3$.

【解析】 原式$=\frac{2}{5}x^2y\cdot\frac{1}{4}x^2y^2-(-8x^3)\cdot xy^3=\frac{1}{10}x^4y^3+8x^4y^3=\frac{81}{10}x^4y^3$.

【疑难题9】 单项式乘多项式.

阅读：已知$x^2y=3$，求$2xy(x^5y^2-3x^3y-4x)$的值.

分析：考虑到x,y的可能值较多，不能逐一代入求解，故考虑整体思想，将$x^2y=3$整体代入.

解：$2xy(x^5y^2-3x^3y-4x)=2x^6y^3-6x^4y^2-8x^2y=2(x^2y)^3-6(x^2y)^2-8x^2y=2\times3^3-6\times3^2-8\times3=-24$.

你能用上述方法解决以下问题吗？试一试！

已知$ab=3$，求$(2a^3b^2-3a^2b+4a)\times(-2b)$的值.

【解析】 $(2a^3b^2-3a^2b+4a)\times(-2b)=-4a^3b^3+6a^2b^2-8ab=-4(ab)^3+6(ab)^2-8ab=-4\times3^3+6\times3^2-8\times3=-78$.

【疑难题10】 多项式乘多项式.

若$(2x-3)(5-2x)=ax^2+bx+c$，求$a+b+c$的值.

【解析】 $(2x-3)(5-2x)=-4x^2+16x-15=ax^2+bx+c$，所以$a=-4,b=16,c=-15$. 所以$a+b+c=-3$.

【疑难题11】 完全平方公式.

已知$a+b=2,ab=1$，求a^2+b^2、$(a-b)^2$的值.

【解析】 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=2^2-2\times1=2$.

$(a-b)^2=(a+b)^2-4ab=2^2-4\times1=0$.

【疑难题12】 平方差公式.

计算：$(2+1)(2^2+1)(2^4+1)\cdots(2^{64}+1)+1$.

【解析】 原式$=(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)\cdots(2^{64}+1)+1$

$=(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)\cdots(2^{64}+1)+1$

$=(2^4-1)(2^4+1)\cdots(2^{64}+1)+1$

……

$=(2^{64}-1)(2^{64}+1)+1$

$=(2^{128}-1)+1$

$=2^{128}$

【疑难题13】 因式分解.

把下列各式分解因式：

(1) $4(x+y)^2+25-20(x+y)$；

(2) $16m^4-8m^2+1$;

(3) $(x^2+y^2)^2-4x^2y^2$;

(4) a^4+4b^4.

【解析】 (1) 原式$=[2(x+y)-5]^2=(2x+2y-5)^2$;

(2) 原式$=(4m^2-1)^2=[(2m+1)(2m-1)]^2=(2m+1)^2(2m-1)^2$;

(3) 原式$=(x^2+y^2+2xy)(x^2+y^2-2xy)=(x+y)^2(x-y)^2$;

(4) 原式$=(a^4+4b^4+4a^2b^2)-4a^2b^2=(a^2+2b^2)^2-(2ab)^2=(a^2+2b^2+2ab)\cdot(a^2+2b^2-2ab)$.

【疑难题 14】 因式分解的应用.

(1) 已知 $a+b=-4$, $ab=2$,求多项式 $4a^2b+4ab^2-4a-4b$ 的值.

(2) 若 a、b、c 为 $\triangle ABC$ 的三边长,试判断代数式 $(a^2+b^2-c^2)^2-4a^2b^2$ 的值是正数,还是负数.

【解析】 (1) $4a^2b+4ab^2-4a-4b=4ab(a+b)-4(a+b)=4(a+b)(ab-1)=4\times(-4)\times1=-16$.

(2)
$$\begin{aligned}(a^2+b^2-c^2)^2-4a^2b^2&=(a^2+b^2+2ab-c^2)(a^2+b^2-2ab-c^2)\\&=[(a+b)^2-c^2][(a-b)^2-c^2]\\&=(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(a-b-c)\end{aligned}$$

因为 a、b、c 为 $\triangle ABC$ 的三边长,所以 $a+b+c>0$, $a+b-c>0$, $a-b+c>0$, $a-b-c<0$,所以 $(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(a-b-c)<0$,即 $(a^2+b^2-c^2)^2-4a^2b^2<0$.

第5节 分 式

【疑难题 1】 分式的判断.

下列各式哪些是分式?

(1) $\frac{5}{3}$; (2) $\frac{2}{y}$; (3) $\frac{x-y}{2}$; (4) $\frac{x+1}{2\pi}$; (5) $\frac{2\pi}{x+1}$; (6) $-\frac{x+1}{40a}$; (7) $2x+\frac{y}{3}$; (8) $\frac{3x+2}{(x+1)(x-1)}$; (9) $\frac{x^2+xy}{x}$.

【解析】 只要分母中含有字母(不需要化简)就是分式,所以分式有:(2)(5)(6)(8)(9).(4)中 π 是常数而不是字母。

【疑难题 2】 分式有、无意义的条件.

已知:$x=-2$ 时,分式$\frac{x-b}{x+a}$无意义;$x=4$ 时,此分式值为 0,求 $a+b$.

【解析】 根据 $x=-2$ 时分式$\frac{x-b}{x+a}$无意义,得 $x+a=0$, $-2+a=0$,所以 $a=2$,再根据 $x=4$ 时,此分式值为 0,得 $4-b=0$,所以 $b=4$,所以 $a+b=6$.

【疑难题3】 分式的值为零的条件.

当x取何值时，分式$\frac{x^2-4}{x-2}$的值为零.

【解析】 根据分式$\frac{x^2-4}{x-2}$的值为零，得$\begin{cases}x^2-4=0,\\x-2\neq0,\end{cases}$所以$x=-2$.

【疑难题4】 分式的值为整数.

当x为何整数时，分式$\frac{2x+4}{x-1}$的值为整数.

【解析】 $\frac{2x+4}{x-1}=\frac{2(x-1)+6}{x-1}=2+\frac{6}{x-1}$，要使此分式的值为整数，且$x$是整数，只要$\frac{6}{x-1}$是整数，所以$x-1=\pm1,\pm2,\pm3,\pm6$，即$x=2,0,3,-1,4,-2,7,-5$.

【疑难题5】 分式的基本性质.

已知a,b,c为实数，$\frac{ab}{a+b}=\frac{1}{6}$，$\frac{bc}{b+c}=\frac{1}{8}$，$\frac{ca}{c+a}=\frac{1}{10}$. 求分式$\frac{abc}{ab+bc+ca}$的值.

【解析】 由$\frac{ab}{a+b}=\frac{1}{6}$，$\frac{bc}{b+c}=\frac{1}{8}$，$\frac{ca}{c+a}=\frac{1}{10}$，得：$\frac{a+b}{ab}=6$，$\frac{b+c}{bc}=8$，$\frac{c+a}{ca}=10$. 根据分式的基本性质得：$\frac{ac+bc}{abc}=6$，$\frac{ab+ca}{abc}=8$，$\frac{bc+ab}{abc}=10$. 三式相加，得$\frac{ac+bc}{abc}+\frac{ab+ca}{abc}+\frac{bc+ab}{abc}=24$，即$\frac{2(ab+bc+ca)}{abc}=24$，所以$\frac{ab+bc+ca}{abc}=12$，所以$\frac{abc}{ab+bc+ca}=\frac{1}{12}$.

【疑难题6】 分式的计算与化简.

若$\frac{x-3}{(x+1)(x-1)}=\frac{A}{x+1}+\frac{B}{x-1}$，求$A,B$的值.

【解析】 $\frac{A}{x+1}+\frac{B}{x-1}=\frac{A(x-1)+B(x+1)}{(x+1)(x-1)}=\frac{(A+B)x-(A-B)}{(x+1)(x-1)}=\frac{x-3}{(x+1)(x-1)}$，所以$\begin{cases}A+B=1,\\A-B=3,\end{cases}$所以$A=2,B=-1$.

第二章 方程与方程组

第1节　一次方程

【疑难题1】　一元一次方程的概念.

若关于 x 的方程 $(m-3)x^{|m-2|}-4=0$ 是一元一次方程，求 m 的值.

【解析】　根据一元一次方程的概念可得：$\begin{cases}|m-2|=1,\\ m-3\neq 0,\end{cases}$ 所以 $m=1$.

【疑难题2】　一元一次方程的解法.

解方程：$\dfrac{x-0.6}{0.4}+x=\dfrac{0.1x+1}{0.3}$.

【解析】　根据分数的基本性质将 $\dfrac{x-0.6}{0.4}$ 和 $\dfrac{0.1x+1}{0.3}$ 的分子、分母同时乘以 10，化为整数，然后再按照解一元一次方程的步骤进行.

原方程可化为 $\dfrac{10(x-0.6)}{4}+x=\dfrac{10(0.1x+1)}{3}$，去分母，得 $3(10x-6)+12x=4(x+10)$，去括号、移项、合并同类项得：$38x=58$，解得 $x=\dfrac{29}{19}$.

【疑难题3】　一元一次方程的解.

当 k 为何值时，方程 $4-\dfrac{x+k}{3}=x-\dfrac{k-1}{2}$ 与方程 $\dfrac{1-x}{3}=\dfrac{x-1}{2}$ 有相同的解.

【解析】　解方程 $\dfrac{1-x}{3}=\dfrac{x-1}{2}$，得：$x=1$；再把 $x=1$ 代入方程 $4-\dfrac{x+k}{3}=x-\dfrac{k-1}{2}$，得 $4-\dfrac{1+k}{3}=1-\dfrac{k-1}{2}$，从而解得 $k=-13$.

【疑难题4】　关于方程 $ax=b$ 解的情况.

已知关于 x 的方程 $mx-n=2x-3$.

(1) 当 m,n 为何值时，方程有唯一解？

(2) 当 m,n 为何值时，方程有无数个解？

(3) 当 m,n 为何值时，方程没有解？

【解析】　当 $a\neq 0$，b 为任意数时，方程 $ax=b$ 有唯一解；

当 $a=0,b=0$ 时，方程 $ax=b$ 有无数个解；

当 $a=0,b\neq0$ 时，方程 $ax=b$ 没有解.

由 $mx-n=2x-3$ 得：$(m-2)x=n-3$.

(1) 当 $m-2\neq0$，$n-3$ 为任意数时，即 $m\neq2$，n 为任意数时，方程有唯一解；

(2) 当 $m-2=0$，$n-3=0$，即 $m=2$，$n=3$ 时，方程有无数个解；

(3) 当 $m-2=0$，$n-3\neq0$，即 $m=2$，$n\neq3$ 时，方程没有解.

第2节 二元一次方程组

【疑难题1】 二元一次方程的正整数解.

求二元一次方程 $4x+y=20$ 的所有正整数解.

【解析】 正整数解为：$\begin{cases}x=1,\\y=16,\end{cases}\begin{cases}x=2,\\y=12,\end{cases}\begin{cases}x=3,\\y=8,\end{cases}\begin{cases}x=4,\\y=4.\end{cases}$

【疑难题2】 含字母的二元一次方程组的解法.

已知 $\begin{cases}4x-3y-6z=0,\\x+2y-7z=0,\end{cases}$ 求 $\dfrac{2x^2+3y^2+6z^2}{x^2+5y^2+7z^2}$ 的值.

【解析】 把三个字母中的一个看做已知数，解关于另外两个字母的二元一次方程组.这里如果把 z 看做已知数，那么就是解关于 x,y 的二元一次方程组，得 $\begin{cases}x=3z,\\y=2z.\end{cases}$ 所以，$\dfrac{2x^2+3y^2+6z^2}{x^2+5y^2+7z^2}=\dfrac{2(3z)^2+3(2z)^2+6z^2}{(3z)^2+5(2z)^2+7z^2}=\dfrac{36z^2}{36z^2}=1.$

【疑难题3】 三元一次方程组的解法.

解方程组 $\begin{cases}x+y+z=6, & ①\\2x-z+3y=9, & ②\\3x+y+2z=10. & ③\end{cases}$

【解析】 化“三元”为“二元”. ①+②，得 $3x+4y=15$……④；②×2+③，得 $x+y=4$……⑤；⑤×4−④，得 $x=1$. 将 $x=1$ 代入⑤，得 $y=3$；将 $x=1,y=3$ 代入①，得 $z=2$. 所以原方程组的解为 $\begin{cases}x=1,\\y=3,\\z=2.\end{cases}$

【疑难题4】 关于二元一次方程组的解.

(1) 设满足方程组 $\begin{cases}5x-y=m-2,\\x+3y=m+2\end{cases}$ 的解也满足 $x+y=2m-7$，求 m 的值.

(2) 关于 x、y 的方程组 $\begin{cases}3x-y=5,\\4ax+5by=-22\end{cases}$ 与 $\begin{cases}2x+3y=-4,\\ax-by=8\end{cases}$ 有相同的解，求 a、b 的值.

（3）已知方程组$\begin{cases}ax+5y=15, & ①\\ 4x-by=-2, & ②\end{cases}$由于甲看错了方程①中的$a$，得到方程组的解为$\begin{cases}x=-3,\\ y=1,\end{cases}$乙看错了方程②中的$b$得到方程组的解为$\begin{cases}x=1,\\ y=4.\end{cases}$若按正确的$a$、$b$计算，原方程组的解是多少？

【解析】（1）解方程组$\begin{cases}5x-y=m-2,\\ x+3y=m+2,\end{cases}$得$\begin{cases}x=\dfrac{m-1}{4},\\ y=\dfrac{m+3}{4}.\end{cases}$将$\begin{cases}x=\dfrac{m-1}{4},\\ y=\dfrac{m+3}{4}\end{cases}$代入$x+y=2m-7$，得$\dfrac{m-1}{4}+\dfrac{m+3}{4}=2m-7$，解得$m=5$.

（2）因为方程组$\begin{cases}3x-y=5,\\ 4ax+5by=-22\end{cases}$与$\begin{cases}2x+3y=-4,\\ ax-by=8\end{cases}$有相同的解，所以方程组$\begin{cases}3x-y=5,\\ 2x+3y=-4\end{cases}$的解$\begin{cases}x=1,\\ y=-2\end{cases}$是方程组$\begin{cases}4ax+5by=-22,\\ ax-by=8\end{cases}$的解，所以$\begin{cases}4a-10b=-22,\\ a+2b=8,\end{cases}$所以$\begin{cases}a=2,\\ b=3.\end{cases}$

（3）甲看错了方程①中的a，所以$\begin{cases}x=-3,\\ y=1\end{cases}$是$4x-by=-2$的解，所以$b=-10$.

乙看错了方程②中的b，所以$\begin{cases}x=1,\\ y=4\end{cases}$是$ax+5y=15$的解，所以$a=-5$.

所以原方程组为$\begin{cases}-5x+5y=15,\\ 4x+10y=-2,\end{cases}$所以$\begin{cases}x=-\dfrac{16}{7},\\ y=\dfrac{5}{7}.\end{cases}$

【疑难题5】　含字母参数的二元一次方程组的解是整数.

若方程组$\begin{cases}mx+2y=8, & ①\\ 3x-2y=0, & ②\end{cases}$的解是正整数，求正整数$m$的值.

【解析】①+②，得$(m+3)x=8$，$x=\dfrac{8}{m+3}$. 因为x、m为正整数，所以$m+3=4$或8，所以$m=1$或5.

第3节　一次方程(组)的应用

【疑难题1】关于比例问题.

甲、乙、丙三位同学向灾区儿童捐赠图书，已知甲、乙捐赠图书册数比是5∶6，