



全国最佳助学读物策划机构
中国民营书业十大品牌实力机构



教材 全析

全程高效学习方案



YZLI0890160866

总主编 严 军 本册主编 卢建武 冯 寅

用一本好书 圆人生梦想

- ★ “春雨奖学计划”指定用书
- ★ 千锤百炼 全国课改名校一线名师3年磨一剑
- ★ 品质领先 高效学习拓展成功新捷径

数学 必修④

金四导·国标人教A版

中国少年儿童新闻出版总社
中国少年儿童出版社



全国最佳助学读物策划机构
中国民营书业十大品牌实力机构



联合推荐

下载名校密卷
名师解疑释难

教材 全析

全程高效学习方案



YZLI0890150866

总主编 严军
本册主编 卢建武 冯寅
撰稿 蒋一莉 张萍慧 沈潮海

数学 必修④

金四导·国标人教A版

中国少年儿童新闻出版总社
中国少年儿童出版社

图书在版编目(CIP)数据

金四导. 高中数学. 4:必修/严军主编;卢建武编写.
北京:中国少年儿童出版社,2008.6(2011.7重印)
ISBN 978-7-5007-8948-2

I. 金… II. 严… III. 数学课-高中-教学
参考资料 IV. G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第066201号



国标人教A版

“春雨奖学金计划”指定用书
金四导·教材全析

数 学

必修④

出版发行: 中国少年儿童新闻出版总社

中国少年儿童出版社

出 版 人: 李学谦

执行出版人: 赵恒峰

总 主 编: 严 军

主 编: 卢建武 冯 寅

责任编辑: 贺泽红

责任校对: 丁荣锋

地 址: 北京市东四十二条21号

电 话: 010-64132053

E-mail: dakaiming@sina.com

印刷: 山东日照伟星印务有限公司

开本: 880×1230 1/16

2011年7月第1版第2次印刷

字数: 1350千字

ISBN 978-7-5007-8948-2/G·6475

封面设计: 春雨教育编辑部

美术编辑: 周建明

责任印务: 李建国

邮政编码: 100708

传 真: 010-64132053

经销: 新华书店

印张: 50

印数: 5000册

定价: 105.00元(共5册)

图书若有印装问题,请及时向印务部联系退换。

版权所有,侵权必究。

11-1083-1



毅力是一种 快乐的持续

在这个世界上,当你想有所成就的时候,最先想到的应该是找到自己的原始冲动,然后用毕生的时间全力以赴、梦萦魂牵地去实现它。

所谓原始冲动,就是你自己的天赋所在,你最狂热最感兴趣,不做就会死的那件唯一的事情。

每天用你最喜欢的方式做你最喜欢的事情,这是一种莫大的幸福。然后,每天重复这种快乐的做事方式和做事心情,久而久之,形成习惯。天长日久,这种习惯就会成为性格,性格决定命运。性格不是天生的,性格就是这样培养出来的。所以,要让你的命运出现转机,就要找到自己最喜欢的事情。

当你因为兴趣而做一件事情的时候,这个世界上就没有毅力和坚持之类的事情。外人看到的你的毅力,仅仅是因为你做这件事情时那种快乐的心情。其实,在这个世界上,“毅力”是根本不存在的品质,因为所谓的“毅力”是因为快乐而可以长期做一件事情并不放弃的态度。所以,毅力是一种快乐,不是一种痛苦。从这个角度上来说,有些懒惰的人,并不是他们真的懒惰,而是因为他们没有找到自己的原始冲动并把它培养成习惯而已。

我自己是最好的例子。我初中的时候找到自己的最爱是英语,然后用自己喜欢的方式学习它。比如,每天早晨都坐在奶奶身边读英语,每天读半个小时。奶奶不懂英语,但是每天都夸我:“俺乖乖读得真好!”我很有成就感,每天坐在奶奶身边读英语。奶奶就闭着眼睛静静地听着。我觉得,每天早晨,陪着奶奶读英文是世界上最幸福的事情。我从初一读到初三,从高一读到高三,大学里依然坚持晨读。慢慢地,同学们对我的英语成绩只能羡慕而无法超越。我晨读英语的习惯,是一种幸福的坚持,没有感觉到丝毫的痛苦。我也没想到,晨读英语需要毅力,它只是我的原始冲动而已。

还有一个例子,一个我非常欣赏的男人的故事。他是一个防盗系统安装工程师,他的工作就

就是每天去客户的门前安装防盗器械,每次挖洞的时候,他的文字灵感就如“滔滔江水,连绵不绝”。每当此时,他就会坐在梯子上,把他喷薄而出的美丽文字记录下来。当年的他,就是这样,一边干活一边记录下这些让他兴奋不已的文字精灵。半年下来,居然积累了200多首歌词。他选出自己最得意的100首装订成册,寄了100份到各大唱片公司。没想到泥牛入海,毫无音信。但他并不伤心,因为他对文字有发自内心的热爱,像喷涌而出的岩浆,火红火红的,谁都拦不住。他是因为热爱而写,不是为了别的。我觉得,这个男人心中最柔软的部分已经留给了他的最爱——具有缠绵情怀的中国汉字。1997年7月7日凌晨,他像往常一样去安装防盗系统。这时有人打电话给他,他坐在梯子上接了电话,这个打电话给他的人叫做吴宗宪。

故事的结局是,工程师成为海峡两岸最具声望的歌词作者,他写的歌词包括《东风破》、《菊花台》、《青花瓷》等,他的名字叫方文山。周杰伦歌曲中大部分经典的歌词都出自他的神来之笔。

找到你自己的原始冲动,那么,坚持,就成为一种快乐的持续。这种持续,才是真正的毅力。

“一切的现在都孕育着未来”

未来的一切都生长于它的昨天

希望,并且为它奋斗

请将这一切放在你的肩上……”



我们的目标是： 将教材讲深、讲透、讲到位

致读者

亲爱的同学：

这是一柄神奇的金钥匙，为你打开通向桂冠的大门；

这是一座心灵的桥梁，连接着你高远的志向、你的梦想和你书海搏击的身姿。

在新学期到来之际，《教材全析》带着春雨名师的体温，带着春雨人殷殷的嘱托与期盼，悄然来到你的身边。

依据最新《课程标准》，将各学科的全部重点、难点、疑点和易错点一网打尽，全方位的精细讲解与分层级的梯度练习无缝对接——《教材全析》事半功倍的奇妙功效将让你在使用途中渐次感知。

本章综合视窗

以背景问题、趣味问题、数学史掌故或科技前沿问题，激发学生兴趣、探究的兴趣。

教材知识详析

全面、深入解析教材重、难、疑点，将教材讲深、讲透、讲到位。

教材知识拓展

围绕教材的延伸、拓展、演绎、整合的知能增长点，达到全面、渗透的要求。

课标题型探究

源于教材而高于教材，全面提升学生的发散思维与创新能力。

常见误区分析

举例讲解本节出现的常错、易错题，对解题方法进行总结和归纳。

第一章

三角函数

本章综合视窗

情境导入

“月有阴晴圆缺，……海有潮涨潮落。”海水受日月的引力，在一定的时候发生涨落的现象叫潮汐。潮汐有着循环往复、周而复始的变化规律。在通常情况下，船在涨潮时被进航。

数值。

3. 借助单位圆中的三角函数线推导出诱导公式 $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$ 的正弦、余弦，以及 $\pi + \alpha$ 的正弦、余弦、正切，并能进行简单应用。

1.1 任意角和弧度制

1.1.1 任意角

课标要求

1. 认识角扩充的必要性，了解任意角的概念。
2. 能用集合和数学符号表示终边相同的角、象限角以及终边满足一定条件的角。

教材知识详析

要点1 了解任意角的概念

角可以看成是由平面内一条射线绕着端点从一个位置旋转到另一个位置所形成的图形。按逆时针方向旋转形成的角叫做正角，按顺时针方向旋转形成的角叫做负角。如果一条射线没有作任何旋转，那么我们就称它形成了一个零角。始边和终边重合的角不一定是零角。

【案例1】 下列说法中正确的是_____。

- ①时间经过4 h，时针转过 120° 角；
- ②小于 180° 的角是锐角、直角或钝角；
- ③ 210° 角与 -510° 角的终边相同。

【解析】 任意角中的正、负角之分关键看射线的旋转方向。

- ①错，转过角度为 -120° ；②错，小于 180° 的角可能为负角；③正确。

【解答】 ③。

要点2 象限角的确定、终边相同的角的集合表示

要点3 会在平面内建立适当的坐标系来讨论任意角、象限角的确定

在平面直角坐标系中，把角的顶点放在坐标原点，角的始边放在 x 轴正半轴上，这时，角的终边在第几象限，我们就说这个角是第几象限角。如果角的终边在坐标轴上，那么就认为这个角不属于任何象限。

要点4 终边相同的角的集合表示

所有与角 α 终边相同的角，连同角 α 在内，可构成一个集合 $S = \{\beta | \beta = \alpha + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$ ，即任一与角 α 终边相同的角，

教材知识拓展

拓展点1 由角的终边位置关系写出角的集合
给出已知角，写出与它的终边关于某条直线对称（或某点中心对称）的角的集合，关键是根据对称思想，找到这个角的终边位置，并写出其特殊角，再写成终边相同的角的集合。

【案例4】 设 $\alpha = 30^\circ$ 。

课标要求

类型一 任意角的概念

【例1】 (变点1) $A = \{\text{小于 } 90^\circ \text{ 的角}\}$, $B = \{\text{第一象限的角}\}$, 则 $A \cap B$ 等于()。

- A. {锐角}
- B. {小于 90° 的角}
- C. {第一象限的角}
- D. 以上都不对

【解析】 本题考查任意角的概念。小于 90° 的角由锐角、零角、负角组成，而第一象限角包含锐角及其他终边在第一象限的角，所以 $A \cap B$ 是由锐角及终边在第一象限的负角组成。

常见误区分析

【例1】 若角 α 是第三象限角，求 $\frac{\alpha}{2}$, 2α 的终边所在的位置。

【错解】 因为 α 是第三象限角，

所以 $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ ，从而 $90^\circ < \frac{\alpha}{2} < 135^\circ$, $360^\circ < 2\alpha < 540^\circ$ 。

所以 $\frac{\alpha}{2}$ 的终边在第二象限， 2α 的终边在第一或第二象限。

【错因分析】 上述解法是典型错误，一是由于思维定式将第二象限角的范围弄错；二是忽略了角 2α 的终边在坐标轴上的情况。

【正确解答】 因为 α 是第三象限角，



让学习快乐、高效、无障碍

也许，你是“春雨教育”图书的老朋友；也许，你是春雨人的新相识，选择了怀抱理想的春雨人，选择了曾托举数千学子成功跨入清华、北大之门的“春雨教育”品牌图书，你就选择了快乐的学习历程，选择了胜利的桂冠，选择了梦想的成功！

关注“春雨奖学计划”吧。如果你成功了，别忘了让我们分享你的经验和喜悦。我们盼望你成为“龙虎榜”中的一员，盼望你的照片和你的学习感悟成为激励下一届同学的生动资料。

你搏击的路上，有《教材全析》一路相伴，那是春雨人在为你的拼搏加油，那是春雨人在为你的成功喝彩！

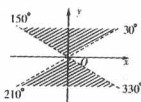
本章知识能力提升平台

教材全析
JIAOCAI QUANXI

知识提升训练

夯实基础

1. (要点1)下列说法中正确的是()。
A. 第一象限角一定不是负角
B. 小于 90° 的角一定是锐角
C. 钝角一定是第二象限角
D. 终边相同的角一定相等
2. (要点2)在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 之间且与 -35° 的终边相同的角是()。
A. 325° B. -125°
C. 35° D. 235°
3. (要点2)若 α 为钝角，则 $k \cdot 180^\circ + \alpha (k \in \mathbb{Z})$ 所在的象限是()。
A. 第二象限 B. 第四象限
C. 第一、三象限 D. 第二、四象限
4. (要点2)若 α 是任意一个角，则 α 与 $-\alpha$ 的终边关于_____对称。
5. (要点2)与 -490° 角终边相同的角的集合是_____，其中最小的正角是_____。
6. (拓展点2)已知角 β 的终边在图中阴影部分所表示的范围内(不包括边界)，则角 β 的集合是_____。



(第6题)

教材习题详解

思考12

【解答】(1)只需将分针顺时针旋转 30° 就可以将它校准；

(2)只需将分针逆时针旋转 450° 或顺时针旋转了 870° 就可以校准。

探究13

【解答】(1)以它为终边的角不一。

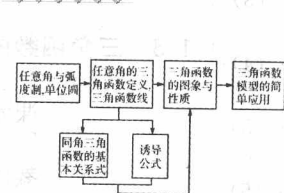
(2)若角 α, β 终边相同，则它们的关系为：将角 α 终边旋转(逆时针或顺时针) $k(k \in \mathbb{Z})$ 周即得角 β ， α, β 的数量关系用集合表示为 $\{\beta | \beta = k \cdot 360^\circ + \alpha, k \in \mathbb{Z}\}$ ，即 α, β 大小相差 360° 的整数倍。

搞清以上问题需清楚终边相同的角的概念及表示：

知识提升训练

2002年11月22日，在匈牙利布达佩斯第36届世界体操锦标赛上，“跳马后手翻转体 180° 度直体前空翻 900° 度”的“李小鹏”惊为天人；2005年11月23日，第38届世界体操锦标赛上，“跳马后手翻转体 180° 度接前空翻 540° 度”的“程菲”惊世全场；2008年8月17日，第29届北京奥运会的水立方里，105B(向内翻腾两周半——屈体)的郭晶晶技压群芳，再夺

知识结构串联



专题高考表现

【例1】(2011·北京(理))在 $\triangle ABC$ 中，若 $b=5, \angle B=2\pi/4$ ， $\tan A=2$ ，则 $\sin A=$ _____， $\cos A=$ _____。	【解答】 $\frac{2\sqrt{5}}{5}, 2\sqrt{10}$
【例2】(2011·北京(文))在 $\triangle ABC$ 中，若 $b=5, \angle B=2\pi/4$ ， $\sin A=1/3$ ，则 $a=$ _____。	【解答】 $\frac{5\sqrt{2}}{3}$
【例3】(2011·江西(文))已知角 θ 的顶点为坐标原点，始边为 x 轴的正半轴，若 $P(4, y)$ 是角 θ 终边上的一点，且 $\sin \theta = -2\sqrt{5}/5$ ，则 $a=$ _____。	【解答】 -8
【例4】(2011·重庆(文))若 $\cos \alpha = -3/5$ ，且 $\alpha \in (\pi, 3\pi/2)$ ，则 $\tan \alpha =$ _____。	【解答】 $4/3$

专题归纳拓展

专题一、三角函数定义、诱导公式、同角关系式考点整合

梳理：高考时常利用任意角的三角函数及诱导公式，考查三角函数的图象和性质，在处理一些复杂的三角问题时，同角的三角函数的基本关系式是解决问题的关键。

【例1】(2011·北京(理))在 $\triangle ABC$ 中，若 $b=5, \angle B=2\pi/4$ ， $\tan A=2$ ，则 $\sin A=$ _____， $\cos A=$ _____。

【解答】 $\frac{2\sqrt{5}}{5}, 2\sqrt{10}$

【例2】(2011·北京(文))在 $\triangle ABC$ 中，若 $b=5, \angle B=2\pi/4$ ， $\sin A=1/3$ ，则 $a=$ _____。

【解答】 $\frac{5\sqrt{2}}{3}$

【例3】(2011·江西(文))已知角 θ 的顶点为坐标原点，始边为 x 轴的正半轴，若 $P(4, y)$ 是角 θ 终边上的一点，且 $\sin \theta = -2\sqrt{5}/5$ ，则 $a=$ _____。

【解答】 -8

【例4】(2011·重庆(文))若 $\cos \alpha = -3/5$ ，且 $\alpha \in (\pi, 3\pi/2)$ ，则 $\tan \alpha =$ _____。

【解答】 $4/3$

知能提升训练

每节精选习题，紧扣考点，
题题精彩，让学生在训练中体
验成功的喜悦。

教材习题详解

对教材中的习题均给出提示，
益教益考。

遨游数学世界

精选与本课时相关联的课
外资料，拓宽学生的视野知识
面，提升学生的综合素养。

知识结构串联

运用网络图形形成知识框
架，帮助学生形成能力谱系。

专题高考表现

显示本章若干高考考点及
内容，列举最新高考题，使考
点内容、命题规律尽收眼底。

专题归纳拓展

精选最新高考题和模拟题，
按照本章要点整合新考点，并给
出精析、解答与点拨。



学科王
www.xuekewang.com
全国中小学教育资源门户

一线名师的擂台 学生家长的帮手

“学科王”教学资源网五大秘籍

秘籍木 之独木不成林——试卷悬赏

1. 全国各省、市(州)、县(区)高三质量调研、统考、联考与一、二、三模考试卷(任一套全科,含答案),若被采用,可获得100~400元报酬;单科(含答案),若被采用,可获得20~40元报酬。
2. 高考结束5天内,本省高考全真试卷(全科,含答案),若被采用,可获得100~400元报酬;单科(含答案),若被采用,可获得20~40元报酬。
3. 原创“自命题”和“改编题”(含解析和答案),一经采用,每道题可获得20~100元报酬。
4. 中考结束10天内,各地市或省中考试卷(全科,含答案),若被采用,可获得200~300元报酬;单科(含答案),若被采用,可获得20~30元报酬。
5. 学期末,将本校小学、初中、高中原创单元卷、月考卷、期中卷、期末卷、专题复习卷收集齐全并在下学期开学前邮寄至“学科王”教学资源网,一经采用,可获得如下报酬:
 - (1) 一校全年级、全学科(含答案),可获得3000~6000元报酬;
 - (2) 一校全年级、单学科(含答案),可获得1000~2000元报酬;
 - (3) 一校全学科、一个年级(含答案),可获得1000~2000元报酬。

秘籍金 之金玉满堂来——赚遍网站

1. 上传资料赚点:上传教育资源至本站(含试卷、课时练习、课件、教案、讲义等),通过审核,均可获得相应点数。用户可凭点数在网上消费下载精品教学资料,或兑换现金。如是正在悬赏的资料,奖励将更加丰厚。
2. 资源纠错赚点:当您发现本站的资料重复或错误时,可在专门投诉区发帖,将资料重复或者资料错误的地址复制到您所发帖子里,并指出错因。经编辑核实后,您将获得网站送出的奖励积分。
3. “主题工作室”赚点:本站为有丰富教学资源和有志共享共建教学资源库的教师建立专门“工作室”,为您个性化开发定制专题页面,参与网站建设和资源收集,优先约请您主编或参与编写春雨教育集团的教辅图书。
4. 活跃用户赚点:本站为会员提供了大量的赚点方式,如:免费注册,注册就送积分;每日登陆也会有积分赠送;如向本站提出各种好建议并被采纳,更会有丰厚的积分奖励。本站同时对宣传“学科王”、推荐新人的会员进行积分奖励;还将组织各种定期或不定期的活动,幸运用户将有意外惊喜。
5. 积分兑换:1人民币元=10学科王智币=1000学科王积分,积分兑换成智币后,可用于网站下载试卷或兑换现金等。每满50元即可兑换,无上限,可随时申请要求支付。网站个人账户内的每次积分变动都将站内短消息形式进行通知。

秘籍水 之物以稀为贵——资源交换

作为教师,一方面手中有大量的稀缺教学资源,但同时又有很多自己想要的教学资源无法获取,怎么办?

本站专为教师提供了资源交换平台,教师可以将自己手中的资源拿来悬赏,或直接进行交换,第一时间掌握各地教考进度和教学动态。

秘籍土 之积土以成山——互动答疑

1. 学生在学习中遇到的问题家长无法解决,又不敢或无法请教老师;
 2. 父母想为孩子请家教,可费用较高;
 3. 听了很多学长的学习方法,就是找不到适合自己的;
 4. 买了不少课外辅导书,可不会做的题还是有不少;
 5. 想通过帮助他人解决学习疑难问题以获得快乐体验和智慧成长,但不怎么有机会;
 6. 教师想通过讨论教学难点、热点,认识更多“教学和教研能手”,但没有合适的平台。
- 遇到上述情况,您可求助“学科王”专门开发的免费“互动答疑”平台。无论帮助他人或寻求帮助,您都会有意想不到的收获!

秘籍火 之行行出状元——成果出版

1. 收集一个地市小升初试卷(至少语、数两学科),且每学科试卷套数不低于18套;或只收集一个学科不低于18套试卷但有一定的包销量(≥ 3000 册),每学科可获得2000~2500元报酬。
2. 收集一个省小升初试卷至少语、数两学科,且每学科试卷套数不低于24套,涵盖全省60%以上地市(须含省会城市);或只收集一个学科不低于18套试卷但有一定的包销量(≥ 3000 册),每学科可获得2500~3000元报酬。
3. 地市命题的省,收集该省90%以上地市中考试卷(全科,含答案),可获得2000~3000元报酬。
4. 收集一个省地市统一命题的高考模拟试卷(一、二、三轮全科,含答案),且每学科试卷套数不低于20套,涵盖全省80%以上地市(须含省会城市);或收集某一学科不低于20套试卷但有一定包销量(≥ 3000 册),每学科可获得800~1200元报酬。

您还会获得的是:

1. 《小升初试卷精选》《中考试卷精选》《高考模拟试卷精选》等出版物的署名权。
2. 在吉林教育出版社主管的期刊《教师论坛》上发表论文的优先权,并可参加“1课3练杯”教育教学改革论文大奖赛。

“学科王”教学资源网: www.xuekewang.com 通讯地址:南京市鼓楼区中山北路88号建伟大厦17楼春雨教育集团“学科王”教学资源网收
邮 编: 210009 电话: 025-68801918 / 68801919 电子邮箱: xkw@xuekewang.com

目录

第一章 三角函数

本章综合视窗	(1)
--------------	-----

1.1 任意角和弧度制	(1)
-------------------	-----

1.1.1 任意角	(1)
-----------------	-----

课标要求导航	(1)
--------------	-----

教材知识详析	(1)
--------------	-----

教材知识拓展	(2)
--------------	-----

课标题型探究	(3)
--------------	-----

知能提升训练	(4)
--------------	-----

教材习题详解	(5)
--------------	-----

遨游数学世界	(5)
--------------	-----

1.1.2 弧度制	(6)
-----------------	-----

课标要求导航	(6)
--------------	-----

教材知识详析	(6)
--------------	-----

教材知识拓展	(6)
--------------	-----

课标题型探究	(7)
--------------	-----

知能提升训练	(8)
--------------	-----

教材习题详解	(9)
--------------	-----

1.2 任意角的三角函数	(11)
--------------------	------

1.2.1 任意角的三角函数	(11)
----------------------	------

课标要求导航	(11)
--------------	------

教材知识详析	(11)
--------------	------

教材知识拓展	(12)
--------------	------

课标题型探究	(13)
--------------	------

知能提升训练	(15)
--------------	------

教材习题详解	(16)
--------------	------

遨游数学世界	(18)
--------------	------

1.2.2 同角三角函数的基本关系	(18)
-------------------------	------

课标要求导航	(18)
--------------	------

教材知识详析	(18)
--------------	------

教材知识拓展	(19)
--------------	------

课标题型探究	(19)
--------------	------

知能提升训练	(21)
--------------	------

教材习题详解	(22)
--------------	------

1.3 三角函数的诱导公式	(24)
---------------------	------

课标要求导航	(24)
--------------	------

教材知识详析	(24)
--------------	------

教材知识拓展	(25)
--------------	------

课标题型探究	(25)
--------------	------

知能提升训练	(26)
--------------	------

教材习题详解	(28)
--------------	------

1.4 三角函数的图象与性质	(29)
----------------------	------

1.4.1 正弦函数、余弦函数的图象	(29)
--------------------------	------

课标要求导航	(29)
--------------	------

教材知识详析	(29)
--------------	------

教材知识拓展	(30)
--------------	------

课标题型探究	(31)
--------------	------

知能提升训练	(32)
--------------	------

教材习题详解	(33)
--------------	------

遨游数学世界	(34)
--------------	------

1.4.2 正弦函数、余弦函数的性质	(34)
--------------------------	------

课标要求导航	(34)
教材知识详析	(34)
教材知识拓展	(36)
课标题型探究	(37)
知能提升训练	(39)
教材习题详解	(41)
遨游数学世界	(42)
1.4.3 正切函数的性质与图象	(42)
课标要求导航	(42)
教材知识详析	(42)
教材知识拓展	(43)
课标题型探究	(44)
知能提升训练	(45)
教材习题详解	(47)
1.5 函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象	(49)
课标要求导航	(49)
教材知识详析	(49)
教材知识拓展	(50)
课标题型探究	(51)
知能提升训练	(53)
教材习题详解	(56)
1.6 三角函数模型的简单应用	(57)
课标要求导航	(57)
教材知识详析	(57)
教材知识拓展	(58)
课标题型探究	(59)
知能提升训练	(61)
教材习题详解	(63)

本章知识能力提升平台	(65)
------------	------

第一章综合能力测评	(70)
-----------	------

第二章 平面向量

本章综合视窗	(73)
--------	------

2.1 平面向量的实际背景及基本概念	(73)
---------------------------	------

课标要求导航	(73)
--------	------

教材知识详析	(73)
--------	------

教材知识拓展	(74)
--------	------

课标题型探究	(74)
--------	------

知能提升训练	(76)
--------	------

教材习题详解	(77)
--------	------

遨游数学世界	(78)
--------	------

2.2 平面向量的线性运算	(79)
----------------------	------

2.2.1 向量加法运算及其几何意义	(79)
---------------------------	------

课标要求导航	(79)
--------	------

教材知识详析	(79)
--------	------

教材知识拓展	(79)
--------	------

课标题型探究	(80)
--------	------

知能提升训练	(81)
--------	------

教材习题详解	(82)
--------	------

遨游数学世界	(82)
--------	------

2.2.2 向量减法运算及其几何意义	(83)
---------------------------	------

课标要求导航	(83)
--------	------

教材知识详析	(83)
--------	------

教材知识拓展	(83)
--------	------

课标题型探究	(84)
--------	------

知能提升训练	(85)
--------	------

教材习题详解	(86)
--------	------

遨游数学世界	(86)	2.4 平面向量的数量积	(102)
2.2.3 向量数乘运算及其几何意义	(87)	2.4.1 平面向量数量积的物理背景及其含义	(102)
课标要求导航	(87)	课标要求导航	(102)
教材知识详析	(87)	教材知识详析	(102)
教材知识拓展	(87)	教材知识拓展	(103)
课标题型探究	(87)	课标题型探究	(104)
知能提升训练	(88)	知能提升训练	(105)
教材习题详解	(90)	教材习题详解	(106)
遨游数学世界	(91)	遨游数学世界	(107)
2.3 平面向量的基本定理及坐标表示	(91)	2.4.2 平面向量数量积的坐标表示、模、夹角	(107)
2.3.1 平面向量基本定理	(91)	课标要求导航	(107)
2.3.2 平面向量的正交分解及坐标表示	(91)	教材知识详析	(107)
课标要求导航	(91)	教材知识拓展	(108)
教材知识详析	(91)	课标题型探究	(108)
教材知识拓展	(92)	知能提升训练	(109)
课标题型探究	(93)	教材习题详解	(111)
知能提升训练	(94)	遨游数学世界	(112)
教材习题详解	(96)	2.5 平面向量应用举例	(112)
遨游数学世界	(96)	2.5.1 平面几何中的向量方法	(112)
2.3.3 平面向量的坐标运算	(97)	课标要求导航	(112)
2.3.4 平面向量共线的坐标表示	(97)	教材知识详析	(112)
课标要求导航	(97)	课标题型探究	(113)
教材知识详析	(97)	知能提升训练	(115)
教材知识拓展	(97)	教材习题详解	(116)
课标题型探究	(98)	遨游数学世界	(117)
知能提升训练	(99)	2.5.2 向量在物理中的应用举例	(117)
教材习题详解	(101)		
遨游数学世界	(102)		

课标要求导航.....	(117)	教材知识拓展.....	(135)
教材知识详析.....	(117)	课标题型探究.....	(136)
教材知识拓展.....	(118)	知能提升训练.....	(137)
课标题型探究.....	(118)	教材习题详解.....	(140)
知能提升训练.....	(119)	3.1.3 二倍角的正弦、余弦、正切公式.....	(140)
教材习题详解.....	(120)	课标要求导航.....	(140)
遨游数学世界.....	(121)	教材知识详析.....	(140)
本章知识能力提升平台.....	(122)	教材知识拓展.....	(142)
第二章综合能力测评.....	(125)	课标题型探究.....	(142)
第三章 三角恒等变换		知能提升训练.....	(143)
本章综合视窗.....	(128)	教材习题详解.....	(146)
3.1 两角和与差的正弦、余弦和正切公式.....	(128)	3.2 简单的三角恒等变换.....	(147)
3.1.1 两角差的余弦公式.....	(128)	课标要求导航.....	(147)
课标要求导航.....	(128)	教材知识详析.....	(147)
教材知识详析.....	(128)	教材知识拓展.....	(148)
教材知识拓展.....	(129)	课标题型探究.....	(149)
课标题型探究.....	(130)	知能提升训练.....	(150)
知能提升训练.....	(131)	教材习题详解.....	(153)
教材习题详解.....	(134)	本章知识能力提升平台.....	(155)
3.1.2 两角和与差的正弦、余弦、正切公式.....	(134)	第三章综合能力测评.....	(162)
课标要求导航.....	(134)	必修④模块综合测评卷.....	(165)
教材知识详析.....	(134)		

第一章

三角函数

本章综合视窗

情境导入

“月有阴晴圆缺，……海有潮涨潮落。”海水受日月的引力，在一定的时候发生涨落的现象叫潮汐。潮汐有着循环往复、周而复始的变化规律。在通常情况下，船在涨潮时驶进航道，靠近船坞，卸货后落潮时返回海洋。下面是某港口在某天的时间与水深的关系表：

时刻	0:00	3:00	6:00	9:00	12:00	15:00	18:00	21:00	24:00
水深/m	5.0	7.5	5.0	2.5	5.0	7.5	5.0	2.5	5.0

(1) 选用一个三角函数来近似地描述这个港口的水深与时间的函数关系，并给出整点时水深的近似值。

(2) 一条货船的吃水深度(船底与水面的距离)为 4 m，安全条例规定至少要有 1.5 m 的安全间隙(船底与海底的距离)，该船何时能进入港口？在港口能呆多久？

三角函数是刻画这种(水深)周期性变化规律的重要模型，是一种基本初等函数。本章中，同学们将通过实例来学习三角函数及其基本性质，体会三角函数在解决具有周期变化规律问题中的作用，从中感受数学的价值。

方法指路

1. 了解任意角的概念和弧度制，能进行弧度与角度的互化。重点是将 $0^\circ \sim 360^\circ$ 范围内的角推广到任意角，了解弧度制，并能进行弧度与角度的换算；难点是弧度的概念。

2. 理解任意角三角函数(正弦、余弦、正切)的定义及基本关系式： $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ ， $\frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$ 。重点是任意角的正弦、余弦、正切的定义；难点是用角的终边上的点的坐标来刻画三角函数，利用与单位圆有关的有向线段表示任意角的三角函数。

数值。

3. 借助单位圆中的三角函数线推导出诱导公式 $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$ 的正弦、余弦，以及 $\pi + \alpha$ 的正弦、余弦、正切，并能进行简单应用。重点是运用诱导公式进行简单三角函数式的化简、求值与恒等式证明；难点是 $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$ 的诱导公式的推导。

4. 能作函数 $y = \sin x$ ， $y = \cos x$ 的图象，并理解它们在 $[0, 2\pi]$ 上的性质(单调性、最值、图象与 x 轴的交点等)，能作函数 $y = \tan x$ 的图象并理解它在 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 上的性质。重点是三个函数图象及其主要性质；难点是正弦和余弦函数图象间的关系和变换。

5. 了解 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的实际意义，会用“五点法”画出它的图象，掌握参数 A, ω, φ 对函数图象变化的影响规律；会用三角函数解决一些简单的实际问题，体会三角函数是描述周期变化现象的重要函数模型。重点是用平移和伸缩变换画函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象，用三角函数模型解决一些实际问题；难点是将某些实际问题抽象为三角函数模型。

本章三角公式众多，对学过的公式要做到真正的理解、记准、记熟和运用，要抓住问题的实质，善于联想，需用公式时顺手拈来。在解决问题时要不断总结规律，掌握变形的方法和技巧，掌握正弦函数、余弦函数和 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象和性质，它们是历年高考常考内容之一。化归思想、数形结合思想是本章应用的最基本、最重要的数学思想，贯穿本章内容的始终，要认真体会、理解，解题过程中注意灵活地加以应用。

1.1 任意角和弧度制

1.1.1 任意角

课标要求导航

1. 认识角扩充的必要性，了解任意角的概念。
2. 能用集合和数学符号表示终边相同的角、象限角以及终边满足一定条件的角。

教材知识详析

要点 1 了解任意角的概念

角可以看成是由平面内一条射线绕着端点从一个位置旋转到另一个位置所形成的图形。按逆时针方向旋转形成的角叫做正角，按顺时针方向旋转形成的角叫做负角。如果一条射线没有作任何旋转，那么我们称它形成了一个零角。始边和终边重合的角不一定是零角。

【案例 1】下列说法中正确的是_____。

- ①时间经过 4 h，时针转过 120° 角；
- ②小于 180° 的角是锐角、直角或钝角；
- ③ 210° 角与 -510° 角的终边相同。

【精析】任意角中的正、负角之分关键看射线的旋转方向.

①错,转过角度为 -120° ;②错,小于 180° 的角可能为负角;③正确.

【解答】③.

要点2 象限角的确定、终边相同的角的集合表示

要点3 会在平面内建立适当的坐标系来讨论任意角、象限角的确定

在平面直角坐标系中,把角的顶点放在坐标原点,角的始边放在 x 轴正半轴上,这时,角的终边在第几象限,我们就说这个角是第几象限角.如果角的终边在坐标轴上,那么就认为这个角不属于任何象限.

【案例2】给出以下四个命题:① -65° 角是第四象限角;② -225° 角是第三象限角;③ 475° 角是第二象限角;④ -315° 角是第一象限角.其中正确的命题为().

- A. ①②③ B. ①②④
C. ①③④ D. ②③④

【解答】C.

要点4 终边相同的角的集合表示

所有与角 α 终边相同的角,连同角 α 在内,可构成一个集合 $S=\{\beta|\beta=\alpha+k\cdot 360^\circ, k\in\mathbb{Z}\}$,即任一与角 α 终边相同的角,都可以表示成角 α 与整数个周角的和.

【关键提醒】① $k\in\mathbb{Z}$;② α 是任意角;③终边相同的角不一定相等,但相等的角终边一定相同;④终边相同的角有无限个,它们相差 360° 的整数倍.

【案例3】已知 $\alpha=-164^\circ$,试把 α 写成 $k\cdot 360^\circ+\beta(k\in\mathbb{Z}, 0^\circ\leq\beta<360^\circ)$ 的形式,并求角 θ ,使 θ 与 α 的终边重合,且满足 $-720^\circ<\theta<0^\circ$.

【解答】 $\alpha=-5\times 360^\circ+160^\circ(k=-5, \beta=160^\circ)$.

- $\therefore \theta$ 与 α 的终边相同,
 $\therefore$ 可设 $\theta=k\cdot 360^\circ+160^\circ$.
又 $-720^\circ<\theta<0^\circ$,
 $\therefore k=-2, -1$.
 $\therefore \theta=-560^\circ$ 或 -200° .

【顿悟】(1)判断一个角是第几象限角,首先写出终边相同的角的集合,然后确定集合中在一个周角范围内的特殊角属于第几象限即可;

(2)求符合某条件且与已知角终边相同的角,应先写出与已知角终边相同的角的集合,再依条件讨论 k 的值.

教材知识拓展

拓展点1 由角的终边位置关系写出角的集合

给出已知角,写出与它的终边关于某条直线对称(或某点中心对称)的角的集合,关键是根据对称思想,找到这个角的终边位置,并写出其特殊角,再写成终边相同的角的集合.

【案例4】设 $\alpha=30^\circ$.

(1)若角 β 的终边与 α 的终边关于 x 轴对称,写出角 β 的集合 S_1 ;

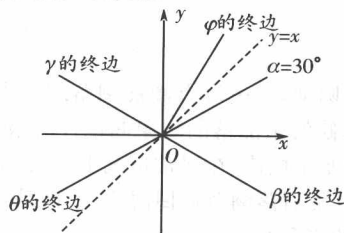
(2)若角 γ 的终边与 α 的终边关于 y 轴对称,写出角 γ 的

集合 S_2 ;

(3)若角 θ 的终边与 α 的终边关于坐标原点对称,写出角 θ 的集合 S_3 ;

(4)若角 φ 的终边与 α 的终边关于直线 $y=x$ 对称,写出角 φ 的集合 S_4 .

【精析】本题关键是要用对称思想作出角 $\beta, \gamma, \theta, \varphi$ 的终边,找出它们与角 α 的关系.



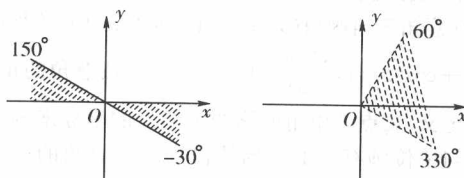
【解答】画出图形,如图所示,易得

$$\begin{aligned} S_1 &= \{\beta | \beta = k \cdot 360^\circ - 30^\circ, k \in \mathbb{Z}\} \\ S_2 &= \{\gamma | \gamma = k \cdot 360^\circ + 180^\circ - 30^\circ, k \in \mathbb{Z}\} \\ &= \{\gamma | \gamma = k \cdot 360^\circ + 150^\circ, k \in \mathbb{Z}\} \\ S_3 &= \{\theta | \theta = k \cdot 360^\circ + 180^\circ + 30^\circ, k \in \mathbb{Z}\} \\ &= \{\theta | \theta = (2k+1) \cdot 180^\circ + 30^\circ, k \in \mathbb{Z}\} \\ S_4 &= \{\varphi | \varphi = k \cdot 360^\circ + 2(45^\circ - 30^\circ) + 30^\circ, k \in \mathbb{Z}\} \\ &= \{\varphi | \varphi = k \cdot 360^\circ + 60^\circ, k \in \mathbb{Z}\} \end{aligned}$$

拓展点2 由角的终边位置写出角的范围或由角的范围画出角的终边位置

当给出的角的终边在一定范围内时,通常先画出角的范围的边界,以便直观地了解角的具体位置.反过来,当给出角所在的范围,要求写出这些角的集合时,应先观察边界位置,写出终边在边界位置的特殊角,再根据范围要求写出集合.

【案例5】(1)如图,阴影部分表示角 α 的终边所在的位置,试写出角 α 的集合.



①(包括边界)

②(不包括边界)

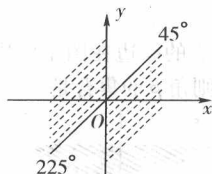
(2)在直角坐标系中画出表示集合 $\{\alpha | k \cdot 180^\circ - 90^\circ \leq \alpha \leq k \cdot 180^\circ + 45^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$ 的范围.

【精析】给出角的范围画出终边的位置,给出终边的位置写出角的范围,这是三角函数中重要的基本功.根据终边的位置写角的范围时应遵循从特殊到一般的原则,即先在 $0^\circ \sim 360^\circ$ (有时用 $-180^\circ \sim 180^\circ$ 考虑)内确定出角的范围,然后把所得的结果推广到任意角的范围.由角的范围画出角的终边的位置,其实质就是画边界.具体画图时应遵循画一般到特殊的原则,即对 k 的某个或几个特殊值进行画图即可.如果所给范围不含端点,那么对应的图形不含边界,边界需画成虚线,否则画成实线.若图形的边界恰为坐标轴,又不被包含,则需另加说明.

【解答】(1)① $\{\alpha | -30^\circ + k \cdot 360^\circ \leq \alpha \leq k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$
 $\cup \{\alpha | 150^\circ + k \cdot 360^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\} = \{\alpha | -30^\circ + k \cdot 180^\circ \leq \alpha \leq k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}\};$

$$\textcircled{2} \{ \alpha | -30^\circ + k \cdot 360^\circ < \alpha < 60^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z} \}.$$

(2)



(含边界)

关键提醒 当 x 轴的非负半轴在角的范围内时,宜用异号的两个特殊角来表示边界(如 $\textcircled{1}\textcircled{2}$ 中的 -30° 和 60°),否则宜用同号的两个特殊角来表示边界.

拓展点 3 等分角所在象限问题

给定一个角 α 的范围,求角 α 的等分角 $\frac{\alpha}{m}$ ($m \in \mathbb{N}^*, m \geq 2$) 所在的象限,一般按 m 的值进行分类讨论. 比如 $m=2$, 则对 k 分 $k=2n$ 和 $k=2n+1$ ($n \in \mathbb{Z}$) 两种关系进行讨论;若 $m=3$, 则对 k 分 $k=3n, k=3n+1$ 及 $k=3n+2$ ($n \in \mathbb{Z}$) 三种关系进行讨论. 依次类推,可明确判断 $\frac{\alpha}{m}$ 所在象限.

【案例 6】 已知 θ 是第二象限角,求 $\frac{\theta}{3}$ 的终边所在的位置,并画出其图形.

【精析】 由已知角的范围求角的终边的位置,关键在于合理分解整数 k 的取值,对各个取值下的角的范围作出准确判断.

【解答】 $\because \theta$ 是第二象限角,

$$\therefore k \cdot 360^\circ + 90^\circ < \theta < k \cdot 360^\circ + 180^\circ, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\therefore k \cdot 120^\circ + 30^\circ < \frac{\theta}{3} < k \cdot 120^\circ + 60^\circ, k \in \mathbb{Z}.$$

①当 $k=3n$ ($n \in \mathbb{Z}$) 时,

$$n \cdot 360^\circ + 30^\circ < \frac{\theta}{3} < n \cdot 360^\circ + 60^\circ, n \in \mathbb{Z}.$$

$\therefore$ 此时 $\frac{\theta}{3}$ 是第一象限角.

②当 $k=3n+1$ ($n \in \mathbb{Z}$) 时,

$$n \cdot 360^\circ + 150^\circ < \frac{\theta}{3} < n \cdot 360^\circ + 180^\circ, n \in \mathbb{Z}.$$

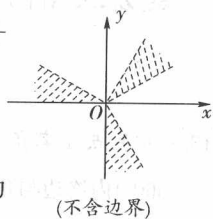
$\therefore$ 此时 $\frac{\theta}{3}$ 是第二象限角.

③当 $k=3n+2$ ($n \in \mathbb{Z}$) 时,

$$n \cdot 360^\circ + 270^\circ < \frac{\theta}{3} < n \cdot 360^\circ + 300^\circ, n \in \mathbb{Z}.$$

$\therefore$ 此时 $\frac{\theta}{3}$ 是第四象限角.

综上, $\frac{\theta}{3}$ 是第一或第二或第四象限的角,如图所示.



(不含边界)

顿有所悟 已知 θ 为某象限角,对于讨论形如 $\frac{\theta}{m}$ ($m \in \mathbb{N}^*, m \geq 2$) 的角的终边位置时,如果不需要写出演绎过程(选择题、填空题),则只需取连续的 m 个整数,观察这些具体范围内角的位置即可(一般可取 $k=0, 1, \dots, m-1$).

对等分角所在的象限的判断,充分体现了分类讨论的

思想.

课标题型探究

类型一 任意角的概念

【例 1】 (要点 1) $A = \{ \text{小于 } 90^\circ \text{ 的角} \}$, $B = \{ \text{第一象限的角} \}$, 则 $A \cap B$ 等于().

- A. {锐角} B. {小于 90° 的角}
C. {第一象限的角} D. 以上都不对

【精析】 本题考查任意角的概念,小于 90° 的角由锐角、零角、负角组成,而第一象限角包含锐角及其他终边在第一象限的角,所以 $A \cap B$ 是由锐角及终边在第一象限的负角组成.

【解答】 D.

失误警示 不理解角的概念的推广,把 A、B、C 选项的各角的概念混淆.

类型二 终边相同的角的应用

【例 2】 (要点 2) 设集合 $A = \{ \alpha | \alpha = k \cdot 180^\circ + 90^\circ, k \in \mathbb{Z} \} \cup \{ \alpha | \alpha = k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z} \}$, 集合 $B = \{ \beta | \beta = k \cdot 90^\circ, k \in \mathbb{Z} \}$, 则().

- A. $A \supsetneq B$ B. $B \supsetneq A$
C. $A \cap B = \emptyset$ D. $A = B$

【精析】 本题考查用角表示的集合间的关系,要弄清集合关系,只需弄清集合 A、B 所表示的角的终边在一个周角范围内的情况即可,所以画出图象可直观了解 A、B 关系.

【解答】 D.

友情提醒 解答这类选择题最有效的方法是集合 A 中的 k 取 0, 1, 分别画出角的终边,集合 B 中的 k 取 0, 1, 2, 3, 分别画出角的终边,进行比较(参看拓展点 3: 等分角所在象限问题),直观了解 A、B 关系.

类型三 利用角的终边关系判断角的关系

【例 3】 (拓展点 1) 如果角 α 与 $x+45^\circ$ 具有同一条终边, β 与 $x-45^\circ$ 具有同一条终边, 则 α 与 β 之间的关系是().

- A. $\alpha + \beta = 0^\circ$
B. $\alpha - \beta = 90^\circ$
C. $\alpha + \beta = k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$
D. $\alpha - \beta = k \cdot 360^\circ + 90^\circ, k \in \mathbb{Z}$

【精析】 利用终边来判断角的关系时,始终要联系到角的概念中的“旋转”,不论 x 的终边位置在哪, $x+45^\circ$ 、 $x-45^\circ$ 即为角 x 的终边分别按逆时针方向、顺时针方向旋转 45° 得到的,所以 $x+45^\circ$ 与 $x-45^\circ$ 角的终边垂直,又考虑到 α, β 为任意角,故选 D.

【解答】 D.

友情提醒 ①利用旋转考虑终边关系;②不能遗忘了 α, β 为任意角,否则易错选 B.

常见误区分析

【例 1】 若角 α 是第三象限角,求 $\frac{\alpha}{2}$ 、 2α 的终边所在的位置.

【错解】 因为 α 是第三象限角,

所以 $180^\circ < \alpha < 270^\circ$, 从而 $90^\circ < \frac{\alpha}{2} < 135^\circ, 360^\circ < 2\alpha < 540^\circ$.

所以 $\frac{\alpha}{2}$ 的终边在第二象限, 2α 的终边在第一或第二象限.

【错因分析】 上述解法是典型错误, 一是由于思维定式将第二象限角的范围弄错; 二是忽略了角 2α 的终边在坐标轴上的情况.

【正确解答】 因为 α 是第三象限角,

所以 $k \times 360^\circ + 180^\circ < \alpha < k \times 360^\circ + 270^\circ (k \in \mathbb{Z})$,

从而 $k \times 180^\circ + 90^\circ < \frac{\alpha}{2} < k \times 180^\circ + 135^\circ (k \in \mathbb{Z})$,

$2k \times 360^\circ + 360^\circ < 2\alpha < 2k \times 360^\circ + 540^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

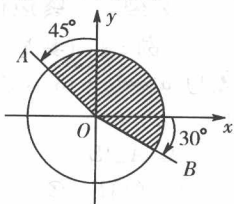
所以 $\frac{\alpha}{2}$ 的终边在第二或第四象限.

2α 的终边在第一或第二象限或在 y 轴非负半轴上.

【例 2】 已知, 如图所示.

(1) 分别写出终边落在 OA, OB 位置上的角的集合;

(2) 写出终边落在阴影部分(包括边界)的角的集合.



【错解】 (1) OA 边表示的角的集合为 $\{\alpha | \alpha = 45^\circ + 90^\circ\}$,

OB 边表示的角的集合为 $\{\beta | \beta = -30^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

(2) 阴影部分的集合为 $\{r | 45^\circ + 90^\circ \leq r \leq 30^\circ + k \cdot 360^\circ\}$.

【错因分析】 对于(1)没注意正负角的概念及终边同角的概念. 对于(2)没用到终边相同的角的表示及不等关系表示错误.

【正确解答】 (1) OA 边表示的角的集合为 $\{\alpha | \alpha = 135^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$,

OB 边表示的角的集合为 $\{\beta | \beta = -30^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

(2) 阴影部分的集合为 $\{r | -30^\circ + k \cdot 360^\circ \leq r \leq 135^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

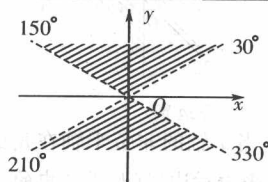
知能提升训练

夯基固本

- (要点 1) 下列说法中正确的是().
A. 第一象限角一定不是负角
B. 小于 90° 的角一定是锐角
C. 钝角一定是第二象限角
D. 终边相同的角一定相等
- (要点 2) 在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 之间且与 -35° 的终边相同的角是().
A. 325°
B. -125°
C. 35°
D. 235°
- (要点 2) 若 α 为钝角, 则 $k \cdot 180^\circ + \alpha (k \in \mathbb{Z})$ 所在的象限是().
A. 第二象限
B. 第四象限
C. 第一、三象限
D. 第二、四象限
- (要点 2) 若 α 是任意一个角, 则 α 与 $-\alpha$ 的终边关于_____对称.

5. (要点 2) 与 -490° 角终边相同的角的集合是_____, 其中最小的正角是_____.

6. (拓展点 2) 已知角 β 的终边在图中阴影部分所表示的范围内(不包括边界), 则角 β 的集合是_____.



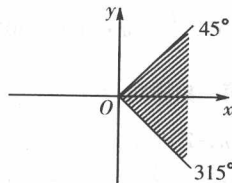
(第 6 题)

7. (要点 2) (1) 写出与 -180° 终边相同的角的集合 M ;

(2) 若 $\alpha \in M$, 且 $\alpha \in [-360^\circ, 360^\circ]$, 求角 α .

综合应用

- (要点 2) 已知集合 $P = \{x | x = k \cdot 90^\circ + 45^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$, 集合 $Q = \{y | y = k \cdot 45^\circ + 90^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$, 则下列说法中正确的是().
A. $P = Q$
B. $P \supsetneq Q$
C. $P \subsetneq Q$
D. $P \cap Q = \emptyset$
- (要点 3) 已知角 2α 的终边在第一象限, 则角 α 是().
A. 第一、二象限角
B. 第三、四象限角
C. 第一、三象限角
D. 第二、四象限角
- (要点 2) 角 α 小于 180° 而大于 -180° , 它的 7 倍的终边又与自身终边重合, 则满足条件的角 α 的集合为_____.
- (拓展点 2) 写出终边在下列阴影部分的角的集合(含边界)_____.



(第 11 题)

- (要点 2) 若集合 $A = \{\alpha | k \cdot 180^\circ + 30^\circ < \alpha < k \cdot 180^\circ + 90^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$, 集合 $B = \{\beta | k \cdot 360^\circ - 45^\circ < \beta < k \cdot 360^\circ + 45^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$, 求 $A \cap B$.
- (拓展点 3) 若角 θ 的终边与角 144° 的终边相同, 求在 $[0^\circ, 360^\circ)$ 内终边与角 $\frac{\theta}{3}$ 的终边相同的角.
- (要点 2) 在与角 1000° 的终边相同的角中, 求满足下列条件的角.
(1) 最大的负角;
(2) 最小的正角;



(3) 在 $360^\circ \sim 720^\circ$ 之间的角.

探究创新

15. (要点3) 求出终边在直线 $y = -\sqrt{3}x$ 上的所有角的集合. 其中介于 $-180^\circ \sim 180^\circ$ 之间的角有哪些?

16. (要点3) 自行车大链轮有 48 个齿, 小链轮有 20 个齿, 当大链轮转过一周时, 小链轮转过的角度是多少?

[参考答案与点拨]

1. C 2. A 3. D 4. x 轴

5. $\{\alpha | \alpha = -490^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$ 230°

6. $\{\beta | 30^\circ + k \cdot 180^\circ < \beta < 150^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$

7. (1) $\{x | x = -180^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$

(2) $\alpha = -180^\circ$ 或 $\alpha = 180^\circ$

8. C 9. C

10. $\{-120^\circ, -60^\circ, 0^\circ, 60^\circ, 120^\circ\}$.

11. $\{x | k \cdot 360^\circ - 45^\circ \leq x \leq 45^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$

12. $A \cap B = \{\alpha | 30^\circ + 360^\circ \cdot k < \alpha < 45^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$

13. $\theta = 144^\circ + k \cdot 360^\circ (k \in \mathbb{Z})$,

则 $\frac{\theta}{3} = 48^\circ + k \cdot 120^\circ (k \in \mathbb{Z})$,

分别取 $k=0, 1, 2$, 则 $\frac{\theta}{3}$ 分别为 $48^\circ, 168^\circ, 288^\circ$.

14. 点拨: $\alpha = -80^\circ + k \cdot 360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

(1) -80° (2) 280° (3) 640°

15. 终边在直线 $y = -\sqrt{3}x$ 上的所有角的集合为 $\{\alpha | \alpha = 120^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

在 -180° 到 180° 之间的角: $120^\circ, -60^\circ$.

16. 864°

教材习题详解

P2 思考

【解答】(1) 只需将分针顺时针旋转 30° 就可以将它校准;

(2) 只需将分针逆时针旋转 450° 或顺时针旋转了 870° 就可以校准.

P3 探究

【解答】(1) 以它为终边的角不唯一.

(2) 若角 α, β 终边相同, 则它们的关系为: 将角 α 终边旋转 (逆时针或顺时针) $k (k \in \mathbb{Z})$ 周即得角 β . α, β 的数量关系用集合表示为 $\{\beta | \beta = k \cdot 360^\circ + \alpha, k \in \mathbb{Z}\}$, 即 α, β 大小相差 360° 的整数倍.

搞清以上问题需弄清楚终边相同的角的概念及表示:

(1) 概念: 在直角坐标系中, 对于一个任意大小的角只有

一条射线作为它的终边, 但反过来终边为某一条射线的角却可以表示无数多个角. 我们把终边为同一条射线的角叫做终边相同的角.

(2) 表示: 一个角每增加或减少 360° , 终边按逆时针方向或顺时针方向旋转一周又回到了原来的位置. 因此, 角 α 以及所有与角 α 终边相同的角都可以表示为 $\alpha + k \cdot 360^\circ (k \in \mathbb{Z})$, 因而, 与角 α 终边相同的所有角的集合为 $\{\beta | \beta = k \cdot 360^\circ + \alpha, k \in \mathbb{Z}\}$.

(3) 注意: ① 要表示终边在某一位置的角, 可以先表示出终边在该位置的 $0^\circ \sim 360^\circ$ 间的一个角, 然后再加上 $k \cdot 360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

② 在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 内找与已知角终边相同的角 α , 其方法是用所给角除以 360° , 所得的商数为 k , 余数为 $\alpha (\alpha$ 为正数), α 即为所找角.

③ 表达时, 量角单位必须统一, 不应出现诸如 $\frac{\pi}{6} + k \cdot 360^\circ (k \in \mathbb{Z})$ 这类写法, 即角度和弧度不能混用.

(4) 相等的角终边一定相同, 但终边相同的角不一定相等, 终边相同的角有无数多个, 它们相差 360° 的整数倍; 终边不同则表示的角一定不同.

顿有所悟 求符合某条件且与已知角终边相同的角,

应先写出与已知角终边相同的角的集合, 再依条件讨论 k 的值.

P5 练习

1. 锐角是第一象限角, 第一象限角不一定是锐角; 直角不属于任何一个象限, 不属于任何一个象限的角不一定是直角; 钝角是第二象限角, 第二象限角不一定是钝角.

点拨: 认识“锐角”“直角”“钝角”和“象限角”的区别与联系.

2. 星期三, 星期三, 星期五.

点拨: 本题的目的是将终边相同的角的符号表示应用到其他周期性问题. 题目联系实际, 把教科书中的除数 360 换成每个星期的天数 7, 利用了“同余”(这里余数是 3) 来确定 $7k$ 天后、 $7k$ 天前也都是星期三, 这样的练习不难, 可以口答.

3. (1) 第一象限角; (2) 第四象限角; (3) 第二象限角; (4) 第三象限角.

点拨: 能作出给定的角, 并判定是第几象限角. 图略.

4. (1) $305^\circ 42'$, 第四象限角; (2) $35^\circ 8'$, 第一象限角; (3) $249^\circ 30'$, 第三象限角.

点拨: 能在给定范围内找出与指定的角终边相同的角, 并判定是第几象限角.

5. (1) $\{\beta | \beta = 1303^\circ 18' + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}, -496^\circ 42', -136^\circ 42', 223^\circ 18';$

(2) $\{\beta | \beta = -225^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}, -585^\circ, -225^\circ, 135^\circ.$

点拨: 用集合表示法和符号语言写出与指定角终边相同的角的集合, 并在给定范围内找出与指定的角终边相同的角.

遨游数学世界

2002 年 11 月 22 日, 在匈牙利德布勒森第 36 届世界体操锦标赛上, “腱子后手翻转体 180 度直体前空翻 900 度”的“李小鹏跳”惊为天人; 2005 年 11 月 23 日, 第 38 届世界体操锦标赛上, “腱子后手翻转体 180 度接前直空翻 540 度”的“程菲跳”惊艳全场; 2008 年 8 月 17 日, 第 29 届北京奥运会的水立方里, 405B (向内翻腾两周半——屈体) 的郭晶晶技压群芳, 再夺

冠军.现在你能更确切地理解这些高难度动作的含义了吧.

1.1.2 弧度制

课标要求导航

1. 了解弧度制,能进行弧度与角度的换算.
2. 了解弧长公式,能进行简单应用.
3. 通过实例,体会弧度制下的角与实数之间的一一对应关系.

教材知识详析

要点1 弧度的意义及弧度制

(1)角度制:周角的 $\frac{1}{360}$ 为1度的角,用度为单位来度量角的单位制叫角度制.

(2)弧度角:把长度等于半径长的弧所对的圆心角叫做1弧度的角.

(3)正角的弧度数是正数,负角的弧度数是负数,零角的弧度数为0;

角 α 的弧度数的绝对值 $|\alpha| = \frac{l}{r}$.

其中 l 是用 α 作为圆心角时所对弧的长, r 是圆的半径.

(4)这种以弧度作为单位来度量角的单位制,叫做弧度制.

【案例1】下列各说法中,错误的是().

- A. “度”与“弧度”是度量角的两种不同的度量单位
- B. 一度的角是周角的 $\frac{1}{360}$,一弧度的角是周角的 $\frac{1}{2\pi}$
- C. 根据弧度的定义,180°等于 π 弧度
- D. 不论用角度制还是弧度制量角,它们都与圆的半径长短有关

【精析】由角和弧度的定义可知,无论是角度制还是弧度制,角的大小都与圆的半径长度无关,而是与弧长与半径的比值有关,所以选D.

【解答】D.

【关键提醒】对于概念题目,要从定义入手,仔细分析每一句话,并注意与概念叙述的异同点.

要点2 将角度换算成弧度

$$360^\circ = 2\pi \text{ rad}, 180^\circ = \pi \text{ rad}, 1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad} \approx 0.01745 \text{ rad}.$$

【案例2】将下列各角化成弧度制下的角,并指出是第几象限角.

$$(1) 165^\circ; (2) -1725^\circ; (3) 360^\circ \cdot k - 60^\circ.$$

【解答】(1) $165^\circ = \frac{\pi}{180} \times 165^\circ = \frac{11}{12}\pi$,是第二象限角;

(2) $-1725^\circ = -5 \times 360^\circ + 75^\circ = -5 \cdot 2\pi + \frac{5\pi}{12} = -10\pi + \frac{5\pi}{12}$,是第一象限角;

(3) $360^\circ \cdot k - 60^\circ = 2\pi \cdot k - \frac{\pi}{3} \times 60^\circ = 2k\pi - \frac{\pi}{3}$,是第四

象限角.

【关键提醒】在熟记角度化弧度方法的基础上完成换算.

要点3 将弧度换算成角度

$$\pi = 180^\circ, 2\pi = 360^\circ, 1 = \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) \approx 57.30^\circ = 57^\circ 18'$$

【案例3】将下列各角化成角度制下的角.

$$(1) \frac{64}{3}\pi; (2) \frac{8}{5}\pi; (3) \frac{k}{2}\pi + \frac{\pi}{4}.$$

【解答】(1) $\frac{64}{3}\pi = 21\pi + \frac{\pi}{3} = 21 \times 180^\circ + 60^\circ = 3840^\circ$;

$$(2) \frac{8}{5}\pi = \frac{8}{5} \times 180^\circ = 288^\circ;$$

$$(3) \frac{k}{2}\pi + \frac{\pi}{4} = \frac{k}{2} \times 180^\circ + \frac{180^\circ}{4} = 90^\circ \cdot k + 45^\circ.$$

【关键提醒】在角度与弧度互化过程中,应熟练掌握一些特殊角的弧度数,完成下表.

度	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°
弧度								
度	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°
弧度								

要点4 正确运用弧长公式及扇形面积公式

弧长公式为 $l = |\alpha| \cdot r$,扇形面积公式为 $S = \frac{1}{2}lr = \frac{1}{2}|\alpha| \cdot r^2$,其中 α 表示长为 l 的弧所对圆心角的弧度数.

【案例4】已知扇形的周长为10 cm,面积为4 cm²,求扇形圆心角的弧度数.

【精析】根据条件及公式列出方程组求解即可.

【解答】设扇形的半径为 r ,弧长为 l ,所对圆心角为 α ($0 < \alpha < 2\pi$).

$$\text{则} \begin{cases} 2r + l = 10, \\ \frac{1}{2}rl = 4, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} r=1, \\ l=8 \end{cases} \text{或} \begin{cases} r=4, \\ l=2. \end{cases}$$

当 $r=1$ 时, $l=8$,此时 $\alpha = \frac{l}{r} = 8(\text{rad}) > 2\pi$,不符合,舍去;

当 $r=4$ 时, $l=2$,此时 $\alpha = \frac{l}{r} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}(\text{rad})$.

$\therefore$ 所求圆心角的弧度数为 $\frac{1}{2} \text{ rad}$.

【关键提醒】扇形的圆心角应小于一个周角,解题时应注意该条件,避免错误.

教材知识拓展

拓展点1 在弧度制下判断角与角之间的关系问题,常用数形结合法解题

一个角的角度与弧度表示,由于采用了不同的度量制,其形式不同,因此,在弧度制下解决角与角之间的关系,必须清楚角的终边位置,这里并不是把弧度改写成角度来进行,而是