新世纪

高职高专
基础类课程规划教材

高等数学

（应用类）

GAOZHI GAOZHUAN
JICHULEI KECHENG GUIHUA JIAOCAI

新世纪高职高专教材编审委员会组编

主编 关革强 主审 李凤香

大连理工大学出版社

新世纪

高职高专基础类课程规划教材

高等数学

(应用类)

新世纪高职高专教材编审委员会组编

主　审　李凤香

主　编　关革强　副主编　颜秀芬　杨华宣　刘崇华

GAODENG SHUXUE

大连理工大学出版社

DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

高等数学:应用类 / 关革强主编. — 大连:大连理工大学出版社,2005.8(2006.8 重印)
高职高专基础类课程规划教材
ISBN 7-5611-2955-6

Ⅰ.高… Ⅱ.关… Ⅲ.高等数学—高等学校—教材 Ⅳ.O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 080669 号

大连理工大学出版社出版
地址:大连市软件园路 80 号 邮政编码:116023
发行:0411-84708842 邮购:0411-84703636 传真:0411-84701466
E-mail:dutp@dutp.cn URL:http://www.dutp.cn
大连理工印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:185mm×260mm 印张:12.25 字数:269 千字
印数:6 001 ~ 8 000
2005 年 8 月第 1 版 2006 年 8 月第 2 次印刷

责任编辑:赵 部 责任校对:杜 森
封面设计:波 朗

定 价:16.00 元

总　序

我们已经进入了一个新的充满机遇与挑战的时代，我们已经跨入了21世纪的门槛。

20世纪与21世纪之交的中国，高等教育体制正经历着一场缓慢而深刻的革命，我们正在对传统的普通高等教育的培养目标与社会发展的现实需要不相适应的现状作历史性的反思与变革的尝试。

20世纪最后的几年里，高等职业教育的迅速崛起，是影响高等教育体制变革的一件大事。在短短的几年时间里，普通中专教育、普通高专教育全面转轨，以高等职业教育为主导的各种形式的培养应用型人才的教育发展到与普通高等教育等量齐观的地步，其来势之迅猛，发人深思。

无论是正在缓慢变革着的普通高等教育，还是迅速推进着的培养应用型人才的高职教育，都向我们提出了一个同样的严肃问题：中国的高等教育为谁服务，是为教育发展自身，还是为包括教育在内的大千社会？答案肯定而且惟一，那就是教育也置身其中的现实社会。

由此又引发出高等教育的目的问题。既然教育必须服务于社会，它就必须按照不同领域的社会需要来完成自己的教育过程。换言之，教育资源必须按照社会划分的各个专业（行业）领域（岗位群）的需要实施配置，这就是我们长期以来明乎其理而疏于力行的学以致用问题，这就是我们长期以来未能给予足够关注的教育目的问题。

如所周知，整个社会由其发展所需要的不同部门构成，包括公共管理部门如国家机构、基础建设部门如教育研究机构和各种实业部门如工业部门、商业部门，等等。每一个部门又可作更为具体的划分，直至同它所需要的各种专门人才相对应。教育如果不能按照实际需要完成各种专门人才培养的目标，就不能很好地完成社会分工所赋予它的使命，而教育作为社会分工的一种独立存在就应受到质疑（在市场经济条件下尤其如此）。可以断言，按照社会的各种不同需要培养各种直接有用人才，是教育体制变革的终极目的。

随着教育体制变革的进一步深入,高等院校的设置是否会同社会对人才类型的不同需要一一对应,我们姑且不论。但高等教育走应用型人才培养的道路和走研究型(也是一种特殊应用)人才培养的道路,学生们根据自己的偏好各取所需,始终是一个理性运行的社会状态下高等教育正常发展的途径。

高等职业教育的崛起,既是高等教育体制变革的结果,也是高等教育体制变革的一个阶段性表征。它的进一步发展,必将极大地推进中国教育体制变革的进程。作为一种应用型人才培养的教育,它从专科层次起步,进而应用本科教育、应用硕士教育、应用博士教育……当应用型人才培养的渠道贯通之时,也许就是我们迎接中国教育体制变革的成功之日。从这一意义上说,高等职业教育的崛起,正是在为必然会取得最后成功的教育体制变革奠基。

高等职业教育还刚刚开始自己发展道路的探索过程,它要全面达到应用型人才培养的正常理性发展状态,直至可以和现存的(同时也正处在变革分化过程中的)研究型人才培养的教育并驾齐驱,还需要假以时日;还需要政府教育主管部门的大力推进,需要人才需求市场的进一步完善发育,尤其需要高职教学单位及其直接相关部门肯于做长期的坚忍不拔的努力。新世纪高职高专教材编审委员会就是由全国100余所高职高专院校和出版单位组成的旨在以推动高职高专教材建设来推进高等职业教育这一变革过程的联盟共同体。

在宏观层面上,这个联盟始终会以推动高职高专教材的特色建设为己任,始终会从高职高专教学单位实际教学需要出发,以其对高职教育发展的前瞻性的总体把握,以其纵览全国高职高专教材市场需求的广阔视野,以其创新的理念与创新的运作模式,通过不断深化的教材建设过程,总结高职高专教学成果,探索高职高专教材建设规律。

在微观层面上,我们将充分依托众多高职高专院校联盟的互补优势和丰裕的人才资源优势,从每一个专业领域、每一种教材入手,突破传统的片面追求理论体系严整性的意识限制,努力凸现高职教育职业能力培养的本质特征,在不断构建特色教材建设体系的过程中,逐步形成自己的品牌优势。

新世纪高职高专教材编审委员会在推进高职高专教材建设事业的过程中,始终得到了各级教育主管部门以及各相关院校相关部门的热忱支持和积极参与,对此我们谨致深深谢意,也希望一切关注、参与高职教育发展的同道朋友,在共同推动高职教育发展、进而推动高等教育体制变革的进程中,和我们携手并肩,共同担负起这一具有开拓性挑战意义的历史重任。

新世纪高职高专教材编审委员会

2001年8月18日

前言

《高等数学(应用类)》是新世纪高职高专教材编委会组编的基础类课程规划教材之一。

为了适应高等职业教育学制逐步由三年向两年转变的形势,同时为了能更好地将理论知识与实际应用相结合,我们组织编写了本教材。该书以“概念、定理适度掌握,深化实用,培养技能”为重点,充分体现了以应用为目标、以够用为度的高职教学基本原则。理论描述精确简练,具体讲解明晰易懂,很好地兼顾了高职各专业对高等数学知识的需要。与同类教材相比,本教材具有如下特点:

1.强调数学概念与实际问题的联系;

2.适度淡化逻辑证明;

3.充分考虑了高职学生的数学基础,较好地处理了初等数学与高等数学之间的过渡和衔接;

4.优选了微积分、矩阵与线性方程组、微分方程、拉普拉斯变换等知识在现实生活中的应用实例,适用专业面广;

5.每章前附有本章教学要求,有利于教师、学生的教与学;

6.每节后的习题对应性强,量少简洁;

7.本教材按80课时设计,对两年制教学或三年制教学均适用。

《高等数学(应用类)》共分9章,分别是:函数、极限与连续;导数与微分;导数的应用;不定积分;定积分及其应用;行列式、矩阵与线性方程组;微分方程;傅里叶级数;拉普拉斯变换。书末附有初等数学部分常用公式、简易积分表、基本初等函数、拉普拉斯变换表、有理分式分解为部分分式等五个附表。

《高等数学(应用类)》由广西工业职业技术学院关革强任主编,广西经济贸易职业技术学院颜秀芬、广西工业贸易职业技术学院杨华宣、广西工业职业技术学院刘崇华任副主编。另外,广西工业职业技术学院杨文晴也参与了部分内容的编写。具体分工如下:第1章、第2章由杨文晴、关

革强共同编写,第3章由杨华宣编写,第4章由关革强编写,第5章、第6章由颜秀芬编写,第7章由关革强编写,第8章、第9章由刘崇华编写,附录由关革强编写。全书的组织与审定工作由关革强老师负责。此外,黑龙江工商职业技术学院李凤香老师审阅了全部书稿并提出了很多宝贵的意见,在此谨致谢忱。

尽管我们在《高等数学》(应用类)的特色建设方面做出了很多的努力,但由于能力和水平所限,不当之处仍在所难免,恳请各相关教学单位和读者在使用本教材的过程中给予关注,并将意见和建议及时反馈给我们,以便修订时改进。

所有意见和建议请发往:gzjckfb@163.com
联系电话:0411-84707492 84706104

编 者

2005年8月

目 录

第 1 章

函数、极限与连续

本章学习目标

理解函数的概念;了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性;理解反函数和复合函数的概念;熟练掌握基本初等函数的性质及图形;能建立简单实际问题中的函数关系(包括基本经济函数);掌握极限的描述性定义,在整个学习过程中逐步加深对极限思想的理解;掌握极限的四则运算法则;会用两个重要极限求极限,掌握无穷小、无穷大的概念及无穷小的比较;理解函数在一点连续的概念,会判断间断点及间断点的类型;了解初等函数的连续性,理解在闭区间上连续函数的性质.

1.1 函 数

在自然现象、经济活动和工程技术中,往往同时遇到几个变量,这些变量通常不是孤立的,而是遵循一定规律相互依赖的,这个规律反映在数学上就是变量与变量之间的函数关系.关于函数的有关知识,已在中学数学中作了介绍,本节仅就其中的一部分作简要的叙述,并作必要的补充.

1.1.1 函数的概念

1.函数的定义

定义 1 设某一变化过程中有两个变量 x 和 y,如果当变量 x 在其变化范围内任意取定一个值时,变量 y 按照一定的对应法则有确定的值与它对应,则称 y 是关于 x 的**函数**,记作 $y=f(x)$.其中 x 叫做**自变量**,y 叫做**因变量**.

如果自变量 x 取某一数值 x_0 时,函数 y 有确定的值和它对应,就称函数在点 x_0 有定义.在一般情况下,使函数有定义的自变量的值的集合,称为函数的定义域,它一般是数轴上的一些点的集合(区间).在实际问题中,还应结合实际意义来确定函数的定义域.自变量取定义域内某一值时,因变量的对应值,叫做函数值.函数值的集合叫做函数的值域,它是由定义域和对应的法则决定的.

如果对于定义域内任意一个自变量的值,函数只有一个确定的值和它对应,这种函数

叫做**单值函数**;否则,就叫做**多值函数**.本书所讨论的函数,如果没有特别指出,均指单值函数.

【例 1】 求函数 $f_1(x)=\dfrac{x^2-2x}{x}$ 的定义域,并与函数 $f_2(x)=x-2$ 比较一下,看它们是否表示同一个函数?

解 $f_1(x)$的定义域是 $x\neq0$ 的一切实数,即$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$;而 $f_2(x)$的定义域是$(-\infty,+\infty)$.

由于 $f_1(x)$与 $f_2(x)$的定义域不同,故 $f_1(x)$与 $f_2(x)$表示的不是同一个函数.

说明 决定函数的两要素是函数定义域和对应法则,因此,两个函数只有在它们的定义域和对应法则都相同时,才认为是相同的.

2.分段函数

表示函数的方法通常有解析法、列表法和图示法三种.

利用解析法表示函数时,一般用一个解析表达式表示一个函数.有时需要用几个解析表达式表示一个函数,即对于自变量不同的取值范围,函数采用不同的解析表达式,这种函数叫做**分段函数**.

例如:

$$y=|x|=\begin{cases}x & (x\geqslant0)\\ -x & (x<0)\end{cases}\quad 及\quad y=\begin{cases}1 & (0<x\leqslant5)\\ 0 & (x=0)\\ -1 & (-5\leqslant x<0)\end{cases}$$

都是分段函数.其图像分别如图 1-1 和图 1-2 所示.

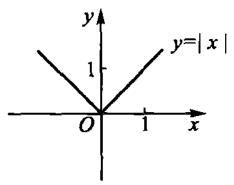

图 1-1

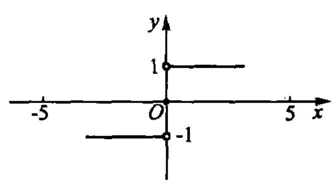

图 1-2

注意 (1)分段函数是用几个解析表达式表示一个函数,而不是表示几个函数.

(2)分段函数的定义域是各段自变量取值集合的并集.

【例 2】 A、B 两地间的汽车运输,其旅客携带行李按下列标准支付运费:不超过 10 公斤的不收行李费;超过10 公斤而不超过 25 公斤的,超出部分每公斤收运费 0.50 元;超过 25 公斤而不超过 100 公斤的,超出部分每公斤收运费 0.80 元.试列出运输行李的运费与行李的重量之间的函数关系式,写出其定义域,并求出所带行李分别为 16 公斤和 65 公斤的甲、乙两旅客各应支付多少运费?

分析 由于行李的重量在不超过 10 公斤、超过 10 公斤而不超过 25 公斤、超过 25 公斤而不超过 100 公斤三种情况下,其运费的计算方法是各不相同的,因此,该关系式需用分段函数来表示.

假设行李的重量为 x 公斤,运费为 y 元,则

(1)当 $0\leqslant x\leqslant10$ 时,$y=0$.

(2)当 $10<x\leqslant25$ 时，由于不超过10公斤的行李不收费，故单价为0.50元的行李重量为 $(x-10)$ 公斤，这时运费 $y=0.50(x-10)$.

(3)当 $25<x\leqslant100$ 时，运费是由 y_1、y_2 两部分组成的：①前25公斤在扣除10公斤免费后，余下的15公斤每公斤收运费0.50元，则 $y_1=0.50\times(25-10)$；②超过25公斤而不超过100公斤部分的重量为 $(x-25)$，这时 $y_2=0.80(x-25)$.

因此，可得如下解答：

解 设行李重量为 x 公斤，则行李的运费为

$$y=f(x)=\begin{cases}0 & (0\leqslant x\leqslant10)\\ 0.50(x-10) & (10<x\leqslant25)\\ 0.50\times(25-10)+0.80(x-25) & (25<x\leqslant100)\end{cases}$$

$$=\begin{cases}0 & (0\leqslant x\leqslant10)\\ 0.5x-5 & (10<x\leqslant25)\\ 0.8x-12.5 & (25<x\leqslant100)\end{cases}$$

其定义域为 $[0,100]$.

$f(16)=0.50\times16-5=3.00$ (元)

$f(65)=0.80\times65-12.5=39.50$ (元)

即甲、乙两旅客应分别支付运费3.00元和39.50元.

1.1.2 函数的几种特性

1.函数的单调性

定义2 设函数 $y=f(x)$ 定义在区间 (a,b) 内，如果对于 (a,b) 内的任意两点 x_1、x_2，当 $x_1<x_2$ 时，都有

$$f(x_1)<f(x_2) \qquad (\text{或} f(x_1)>f(x_2))$$

成立，则称函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内是单调增加(或单调减少)的，而称区间 (a,b) 为单调增加(或单调减少)区间.

【例3】 判别函数 $f(x)=1-x^2$ 的单调性，并写出其增减区间.

解 对于 x_1、$x_2\in(-\infty,+\infty)$，且 $x_2-x_1>0$，有

$f(x_1)-f(x_2)=(1-x_1^2)-(1-x_2^2)=(x_2+x_1)(x_2-x_1)$

(1)当 x_1、$x_2\in(-\infty,0)$ 时，因 $x_2-x_1>0$，且 $x_2+x_1<0$，所以 $f(x_1)-f(x_2)<0$，即 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 内是单调增加的.

(2)当 x_1、$x_2\in[0,+\infty)$ 时，因 $x_2-x_1>0$，且 $x_2+x_1>0$，所以 $f(x_1)-f(x_2)>0$，即 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 内是单调减少的.

所以函数 $f(x)$ 的单调增加区间为 $(-\infty,0)$；单调减少区间为 $[0,+\infty)$.

2.函数的奇偶性

定义3 设函数 $f(x)$ 定义在区间 (a,b) 内，如果对于任一 $x\in(a,b)$，都有

$$f(-x)=-f(x)$$

成立，则称函数 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内是**奇函数**；如果对于任一 $x\in(a,b)$，都有

$$f(-x)=f(x)$$

成立,则称函数 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内是**偶函数**.

奇函数的图像是关于原点对称的,偶函数的图像是关于 y 轴对称的.

【例 4】 判别下列函数的奇偶性:

(1) $f(x)=x^3$

(2) $f(x)=\frac{1}{2}(a^x+a^{-x})$

(3) $f(x)=\frac{1}{x}+1$

解 (1)因为 $f(-x)=(-x)^3=-x^3=-f(x)$,所以

$f(x)=x^3$ 是奇函数.

(2)因为 $f(-x)=\frac{1}{2}[a^{-x}+a^{-(-x)}]=\frac{1}{2}(a^x+a^{-x})=f(x)$,所以

$f(x)=\frac{1}{2}(a^x+a^{-x})$ 是偶函数.

(3)因为 $f(-x)=-\frac{1}{x}+1$,它既不等于 $-f(x)$,也不等于 $f(x)$,所以

$f(x)=\frac{1}{x}+1$ 是非奇非偶函数.

3.函数的周期性

定义 4 对于函数 $y=f(x)$,如果存在一个常数 $T(T\neq 0)$,使得对于在其定义域内的所有 x,都有

$$f(x+T)=f(x)$$

成立,则称 $y=f(x)$ 是**周期函数**,而称 T 为**函数的周期**.通常,我们把周期函数的最小正周期简称为**周期**.

例如,函数 $y=\sin x$ 和 $y=\cos x$ 都是以 2π 为周期的周期函数;函数 $y=\tan x$ 和 $y=\cot x$ 都是以 π 为周期的周期函数.

4.函数有界性

定义 5 对于定义在 (a,b) 内的函数 $y=f(x)$,如果存在一个正数 M,使得对于 (a,b) 内的所有 x,都有

$$|f(x)|\leqslant M$$

成立,则称 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内是**有界的**.如果这种 M 不存在,则称 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内是**无界的**.

例如,因为对于任一 $x\in(-\infty,+\infty)$,都有 $|\sin x|\leqslant 1$,所以,$y=\sin x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内是有界的.而函数 $y=\frac{1}{x}$ 在区间 $(0,1)$ 内是无界的,因为不存在这样的正数 M,使 $\left|\frac{1}{x}\right|\leqslant M$ 对于 $(0,1)$ 内的所有 x 都成立;但 $y=\frac{1}{x}$ 在 $(1,2)$ 内是有界的,因为存在着这样的 M(例如 $M=1$)使 $\left|\frac{1}{x}\right|\leqslant M$ 对于 $(1,2)$ 内的所有 x 都成立.

1.1.3　复合函数与初等函数

1.反函数

定义6　设函数 $y=f(x)$ 的定义域是 (a,b)，值域是 (c,d)，若对于 (c,d) 中的任一 y 值，都有惟一的 $x\in(a,b)$，使得

$$f(x)=y$$

成立，这时 x 也是 y 的函数，称它为 $y=f(x)$ 的**反函数**，记作 $x=f^{-1}(y)$. 这时，称 $y=f(x)$ 为**直接函数**.

由定义可知，反函数 $x=f^{-1}(y)$ 的定义域是直接函数的值域；而反函数的值域是直接函数的定义域.

习惯上，常用 x 表示自变量，y 表示因变量. 因此，经常把反函数 $x=f^{-1}(y)$ 记作 $y=f^{-1}(x)$.

【例5】　求下列函数的反函数：

(1) $y=\dfrac{x-1}{x+1}$；

(2) $y=10^{x+2}$.

解　(1)等式两边同乘以 $x+1$，得

$$xy+y=x-1$$

$$x(1-y)=1+y$$

则

$$x=\frac{1+y}{1-y}\quad(y\neq1)$$

故 $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ 的反函数为 $x=\dfrac{1+y}{1-y}$，习惯上写成 $y=\dfrac{1+x}{1-x}$ $(x\neq1)$.

(2)等式两边同时取以10为底的对数，得

$$\lg y=x+2$$

$$x=\lg y-2$$

即 $y=10^{x+2}$ 的反函数为 $x=\lg y-2$，习惯上写成 $y=\lg x-2\,(x>0)$.

反函数是相对的，例5(2)中 $y=\lg x-2$ 是 $y=10^{x+2}$ 的反函数，而 $y=10^{x+2}$ 也是 $y=\lg x-2$ 的反函数.

此外，互为反函数的两个函数的图形对称于直线 $y=x$.

2.基本初等函数

下面六类函数统称为基本初等函数：

(1)常函数 $y=c$ (c 为常数)；

(2)幂函数 $y=x^{a}$ (a 为实数)；

(3)指数函数 $y=a^{x}$ ($a>0$，且 $a\neq1$)；

(4)对数函数 $y=\log_a x$ ($a>0$，且 $a\neq1$)；

(5)三角函数 $y=\sin x$，$y=\cos x$，$y=\tan x$，$y=\cot x$，$y=\sec x$，$y=\csc x$；

(6)反三角函数 $y=\arcsin x$，$y=\arccos x$，$y=\arctan x$，$y=\operatorname{arccot} x$.

上述这些函数已在中学数学中做过较详细的讨论，下面就其图像和性质作简要的复习.

(1)常函数:$y = c$(c 为常数)

它的图形是一条平行于 x 轴且截距为 c 的直线(如图 1-3 所示),其定义域是 $x\in(-\infty,+\infty)$.

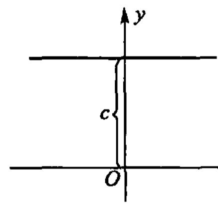

图 1-3

(2)幂函数:$y = x^{a}$($a\in\mathbf{R}$)

它的图形和性质随 a 的不同而不同,但不论 a 取何值,它在 $(0,+\infty)$ 内总有定义,而且其图形都过点(1,1).

当 $a>0$ 时,它在第一象限是增函数,其第一象限的图形如图 1-4 所示;当 $a<0$ 时,它的定义域是 $x\neq 0$,且在第一象限是减函数,其第一象限的图形,如图 1-5 所示.

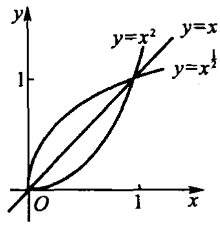

图 1-4

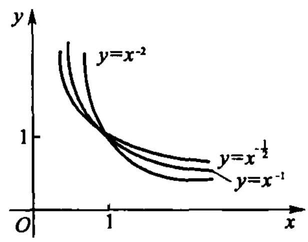

图 1-5

(3)指数函数:$y = a^{x}$($a>0$,且 $a\neq 1$),特别当 $a = \mathrm{e} = 2.718\,28\cdots$ 时,函数为 $y=\mathrm{e}^{x}$.

它的图形如图 1-6 所示.其定义域是 $x\in(-\infty,+\infty)$,值域是 $y\in(0,+\infty)$. 当 $a>1$ 时,函数单调增加;当 $0<a<1$ 时,函数单调减少.无论 $a>1$ 还是 $0<a<1$,函数的图形都过点(0,1),且以 x 轴为渐近线.

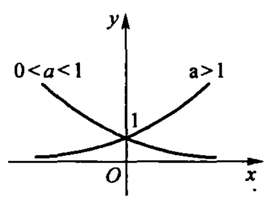

图 1-6

(4)对数函数:$y = \log_{a}x$($a>0$,且 $a\neq 1$),特别当 $a = 10$ 时,$y=\lg x$ 称为常用对数;当 $a=\mathrm{e}$ 时,$y=\ln x$ 称为自然对数.

它的图形如图 1-7 所示.其定义域是 $x\in(0,+\infty)$,值域是 $y\in(-\infty,+\infty)$.当 $a>1$ 时,函数单调增加;当 $0<a<1$ 时,函数单调减少.无论 $a>1$ 还是 $0<a<1$,函数的图形都过点(1,0),且以 y 轴为渐近线.

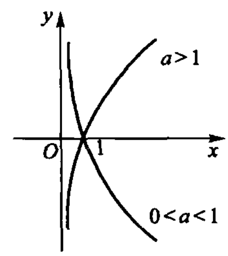

图 1-7

对数函数与指数函数互为反函数.

(5)三角函数

三角函数有正弦函数 $y=\sin x$、余弦函数 $y=\cos x$、正切函数 $y=\tan x$、余切函数 $y=\cot x$、正割函数 $y=\sec x$ 和余割函数 $y=\csc x$.

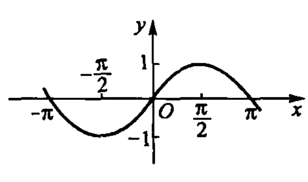

图 1-8

正弦函数 $y=\sin x$ 的图形,如图 1-8 所示,其定义域是 $x\in(-\infty,+\infty)$,值域是 $y\in[-1,1]$. 它是奇函数,即 $\sin(-x)=-\sin x$;也是周期函数,周期 $T=2\pi$;还是有界函

数，$|\sin x| \leqslant 1$；当 $x \in \left(2k\pi - \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{\pi}{2}\right)$（$k \in \mathbf{Z}$，下同）时是单调增加的；当 $x \in \left(2k\pi + \frac{\pi}{2}, (2k+1)\pi + \frac{\pi}{2}\right)$ 时是单调减少的.

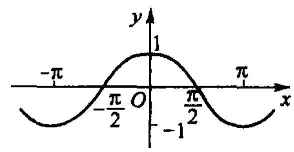

图 1-9

余弦函数 $y = \cos x$ 的图形如图 1-9 所示. 其定义域是 $x \in (-\infty, +\infty)$，值域是 $y \in [-1, 1]$. 它是偶函数，即 $\cos(-x) = \cos x$；也是周期函数，周期 $T = 2\pi$；还是有界函数，$|\cos x| \leqslant 1$；当 $x \in ((2k-1)\pi, 2k\pi)$ 时是单调增加的，而当 $x \in (2k\pi, (2k+1)\pi)$ 时是单调减少的.

正切函数 $y = \tan x$ 的图形如图 1-10 所示，其定义域是 $x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$ 的实数；它是奇函数，即 $\tan(-x) = -\tan x$；也是周期函数，周期 $T = \pi$；当 $x \in \left((2k-1)\frac{\pi}{2}, (2k+1)\frac{\pi}{2}\right)$ 时是单调增加的.

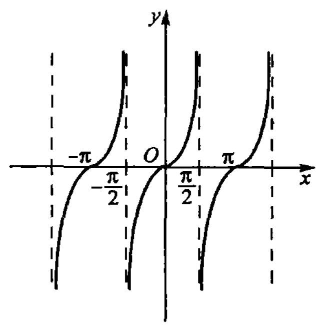

图 1-10

余切函数 $y = \cot x$ 的图形如图 1-11 所示，其定义域是 $x \neq k\pi$ 的实数. 它是奇函数，即 $\cot(-x) = -\cot x$；也是周期函数，周期 $T = \pi$；当 $x \in (k\pi, (k+1)\pi)$ 时是单调减少的.

(6)反三角函数

反三角函数是三角函数的反函数，有反正弦函数 $y = \arcsin x$、反余弦函数 $y = \arccos x$、反正切函数 $y = \arctan x$ 和反余切函数 $y = \operatorname{arccot} x$.

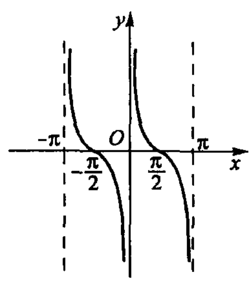

图 1-11

反正弦函数 $y = \arcsin x$ 的图形如图 1-12 所示. 其定义域是 $x \in [-1, 1]$，主值区间（值域）是 $y \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$，它是单调增加的，是奇函数，即 $\arcsin(-x) = -\arcsin x$.

反余弦函数 $y = \arccos x$ 的图形如图 1-13 所示. 其定义域是 $x \in [-1, 1]$，主值区间（值域）是 $y \in [0, \pi]$；它是单调减少的，且有 $\arccos(-x) = \pi - \arccos x$ 成立.

反正切函数 $y = \arctan x$ 的图形如图 1-14 所示. 其定义域是 $x \in (-\infty, +\infty)$，主值区间（值域）是 $y \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$；它是单调增加的，且是奇函数，即 $\arctan(-x) = -\arctan x$.

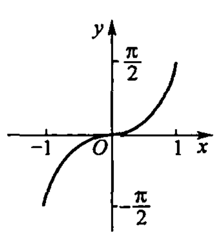

图 1-12

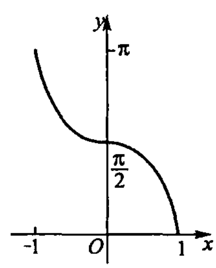

图 1-13

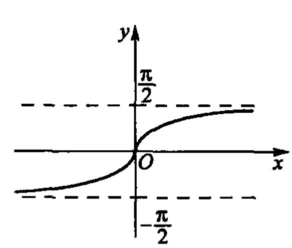

图 1-14

反余切函数 $y = \operatorname{arccot} x$ 的图形如图 1-15 所示. 其定义域是 $x \in (-\infty, +\infty)$，主值区