华大助学

重难点手册

★九千万学子的制胜宝典
★八省市名师的在线课堂
★十九年书业的畅销品牌

新课标 Xinkebiao

配人教A版

高中数学4（必修）

主审　蔡上鹤
主编　汪江松

华中师范大学出版社

重难点手册

新课标
Xinkebiao

配人教A版

高中数学4（必修）

主　　审　蔡上鹤
主　　编　汪江松
本册主编　王兴旺

★九千万学子的制胜宝典
★八省市名师的在线课堂
★十九年书业的畅销品牌

华中师范大学出版社

新出图证(鄂)字 10 号

图书在版编目(CIP)数据

重难点手册——高中数学 4(必修)(配人教 A 版)/汪江松 主编．—4 版．
—武汉：华中师范大学出版社，2011．10（2011.12 重印）
ISBN 978-7-5622-4802-6

Ⅰ．①重…　Ⅱ．①汪…　Ⅲ．①数学课-高中-教学参考资料
Ⅳ．①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 029295 号

重难点手册——高中数学 4(必修)(配人教 A 版)

主编：汪江松
选题策划：华大鸿图编辑室
责任编辑：涂　庆
责任校对：程　珏
封面设计：新视点
封制作计：胡　灿
编辑室：华大鸿图编辑室(027-67867361)
出版发行：华中师范大学出版社 ©
社址：湖北省武汉市珞喻路 152 号
邮编：430079
销售电话：027-67867371　027-67865356　027-67867076
传真：027-67865347
邮购电话：027-67861321
网址：http://www.ccnupress.com
电子信箱：hscbs@public.wh.hb.cn
印刷：湖北恒泰印务有限公司
督印：章光琼
字数：280 千字
开本：880mm×1230mm　1/32
印张：9
版次：2011 年 10 月第 4 版
印次：2011 年 12 月第 2 次印刷
定价：16.80 元

欢迎上网查询、购书

体例特色与使用说明

新课标： 贯彻新课标精神，定位新课标“三维”目标，贴近新课标高考大纲要求，注重学习规律和考试规律的整合，全面提升考试成绩和综合素质。

大突破： 突破传统的单向学习模式，将教材知识、拓展知识和隐性方法类知识植入新课堂，立体凸现学科知识结构和解题方法规律，破解高考“高分”瓶颈。

课程目标点击

全面展示每课(节)的“知识与技能、过程与方法以及情感态度与价值观”三位一体的目标要求，使同学们明确努力的方向和应达到的程度，便于自我评价和相互评价。

重点难点突破

把握学生思维情感的发展脉络，恰到好处地指出每课(节)的重点、难点与疑点，各个击破，扫清学生学习中的一切障碍，全力提高学生的学习效率。

方法技巧点拨

精选典型例题，通透讲解，并从中总结解题方法与技巧，点拨解题规律，启发学生思维，使学生深刻透彻地把握知识结构，培养学生灵活运用知识的能力。

探究创新拓展

体现特色栏目的全新面貌，融入新课标的全新理念，给出具有探究性的命题，为学生提供自主探索、相互交流的学习平台。

第一章

三角函数

1.1 任意角和弧度制

1.1.1 任意角

课程目标点击

1. 理解任意角的概念，能正确区分正角、负角和零角.

2. 理解象限角、轴线角、终边相同的角的概念，能判断已知角所在的象限以及几个已知角是否为终边相同的角.

3. 熟练掌握用集合的形式表示象限角、轴线角和终边相同的角，能进行简单的角的集合之间的运算.

4. 能熟练运用数形结合的方法，将区间角在直角坐标系中用图形表示出来；反之，对于直角坐标系中的图形所表示的角的范围，能正确地运用区间角表示.

重点难点突破

1. 角的概念的推广

角可以看成平面内一条射线绕着端点从一个位置旋转到另一个位置所成的图形. 如图 1-1-1，一条射线的端点是 O，它从起始位置 OA 按逆时针方向旋转到终止位置 OB，形成一个角 α，射线 OA、OB 分别是角 α 的始边和终边.

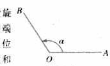


图 1-1-1

方法技巧点拨

1. 正确理解角的相关概念

例1 以下四个命题：

① 第一象限的角一定不是负角；② 小于 90°的角是锐角；③ 锐角一定是第一象限的角；④ 第二象限的角是钝角；⑤ 90°～180°间的角不一定是钝角.

其中不正确的命题的个数是(　　).

(A) 1 个　　(B) 2 个　　(C) 3 个　　(D) 4 个

思路点拨　本例涉及几个极易混淆的概念，可在相应的象限角的表达式中对 k 取特殊值或举反例来验证.

【解】 $-300°$，$-300°-360°=-660°$都是第一象限角，即知①错；所有的负角及零角都是小于 90°的角，而锐角 α 的范围是 $0°<\alpha<90°$，故②错；③是正确的；$-185°$，$91°+360°=451°$都是第二象限的角，而钝角 β 的范围为 $90°<\beta<180°$，即知④错；对于⑤90°～180°的角的集角为$\{\alpha|90°\leqslant\alpha<180°\}$，故不一定是钝角，⑤是正确的.

答案　C

探究创新拓展

象限角和区域角

例4 已知角 α 是第一象限角，则 $\frac{\alpha}{2}$ 是第几象限的角？若 α 是第二象限角，则 $\frac{\alpha}{2}$ 又是第几象限的角？请分别在直角坐标系内表示出来.

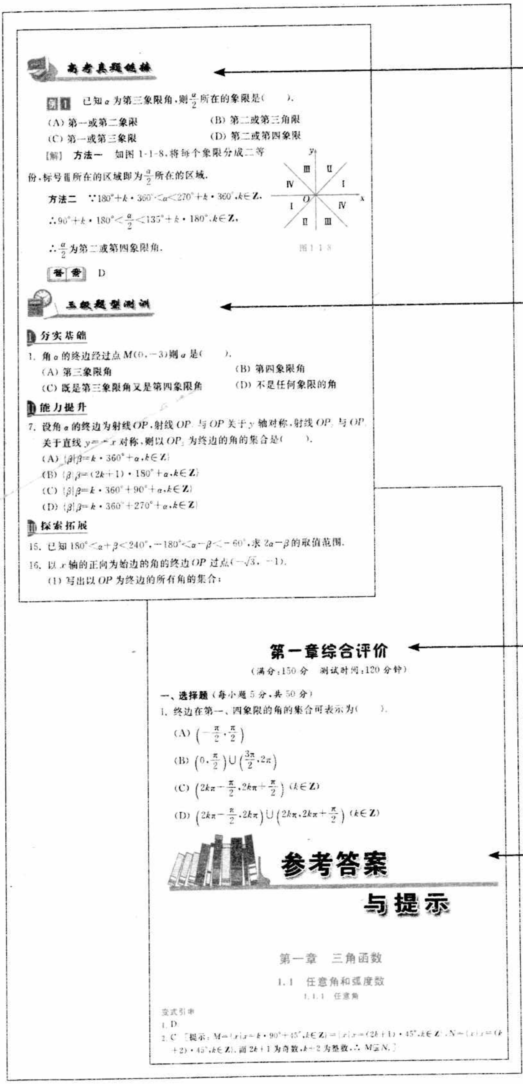
【解】 ∵α 是第一象限的角，

∴$k\cdot 360°<\alpha<90°+k\cdot 360°$，$k\in \mathbf{Z}$

——新课标《数学重难点手册》新突破

讲实用： 完全同步于新教材，导–学–例–训四位一体，落实课程内容目标和考纲能力要求，揭密高考解题依据和答题要求，破解重点难点。

大品牌： 十多年的知名教辅品牌，一千多万学子的全程参与，十余万名一线教师的倾力实验，堪称学习规律与考试技术深度融合的奇迹，缔造着使用效果显著、发行量惊叹的神话。



高考真题链接

例1 已知 α 为第三象限角，则 $\frac{\alpha}{2}$ 所在的象限是（　　）.

(A) 第一或第二象限　　(B) 第二或第三角限

(C) 第一或第三象限　　(D) 第二或第四象限

【解】 方法一　如图 1-1-8，将每个象限分成二等份，标号Ⅲ所在的区域即为 $\frac{\alpha}{2}$ 所在的区域.

方法二　$\because 180^\circ+k\cdot 360^\circ<\alpha<270^\circ+k\cdot 360^\circ, k\in \mathbf{Z}$,

$\therefore 90^\circ+k\cdot 180^\circ<\frac{\alpha}{2}<135^\circ+k\cdot 180^\circ, k\in \mathbf{Z}$,

$\therefore \frac{\alpha}{2}$ 为第二或第四象限角.

图 1-1-8

答案　D

三级题型测训

Ⅰ 夯实基础

1. 角 α 的终边经过点 $M(0,-3)$ 则 α 是（　　）.

(A) 第三象限角　　(B) 第四象限角

(C) 既是第三象限角又是第四象限角　　(D) 不是任何象限的角

Ⅱ 能力提升

7. 设角 α 的终边为射线 OP，射线 OP_1 与 OP 关于 y 轴对称，射线 OP_2 与 OP_1 关于直线 $y=-x$ 对称，则以 OP_2 为终边的角的集合是（　　）.

(A) $\{\beta|\beta=k\cdot 360^\circ+\alpha, k\in \mathbf{Z}\}$

(B) $\{\beta|\beta=(2k+1)\cdot 180^\circ+\alpha, k\in \mathbf{Z}\}$

(C) $\{\beta|\beta=k\cdot 360^\circ+90^\circ+\alpha, k\in \mathbf{Z}\}$

(D) $\{\beta|\beta=k\cdot 360^\circ+270^\circ+\alpha, k\in \mathbf{Z}\}$

Ⅲ 探索拓展

15. 已知 $180^\circ<\alpha+\beta<240^\circ$，$-180^\circ<\alpha-\beta<-60^\circ$，求 $2\alpha-\beta$ 的取值范围.

16. 以 x 轴的正向为始边的角的终边 OP 过点 $(-\sqrt{3},-1)$.

(1) 写出以 OP 为终边的所有角的集合；

第一章综合评价

（满分：150 分　测试时间：120 分钟）

一、选择题（每小题 5 分，共 50 分）

1. 终边在第一、四象限的角的集合可表示为（　　）.

(A) $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$

(B) $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\cup\left(\frac{3\pi}{2},2\pi\right)$

(C) $\left(2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}\right)$ $(k\in \mathbf{Z})$

(D) $\left(2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi\right)\cup\left(2k\pi,2k\pi+\frac{\pi}{2}\right)$ $(k\in \mathbf{Z})$

参考答案与提示

第一章　三角函数

1.1　任意角和弧度数

1.1.1　任意角

变式引申

1. D

2. C ［提示：$M=\{x|x=k\cdot 90^\circ+45^\circ, k\in \mathbf{Z}\}=\{x|x=(2k+1)\cdot 45^\circ, k\in \mathbf{Z}\}$，$N=\{x|x=(k+2)\cdot 45^\circ, k\in \mathbf{Z}\}$，而 $2k+1$ 为奇数，$k+2$ 为整数，$\therefore M\subsetneqq N$.］

高考真题链接

多角度深入剖析各类高考题，加深学生对所学知识的理解，激发学生深入探究学习的兴趣。

三级题型测训

立足于消化教材，注重基本题型的训练，以中档题为出发点，帮助同学们更深刻地领会相应知识点，逐步养成灵活的解题能力和应用能力，并精心挑选了少量高考拔高题与竞赛题，使学生在收到立竿见影的学习效果的同时，体验到探究创新的广阔空间。

章末综合评价

选择新颖、典型、难度适中的试题进行检测，引领主干知识，使您在考试中立于不败之地！

参考答案与提示

附有三级题型测训和各章综合评价测试题的参考答案，并对全部的试题给出了提示和解答过程。

《数学重难点手册》编委会

主　　编　汪松江

本册主编　王兴旺

编　　者　汪江松　刘　芸　田祥高　刘元利

黄立俊　谢志庆　罗　旋　甘大旺

杨志明　赵　泓　柯红兵　齐凤玲

蔡有缘　胡燕丽　陈留闯　周　鹏

汪　丹　徐　斌　袁　雯　宋　庆

黄　伟

目　录

第一章

三角函数

1.1 任意角和弧度制

1.1.1 任意角

课程目标点击

1. 理解任意角的概念,能正确区分正角、负角和零角.

2. 理解象限角、轴线角、终边相同的角的概念,能判断已知角所在的象限以及几个已知角是否为终边相同的角.

3. 熟练掌握用集合的形式表示象限角、轴线角和终边相同的角,能进行简单的角的集合之间的运算.

4. 能熟练运用数形结合的方法,将区间角在直角坐标系中用图形表示出来;反之,对于直角坐标系中的图形所表示的角的范围,能正确地运用区间角表示.

重点难点突破

1. 角的概念的推广

角可以看成平面内一条射线绕着端点从一个位置旋转到另一个位置所成的图形. 如图 1-1-1,一条射线的端点是 O,它从起始位置 OA 按逆时针方向旋转到终止位置 OB,形成一个角 α,射线 OA、OB 分别是角 α 的始边和终边.

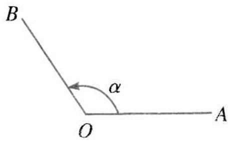


图 1-1-1

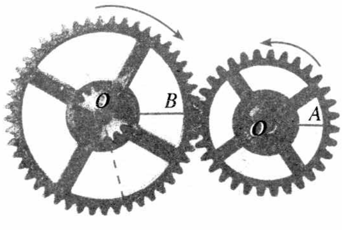


图 1-1-2

在以前的学习中，我们研究过 $0^\circ\sim360^\circ$ 范围的角，但现实生活中还有其他角．例如，体操中有“转体 720°”(即“转体 2 周”)，“转体 1080°”(即“转体 3 周”)这样的动作名称，而旋转的方向也有顺时针与逆时针的不同；又如，图 1-1-2 是两个齿轮旋转的示意图，被动轮随着主动轮的旋转而旋转，而且被动轮与主动轮有相反的旋转方向．这样，OA 绕 O 旋转所成的角与 $O'B$ 绕 O' 旋转所成的角就会有不同的方向．因此，要准确地描述这些现象，不仅要知道角形成的结果，而且要知道角形成的过程，即必须既要知道旋转量，又要知道旋转方向．这就需要对角的概念进行推广．

(1) 正角、负角、零角

我们规定，按逆时针方向旋转形成的角叫做**正角**(positive angle)，按顺时针方向旋转形成的角叫做**负角**(negative angle)．如果一条射线没有作任何旋转，我们称它形成了一个**零角**(zero angle)．这样，零角的始边与终边重合．如果 α 是零角，那么 $\alpha=0^\circ$．

图 1-1-3(1)中的角是一个正角，它等于 750°；图 1-1-3(2)中，正角 $\alpha=210^\circ$，负角 $\beta=-150^\circ$，$\gamma=-660^\circ$；正常情况下，如果以零时为起始位置，那么钟表的时针或分针在旋转时所形成的角总是负角．

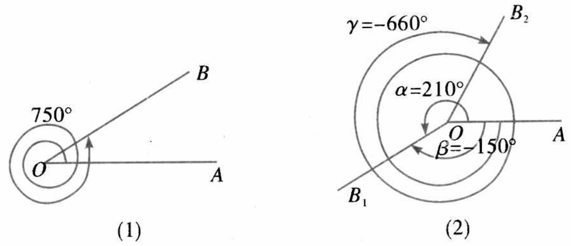


图 1-1-3

这样，我们就把初中所学的角的概念推广到了任意角(any angle)，包括正角、负角和零角．

(2) 象限角、轴线角

在平面直角坐标系中，使角的顶点与原点重合，角的始边与 x 轴的非负半轴重合，角的终边落在第几象限，就说这个角是第几象限角(见表 1)；角的终边落在坐标轴上，称为轴线角，这时这个角不属于任何象限(见表 2)．

规律·总结

表1

象限角 / 象限	角度制界定
第一象限	$\{x\|k\cdot 360^\circ<x<k\cdot 360^\circ+90^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$
第二象限	$\{x\|k\cdot 360^\circ+90^\circ<x<k\cdot 360^\circ+180^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$
第三象限	$\{x\|k\cdot 360^\circ+180^\circ<x<k\cdot 360^\circ+270^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$
第四象限	$\{x\|k\cdot 360^\circ+270^\circ<x<k\cdot 360^\circ+360^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$

表2

轴线角 / 终边落在	角度制界定
x轴非负半轴	$\{x\|x=k\cdot 360^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$
x轴非正半轴	$\{x\|x=(2k+1)\cdot 180^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$
y轴非负半轴	$\{x\|x=k\cdot 360^\circ+90^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$
y轴非正半轴	$\{x\|x=k\cdot 360^\circ-90^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$
x轴	$\{x\|x=k\cdot 180^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$
y轴	$\{x\|x=k\cdot 180^\circ+90^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$
坐标轴上	$\{x\|x=k\cdot 90^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$

2. 终边相同的角

所有与角α终边相同的角，连同角α在内，构成一个集合，它们彼此相差$k\cdot 360^\circ(k\in\mathbf{Z})$，即$S=\{\beta|\beta=\alpha+k\cdot 360^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$.

问题·探究

关于终边相同的角有以下几个方面.

① 终边相同的角的前提条件是：角的顶点与原点重合，角的始边与x轴的非负半轴重合. ② α是任意角. ③ k为整数. ④ $k\cdot 360^\circ$与α之间用“+”号连接. ⑤ 终边相同的角有无数个，它们相差360°的整数倍. ⑥ 终边相同的角不一定相等，但相等的角的终边一定相同. ⑦ 终边相同的角的表示形式不唯一，如$\{x|x=k\cdot 360^\circ-90^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$与$\{x|x=k\cdot 360^\circ+270^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$均表示终边在$y$轴的非正半轴上的角的集合.

问题·辨析

任意角中易混淆的几个概念

正确区分锐角、$0°\sim90°$的角、小于$90°$的角、第一象限角：

锐角是$0°<\alpha<90°$的角；$0°\sim90°$的角是$0°\leqslant\alpha<90°$的角；小于$90°$的角是$\alpha<90°$的角(包括零角，负角)；第一象限角是$\{\alpha|k\cdot360°<\alpha<90°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$所表示的角.

这四个概念是不能混淆的.

方法技巧点拨

1. 正确理解角的相关概念

例1 以下四个命题：

① 第一象限的角一定不是负角；② 小于$90°$的角是锐角；③ 锐角一定是第一象限的角；④ 第二象限的角是钝角；⑤ $90°\sim180°$间的角不一定是钝角.

其中不正确的命题的个数是(　　).

(A) 1个　　(B) 2个　　(C) 3个　　(D) 4个

思路点拨 本例涉及几个极易混淆的概念，可在相应的象限角的表达式中对k取特殊值或举反例来验证.

【解】 $-300°,-300°-360°=-660°$都是第一象限角，即知①错；所有的负角及零角都是小于$90°$的角，而锐角α的范围是$0°<\alpha<90°$，故②错；③是正确的；$-185°,91°+360°=451°$都是第二象限的角，而钝角β的范围为$90°<\beta<180°$，即知④错；对于⑤$90°\sim180°$的角的集角为$\{\alpha|90°\leqslant\alpha<180°\}$，故不一定是钝角，⑤是正确的.

答案 C

2. 终边相同的角

例2 已知$\theta=-1845°$，在与θ终边相同的角中，求满足下列条件的角.

(1) 最小的正角；(2) 最大的负角；(3) $-360°\sim720°$之间的角.

思路点拨 先写出与角θ终边相同的角的一般形式$\theta+k\cdot360°$ ($k\in\mathbf{Z}$)，然后根据条件列不等式求出k即可. 注意最小的正角在$0°\sim360°$之间，最大的负角在$-360°\sim0°$之间.

【解】 **方法一** 与角$\theta=-1845°$终边相同的角的集合是

$$\{\alpha|\alpha=-1845°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}.$$

(1) 由 $0°<k\cdot 360°-1845°<360°$,得 $5\frac{1}{8}<k<6\frac{1}{8}$. 又 $k\in\mathbf{Z}$,$\therefore k=6$,故所求最小的正角是 $315°$;

(2) 由 $-360°<k\cdot 360°-1845°<0°$,得 $4\frac{1}{8}<k<5\frac{1}{8}$. 又 $k\in\mathbf{Z}$,$\therefore k=5$. 故所求最大的负角是 $-45°$;

(3) 由 $-360°\leqslant k\cdot 360°-1845°<720°$,得 $4\frac{1}{8}\leqslant k<7\frac{1}{8}$. 又 $k\in\mathbf{Z}$,$\therefore k=5,6,7$. 故所求的在 $-360°\sim720°$ 之间的角是 $-45°,315°,675°$.

方法二　因为 $\theta=-1845°=-45°+(-5)\times360°$,所以与 θ 终边相同的角的集合为:$\{\alpha|\alpha=-45°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$.

(1) 最小的正角是当 $k=1$ 时,为 $\alpha=315°$;

(2) 最大的负角是当 $k=0$ 时,为 $\alpha=-45°$;

(3) $-360°\sim720°$ 之间的角是当 $k=0,1,2$ 时,$\alpha=-45°,315°,675°$.

例 3　写出终边落在 $y=-\sqrt{3}x$ 上的角的集合 S,并把 S 中适合不等式 $-360°\leqslant\beta<720°$ 的元素 β 写出来.

思路点拨　求角的终边落在倾斜角为 θ 的直线上的角的集合,步骤如下:第一步,写出 $0°\sim360°$ 的角:θ 和 $180°+\theta$;第二步,写出所有的角:$k\cdot360°+\theta$ 或 $k\cdot360°+180°+\theta,k\in\mathbf{Z}$;第三步,把两类角合并写成 $n\cdot180°+\theta,n\in\mathbf{Z}$.

【解】　如图 1-1-4,直线 $y=-\sqrt{3}x$ 的倾斜角为 $120°$,所以在 $0°\sim360°$ 内,终边落在直线 $y=-\sqrt{3}x$ 上的角有两个:$120°$ 和 $300°$. 所以

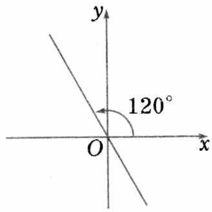


图 1-1-4

$S=\{\beta|\beta=120°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}\cup\{\beta|\beta=300°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}=\{\beta|\beta=120°+2k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}\cup\{\beta|\beta=120°+(2k+1)\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}=\{\beta|\beta=120°+k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}$.

S 中适合 $-360°\leqslant\beta<720°$ 的元素有 6 个,它们是:

$120°-2\times180°=-240°$

$120°-1\times180°=-60°$

$120°+0\times180°=120°$

$120°+1\times180°=300°$

$120°+2\times180°=480°$

$120°+3\times180°=660°$.

变式引申 1　在平面直角坐标系中,若 α 与 β 的终边互相垂直,那么 α 与 β 的关系是(　　).

(A) $\beta=\alpha+90°$　　(B) $\beta=\alpha\pm 90°$

(C) $\beta=\alpha+90°+k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}$　　(D) $\beta=\alpha\pm 90°+k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}$

变式引申 2　设集合 $M=\{x\mid x=k\cdot 90°+45°,k\in\mathbf{Z}\}$,$N=\{x\mid x=k\cdot 45°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$,则必有(　　).

(A) $M=N$　(B) $M\supsetneqq N$　(C) $M\subsetneqq N$　(D) $M\cap N=\varnothing$

探究创新拓展

象限角和区域角

例 4　已知角 α 是第一象限角,则 $\frac{\alpha}{2}$ 是第几象限的角?若 α 是第二象限角,则 $\frac{\alpha}{2}$ 又是第几象限的角?请分别在直角坐标系内表示出来.

【解】 $\because\alpha$ 是第一象限的角.

$\therefore k\cdot 360°<\alpha<90°+k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}$

$k\cdot 180°<\frac{\alpha}{2}<45°+k\cdot 180°$

当 k 为偶数时,$\frac{\alpha}{2}$ 是第一象限的角;

当 k 为奇数时,$\frac{\alpha}{2}$ 是第三象限的角,故 $\frac{\alpha}{2}$ 是第一或第三象限的角,如图1-1-5的阴影部分.

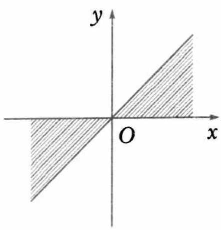


图 1-1-5

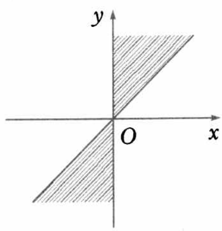


图 1-1-6

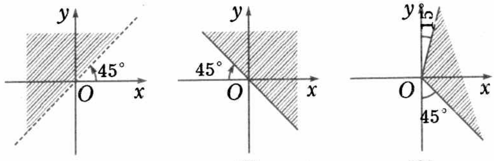
同理,若 α 是第二象限的角,则 $\frac{\alpha}{2}$ 还是第一或第三象限的角,如图 1-1-6 的阴影部分.

综上可知,α 为第一或第二象限的角,则 $\frac{\alpha}{2}$ 是第一或第三象限的角,只是所表示的区域不同而已.

变式引申 3　已知 α 是第一象限的角,则 2α 是________的角.

变式引申 4 已知 α 是第三或第四象限的角，则 $\frac{\alpha}{2}$ 是第几象限的角？联系例 4 的结论，当 α 分别为第一、二、三、四象限角时，请在同一直角坐标系内画出 $\frac{\alpha}{2}$ 所在的区域.

例 5 写出顶点在原点，始边在 x 轴的非负半轴，终边落在阴影部分的角的集合.（如图 1-1-7，虚线表示不包括边界，实线表示包括边界）



(1) (2) (3)

图 1-1-7

【解】 (1) $\{\alpha|45°+k\cdot360°<\alpha<225°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$.

(2) 终边落在第二象限的角用 135°来表示，要表示阴影部分的区域角，终边落在第四角限的角只能用负角来表示，即用 −45°表示. 故

$\{\alpha|-45°+k\cdot360°\leqslant\alpha\leqslant135°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$.

(3) $\{\alpha|-45°+k\cdot360°\leqslant\alpha\leqslant75°+k\cdot360°. k\in\mathbf{Z}\}$.

4. 任意角的实际应用

钟表的时针与分针都是顺时针旋转，角为负值；经过 1 个小时，时针转过的角度为 −30°，分针转过的角度为 −360°.

例 6 经过 5 小时 25 分，时针与分针各转了多少度？

【解】 5 小时 25 分等于 $\frac{65}{12}$ 小时，

∵时针转一周用 12 小时，

∴每小时时针转 −30°.

∴5 小时 25 分转了 $\frac{65}{12}\times(-30°)=-162.5°$.

又∵分针 1 小时转动的角度为 −360°，

∴分针转动的角度为 $\frac{65}{12}\times(-360°)=-1950°$.

高考真题链接

例 1 已知 α 为第三象限角，则 $\frac{\alpha}{2}$ 所在的象限是(　　).

(A) 第一或第二象限　　(B) 第二或第三角限

(C) 第一或第三象限　　(D) 第二或第四象限

【解】 **方法一** 如图1-1-8,将每个象限分成二等份,标号Ⅲ所在的区域即为$\frac{\alpha}{2}$所在的区域.

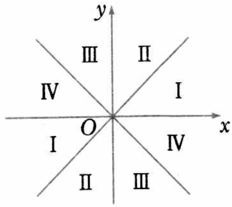


图1-1-8

方法二 $\because 180°+k\cdot 360°<\alpha<270°+k\cdot 360°, k\in\mathbf{Z}$,

$\therefore 90°+k\cdot 180°<\frac{\alpha}{2}<135°+k\cdot 180°, k\in\mathbf{Z}$,

$\therefore \frac{\alpha}{2}$为第二或第四象限角.

答案 D

例2 (2006·广东)集合$A=\{\alpha|\alpha=60°+k\cdot 360°, k\in\mathbf{Z}\}$, $B=\{\beta|\beta=60°+k\cdot 720°, k\in\mathbf{Z}\}$, $C=\{\gamma|\gamma=60°+k\cdot 180°, k\in\mathbf{Z}\}$,那么集合$A,B,C$的关系是________.

【解】 A集合中的角表示所有与60°终边相同的角,B集合中的角的终边也与60°终边相同,但比集合A的元素个数少.而C集合中当k为偶数,即$k=2n, n\in\mathbf{Z}$时,$\gamma=60°+n\cdot 360°, n\in\mathbf{Z}$;当$k$为奇数,即$k=2n+1, n\in\mathbf{Z}$时,$\gamma=240°+n\cdot 360°, n\in\mathbf{Z}$,所以集合$C$中的角不但表示所有与60°终边相同的角,还含有所有与240°终边相同的角.故填$B\subsetneqq A\subsetneqq C$.

答案 $B\subsetneqq A\subsetneqq C$.

三级题型测训

Ⅰ 夯实基础

1. 角α的终边经过点$M(0,-3)$则α是(　　).

(A) 第三象限角　　(B) 第四象限角

(C) 既是第三象限角又是第四象限角　　(D) 不是任何象限的角

2. 以下表示第一象限角的集合的是(　　).

(A) $\{x|0°<x<90°\}$

(B) $\{x|k\cdot 360°\leqslant x\leqslant k\cdot 360°+90°, k\in\mathbf{Z}\}$

(C) $\{x|k\cdot 360°-90°<x<k\cdot 360°, k\in\mathbf{Z}\}$

(D) $\{x|k\cdot 360°<x<k\cdot 360°+90°, k\in\mathbf{Z}\}$

3. $-620°$角的终边在(　　).

(A) 第一象限　　(B) 第二象限　　(C) 第三象限　　(D) 第四象限

4. 终边落在坐标轴上的角 θ 的集合是(　　).

(A) $\{\theta|\theta=k\cdot360^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$　　(B) $\{\theta|\theta=k\cdot180^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$

(C) $\{\theta|\theta=k\cdot90^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$　　(D) $\{\theta|\theta=k\cdot45^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$

5. 若 α 与 β 终边相同，$\alpha=30^\circ$，且 $-720^\circ\leqslant\beta<0^\circ$，则角 β 的集合用列举法表示为________.

6. 若 $\beta=k\cdot180^\circ+30^\circ(k\in\mathbf{Z})$，则 β 的终边所在的象限是第________象限.

Ⅱ 能力提升

7. 设角 α 的终边为射线 OP，射线 OP_1 与 OP 关于 y 轴对称，射线 OP_2 与 OP_1 关于直线 $y=-x$ 对称，则以 OP_2 为终边的角的集合是(　　).

(A) $\{\beta|\beta=k\cdot360^\circ+\alpha,k\in\mathbf{Z}\}$

(B) $\{\beta|\beta=(2k+1)\cdot180^\circ+\alpha,k\in\mathbf{Z}\}$

(C) $\{\beta|\beta=k\cdot360^\circ+90^\circ+\alpha,k\in\mathbf{Z}\}$

(D) $\{\beta|\beta=k\cdot360^\circ+270^\circ+\alpha,k\in\mathbf{Z}\}$

8. 在直角坐标系中，若 α 与 β 的终边互相垂直，那么 α 与 β 的关系是(　　).

(A) $\beta=\alpha+90^\circ$　　(B) $\beta=\alpha\pm90^\circ$

(C) $\beta=\alpha+90^\circ+k\cdot360^\circ,k\in\mathbf{Z}$　　(D) $\beta=\alpha\pm90^\circ+k\cdot360^\circ,k\in\mathbf{Z}$

9. 射线 OA 绕端点 O 逆时针旋转 120° 到达 OB 位置，由 OB 位置顺时针旋转 270° 到达 OC 位置，则 $\angle AOC=$(　　).

(A) 150°　　(B) -150°　　(C) 390°　　(D) -390°

10. 集合 $A=\{\alpha|\alpha=k\cdot90^\circ-36^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{\beta|-180^\circ<\beta<180^\circ\}$，则 $A\cap B$ 等于(　　).

(A) $\{-36^\circ,54^\circ\}$　　(B) $\{-126^\circ,144^\circ\}$

(C) $\{-126^\circ,-36^\circ,54^\circ,144^\circ\}$　　(D) $\{-126^\circ,54^\circ\}$

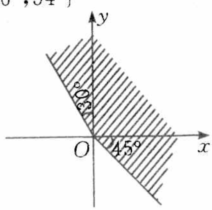
11. 如图，终边落在阴影部分的角的集合是(　　).

(A) $\{\alpha|-45^\circ\leqslant\alpha\leqslant120^\circ\}$

(B) $\{\alpha|120^\circ\leqslant\alpha\leqslant315^\circ\}$

(C) $\{\alpha|k\cdot360^\circ-45^\circ\leqslant\alpha\leqslant k\cdot360^\circ+120^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$

(D) $\{\alpha|k\cdot360^\circ+120^\circ\leqslant\alpha\leqslant k\cdot360^\circ+315^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$



第 11 题图

12. 若将时钟拨慢 5 分钟，则时针转了______度，分针转了______度.

13. 若 $360^\circ<\alpha<720^\circ$，且角 α 与 -120° 的角的终边垂直，则满足条件的角 α 的集合是______.