



全国高等师范专科学

中学数学教材教法

第一分册 总论

赵振威 主编 章士藻 副主编

华东师范大学出版社



全国高等师范专科学校教材

中学数学教材教法

第一分册 总论

主 审 张莫宙

主 编 赵振威

副 主 编 章士藻

编写人员 赵振威 章士藻

何履端 沈培华

谭 浩

华东师范大学出版社

中学数学教材教法
第一分册
赵振威 主编

华东师范大学出版社出版

(上海中山北路 3663 号)

新华书店上海发行所发行 华东师大印刷厂印刷

开本: 850×1168 1/32 印张: 8.5 字数: 220千字

1990年5月第一版 1990年9月第二次印刷

印数: 4,001—14,000本

ISBN 7-5617-0568-9/N·035

定价: 2.08 元

出版说明

党的十一届三中全会以来,师范专科教育有了很大的发展,但是,作为师专教学三大基本建设之一的师专教材建设,却始终没有得到很好的解决。长期以来,师范专科教材基本上是借用本科的教材,不但借用师范本科教材,而且还借用综合大学的本科教材,不适合师范专科的特点,影响了师范专科的教学质量。近几年来,有的地区和学校为了改变这种状况,也零星地编写了一些师专教材,可是,不成套,有的科甚至编写了几种,质量参差不齐。虽对师专无教材的局面有了部分改变,但终因没有一套全国统一的、高质量的教材而限制了师专办学效益的提高,也给师专的教学管理和评估工作带来了许多困难。

为了进一步发挥师专的办学效益,彻底改变师专没有适合自己特色的教材的局面,国家教委师范司在1987年制订了《二年制师范专科学校八个专业教学计划》;继之又约请了全国有教学经验的专家、教授编写了这八个专业的《教学大纲》;1988年7月在长春市东北师范大学又召开了全国二年制师专教材编写出版规划会议,会上研究制订了《1988~1990年二年制师专八个专业教材编写出版规划》,八个专业是:中文、历史、政治教育、数学、物理、化学、生物和地理。同时,还准备组织编写二年制音乐、美术、体育和英语专业教材。

在国家教委师范司的统一部署、各省市自治区教委的大力帮助和出版社的积极组织下,聘请了一些长期从事师专教学工作,具有丰富的教学实践经验和较高学术水平的教授或副教授担任各科主编。各位主编根据国家教委师范司拟定的《关于编写二年制师专教材的指导思想和基本原则》及各科《教学大纲》的精神,组织编者收集资料,综合研究,争取编出一套具有师专自身特色的

教材，以适应师专教育的迫切需要。

现在，在各方面的大力支持下，经过主编和各位编写人员的努力和辛勤劳动，这套教材将陆续面世。我们热忱地欢迎师专的广大师生使用它，并在使用过程中，多提宝贵意见，使之不断完善，不断提高，以保持与当代科学和师专教育实践的同步发展。

1989年1月

序

近几年来，学科教育学建设终于提上了议事日程。数学教育学的著作如雨后春笋般在各地出现，形势十分喜人。返观这批著作，大约有两类。一种是理论著作，着意于数学教育基本规律的探讨，数学活动的心理机制研究，中外数学教育在社会文化背景上的比较，90年代以至21世纪的展望以及各类专题的深入剖析等等。总的来说，国际上也并无数学教育学的成熟体系，更谈不上统一的范式，所以国内的作品也是百花齐放，各显其能。中国数学教育界的基础理论研究，与世界各国相比起步较晚，眼下主要还停留在国外工作的介绍和消化这一步。但是只要积以时日，将来一定会有更好的学术著作问世，以至在国际上产生影响。我想，中国数学教育应当走向世界。

另一类数学教育学的著作，则主要着眼于现实，旨在帮助青年人了解我国数学教育方面的政策和规定，继承我国数学教育上的优良传统，熟悉当前数学课堂教学的基本规范，一句话，使高师院校的学生们尽快走上课堂，顶岗顶位。赵振威教授及其合作者，正是本着这一现实目的，写了这部著作。依我看来，本书作者力图反映近几年来国内数学教育研究的新成果，并将它运用于实际课堂教学。尝试是成功的。

借此机会，我想谈谈对中国数学教育的评价。一方面，中国学生的数学成绩一直名列前茅。国际数学奥林匹克竞赛，中国代表队屡获优胜，1989年荣获团体冠军。几次中美数学通讯竞赛，也是中国为优。一般反映，中国数学教育重视基本运算、基本训练，注意培养逻辑思维能力。善于解常规题是亚洲各国的共同特点，我国也许更强些。但是，我们也要看到另一方面，中国数学教育观念比较陈旧和保守。我国教育受考试制约严重，数学教育成了

“考题教育”。数学课并非着意为大多数学生的日后生活需要和就业知识准备条件，往往把无穷的精力浪费在一些无谓的牛角尖试题上。“为大众的数学”(Mathematics for all)，“信息革命时代的数学教育”，“作为服务性学科的数学”，着重培养实际数学能力的“问题解决、模型化和应用”等等全球性的数学教育行动口号，中国都未能仔细加以研究，更谈不上认真实行，似有一种自我封闭的感觉。

那末怎样将上述两方面结合起来呢？这也许是我们这一代数学教育研究工作者面临的历史任务。我衷心希望，数学教育理论研究和数学教育实践指导这两类著作能够并肩齐飞，各展所长，并在互相取长补短的过程中，加强融合，乃至形成具有中国特色的完备的数学教育学体系，做到在理论和实践两方面都能臻于完美。

“21世纪的数学大国”，“中国数学率先赶上国际先进水平”，这是我国数学界和数学教育界的共同愿望。但是，21世纪的数学家，正是我们中小学数学教育的对象。成万上亿的现代化建设者，他们的数学素养更取决于数学教育改革的成果。任重而道远。数学教育工作者重任在肩。

窗外正是寒冬。再过几天，90年代就要来临了。我希望90年代的第一春将会给中国数学教育注入新的生机。本书付印之前，振威先生嘱我写点什么，我只能写上述的片断感想，以就教于作者与读者。

张奠宙

1989年12月于华东师大

总 目 录

第一分册 总 论

绪言

- 第一章 中学数学的教学目的和内容
- 第二章 中学数学的教学原则
- 第三章 中学数学中的科学方法
- 第四章 中学数学的逻辑基础
- 第五章 数学基础知识的教学与基本能力的培养
- 第六章 中学数学的教学方法
- 第七章 中学数学的教学工作
- 第八章 中学数学教育测量和评价

第二分册 初等代数研究

绪言

- 第九章 数
- 第十章 式
- 第十一章 初等函数
- 第十二章 方程
- 第十三章 不等式

第三分册 初等几何研究

绪言

第十四章	几何题的证明
第十五章	几何量的计算
第十六章	初等几何变换
第十七章	轨迹
第十八章	作图
第十九章	平面几何教法研究
后记	

目 录

绪言	(1)
§1 中学数学教材教法的研究内容	(1)
§2 中学数学教材教法的重要意义	(1)
§3 中学数学教材教法的研究方法	(3)
第一章 中学数学的教学目的和内容	(5)
§1 数学的对象和特点	(5)
§2 中学数学的教学目的	(10)
§3 中学数学的教学内容	(16)
§4 国内外中学数学教学改革的概况	(20)
第二章 中学数学的教学原则	(28)
§1 中学生学习数学的心理分析	(28)
§2 中学数学教学的基本原则	(33)
第三章 中学数学中的科学方法	(47)
§1 观察与试验	(47)
§2 分析与综合	(52)
§3 数学抽象方法	(57)
§4 数学模型方法	(62)
§5 公理化方法	(69)
§6 关系映射反演方法	(74)
第四章 中学数学的逻辑基础	(80)
§1 数学概念	(80)
§2 数学命题	(91)
§3 逻辑思维的基本规律	(105)
§4 数学推理	(109)
§5 数学证明	(120)
第五章 数学基础知识的教学与基本能力的培养	(136)
§1 数学概念的教学	(136)
§2 数学命题的教学	(144)

§3	解题的教学	(153)
§4	能力的培养	(166)
第六章	中学数学的教学方法	(182)
§1	启发式教学法	(182)
§2	中学数学传统的教学方法	(185)
§3	中学数学新的教学方法	(189)
§4	中学数学教学方法的选择	(193)
第七章	中学数学的教学工作	(195)
§1	数学课的基本知识	(195)
§2	课堂教学的基本功	(197)
§3	备课	(205)
§4	上课	(210)
§5	课外工作	(215)
§6	数学研究	(217)
§7	教育实习	(222)
§8	中学数学论文的撰写	(225)
第八章	中学数学教育测量和评价	(230)
§1	教育测量和评价的意义	(230)
§2	中学数学的命题	(234)
§3	标准化试题与标准化考试	(239)
§4	考试分数的整理和分析	(244)
§5	中学数学教育的评价	(254)

绪 言

中学数学教材教法是高等师范院校数学专业的一门主干课程，在培养合格中学师资方面具有十分重要的作用。为便于读者系统地学习和研究这门课程，这里对它的内容、意义和方法，先作一概略的介绍。

§ 1 中学数学教材教法的研究内容

中学数学教材教法的研究对象是中学数学教学的全过程。一般说来，它所研究的基本内容，主要有以下几个方面：

- (1) 中学数学的教学目的及其确定。
- (2) 中学数学的教学内容及其安排。
- (3) 中学数学的学习心理分析和有效的学习方法。
- (4) 中学数学的教学原则、方法及其运用。
- (5) 中学数学的逻辑方法在教学过程中的具体运用。
- (6) 数学思维、数学思想与方法在教学过程中的运用。
- (7) 中学数学基本能力的分析与培养。
- (8) 中学数学教学日常工作程序及其具体工作方式方法。
- (9) 中学数学的教学研究与教学改革。
- (10) 中学数学教师的培训与提高。

以上内容是就中学数学教学的整体而言的。从局部来看，还应包括中学数学各科的教学，各部分教学内容的教学目的、教学特点的分析，教学方法的选择和运用，以及典型教学经验的系统总结等。

§ 2 中学数学教材教法的重要意义

关于中学数学教材教法的意义，可以从以下三个角度来分析。

1. 从数学科学的迅速发展的角度, 明确学习、研究中学数学教材教法的重要性。

当前, 世界处于科学技术突飞猛进的时代, 科学技术的废旧更新率越来越高。有人测算, 70年代的知识废旧更新率比40年代加快了一倍, 而知识的总量7~10年就要翻一番。数学的情况尤为突出, 怎样适应这一新形势的挑战, 使学生更好地掌握现代数学知识, 已十分尖锐地摆在人们的面前。为此, 必须优化教学内容和教学过程, 重视能力培养和智力开发, 给学习者以打开数学的大门的钥匙。学习和研究中学数学教材教法, 可有利于人们达到以上目的。

近30年来, 国际上掀起了数学教育现代化运动的高潮, 实践证明国家现代化必须要有现代化的科学技术, 要有现代化的科学技术必须要有现代化的数学, 要有现代化的数学, 必须要有现代化的中学数学教材教法。

2. 从高等师范院校的培养目标和当前中学数学教育现状的角度, 认识学习、研究中学数学教材教法的迫切性。

中学数学教材教法的教学, 是把学生学到的一切基础理论、专业知识和基本技能, 根据中学数学教学的实际需要联系起来, 使他们都能为中学数学教学服务。这既是这门学科综合性的体现, 也是这门学科安排在高年级开设的原因。可见, 这门学科地位之重要。一个高等师范院校数学系科的毕业生, 只有具备了丰富的专业知识, 同时又具备了一定的中学数学教学修养, 懂得数学教育的特殊规律, 才能成为一名合格的中学数学教师。

应当看到, 经过拨乱反正, 我国中学数学教学情况有了根本性的好转。但是由于多方面的原因, “讲得多、练得多、考得多”的三多现象依然存在, 讲授不甚得法, 学生负担过重。这说明当前中学数学教学还没有完全按照教育规律办事。因此, 对于高等师范院校的学生来说, 为了胜任未来的中学数学教学工作, 必须认真学习、研究中学数学教材教法的有关知识, 进一步掌握教学

的有关基本技能。

3. 从数学教学的特点这一角度，体会学习、研究中学数学教材教法的艰巨性。

中学数学教材教法是一门综合性、独立性的边缘学科，既要受到数学、哲学、教育学、心理学等其它学科发展的制约，又有待于本学科发展的进一步完善。应该说，理想的数学教材教法应当具有科学的概念、范畴和体系，科学的认识论和方法论。显然，目前还未能达到这样的要求。同时，中学数学教材教法又是一门实践性较强的发展中的应用理论学科，它的许多重大问题亟待人们去研究，完成填补空白的工作，这既需要从实践上升到理论，又需要以正确的理论指导实践。

应该看到，当前我国中学数学教材教法正处在逐步完善之中，需要我们不断实践、不断探索。一个优秀的数学教育工作者，应具有数学教育家的素质。因此，根据中学数学教学的特点与现状，学习与研究中学数学教材教法是一个长期而艰巨的任务。

§ 3 中学数学教材教法的研究方法

研究中学数学教材教法，一般应注意如下几点。

1. 坚持以唯物辩证法为指导思想。

中学数学教材教法是一门思想性、理论性很强的学科，特别需要唯物辩证法的指导。然而，这个研究领域，历来都是唯心主义和形而上学泛滥较为严重的场所。这就要求我们必须全面而正确地运用唯物辩证法的立场、观点、方法去分析古与今、中与外的中学数学教学经验和教训，做到古为今用，洋为中用。同时，也要求我们必须全面、正确地运用辩证唯物主义的立场、观点和方法去研究和解决当前所遇到的一些实际教学问题，并尽力做到讲究实效，落实到提高中学数学教学质量上去。

2. 深入实际，研究和利用现代中学数学教学的经验和教训。

中学数学教材教法是一门活的科学，它需要不断充实新鲜的素材，不断更新原有理论，而广大教师丰富多彩的教学实践活动，必然蕴藏着丰富的经验，其中不乏可提炼新理论的思想火花。所以，学会利用资料，善于总结、积累中学数学教学的经验教训，是学好中学数学教材教法的关键。

3. 善于吸取和加工有关学科的新理论、新思想、新方法。

中学数学教材教法是一门综合性的边缘学科，它需要应用有关学科的基本原理，特别是有关哲学，教育学、心理学、逻辑学等方面的新理论、新思想、新方法，去思考并解决一系列教学上的问题。不过，我们在运用这些新理论、新思想、新方法时，不应当满足于用教学实例来说明这些理论、思想、方法的合理性，更应该经过“教法加工”后成为中学数学教材教法自己的组成部分，并落实到提高教学质量、提高教学效果上去。

4. 大力开展教学实验研究活动。

中学数学教材教法的理论主要建立在似真逻辑上，大多是或然的假说，因此它需要通过大量的实验活动来建立，又需要由实验活动来检验。

目前，中学数学范围内有课程设计、教材、教法、培养能力、减轻学生负担等等重要的实验研究项目，虽然这些实验涉及到的因素较多，常常带有主观因素，但用统计方法处理数据是可以克服的，并且已取得可喜的成果。一切有志于中学数学教育研究的同志应大力投入到教学实验的研究活动中去。

第一章 中学数学的教学目的和内容

要当好中学数学教师，必须正确理解中学数学的教学目的，全面掌握中学数学的教学内容。为此，必须熟悉数学的对象和特点，弄清确定教学目的和内容的依据，了解国内外中学数学教学改革的概况。

§ 1 数学的对象和特点

一、数学的对象

数学，由于实践活动的需要，在古代便已经产生了，现在已发展成为一门分支众多、体系庞大、用途极广的科学。

由于数学在发展过程中不断取得新的成就，内容愈来愈丰富，人们关于数学的对象的认识，也在不断地深化和更新。

19世纪下半叶，恩格斯指出，纯数学的对象是现实世界的空间形式和数量关系，所以是非常现实的材料。他说，为了能够从纯粹的状态中研究这些形式和关系，必须使它们完全脱离自己的内容，把内容作为无关重要的东西放在一边；这样，我们就得到没有长宽高的点、没有厚度和宽度的线、 a 和 b 与 x 和 y ，即常数和变数。

恩格斯的上述定义，对于以代数、几何与分析为主体的早期数学，确实是很恰当的概括，曾被数学界广为接受，并认为是一个精辟的科学论断。然而，20世纪数学的发展，显得有必要对恩格斯所作的定义加以补充和发挥。

本世纪50年代，苏联数学家A. И. 亚历山大洛夫在其《数学概观》中写道：“在恩格斯写《反杜林论》的时候，即在1876-1877年，

非欧几何学和多维空间几何学刚刚在数学家之间得到承认，群论刚刚形成，集合论刚刚产生，而数理逻辑仅仅萌芽。所以可以理解，数学发展的新阶段的特点不能由恩格斯详尽地描述出来；但虽然如此，我们在他的论断中也可以找到对于理解这些特点的指示。”

事实上，恩格斯在《自然辩证法》中还有关于数学的更具有普遍性的论断，他指出：“数学是数量的科学”。我国数学界曾就这一提法进行讨论。著名数学家关肇直查考了“数量”一词的德文原文(Quantitat)，主张将译文改为“数学是量的科学”。并于1957年建议把数学定义为“研究现实世界中量的关系的科学”。当时，虽有非议，觉得“量”的概念不太确定，但许多数学工作者都赞同这个定义，并且认为，这里所说的量，既包括来源于现实世界空间形式和数量关系的量，又包括通过数学思维合理地推导出来的或构想出来的一切可能的量、想象的量(如虚数等)；对于量的关系，则应包括量的变化、以及各种量变之间的关系。

“数学是量的科学”或“数学是研究量的关系的科学”，当时看来是对数学的对象的一种较为恰当的概括。但在我国数学界，渐渐地有更多的人提出了不同意见，认为把数学的研究对象都归结为量和量的关系，未免过于笼统，未必是一种好的定义。也有人提出由于把空间形式淹没在量的概念之中，以致难以突出空间形式的重要性，使中学和大学的几何课程得不到应有的重视。不少学者认为，不如仍然引用恩格斯的论断：“纯数学的对象是现实世界的空间形式和数量关系”，只要对空间形式和数量关系作广义的解释就可以了。目前，《全日制中学数学教学大纲》在谈到数学的对象时，还是引用恩格斯的这个定义。

近几年来，我国数理逻辑学家胡世华首先指出，恩格斯在《自然辩证法》一书中，还有一个值得重视的提法，即：数学——一种研究思想事物（虽然它们是现实的摹写）的抽象的科学。把数学的研究对象看作一种思想事物，这对数学的性质和特点是一种很好