



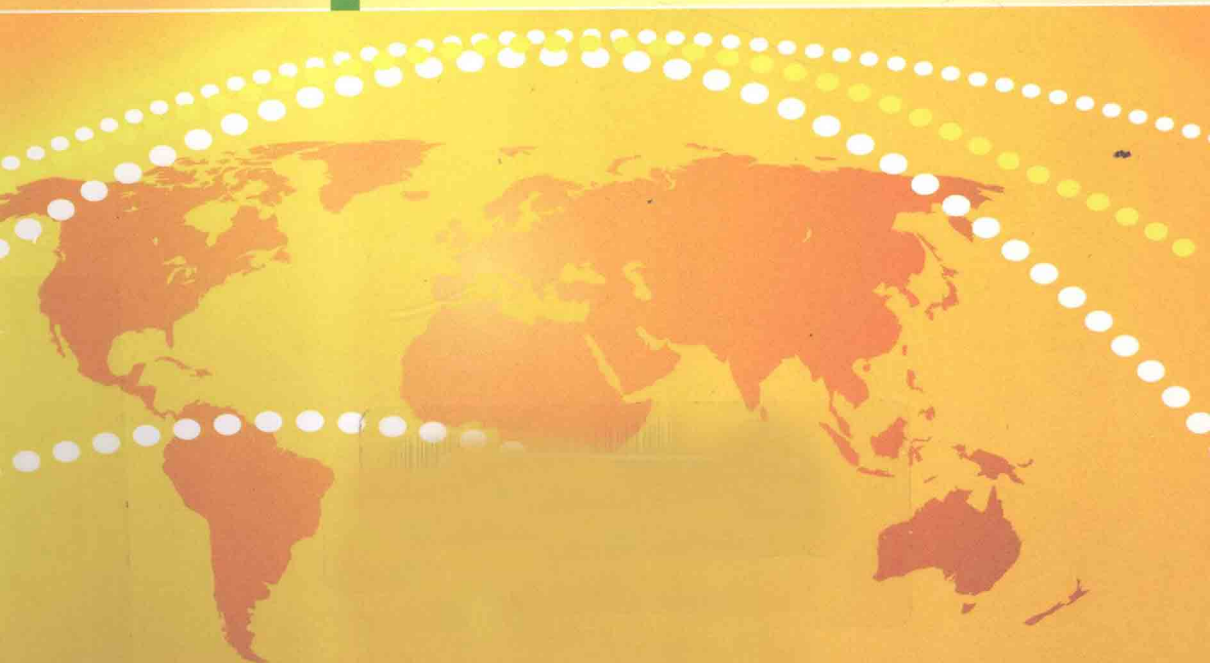
测绘科技专著出版基金资助

CEHUI KEJI ZHUANZHU CHUBAN JIJIN ZIZHU

COLORED NOISE FILTERING THEORY AND ALGORITHMS

赵长胜 著

有色噪声滤波 理论与算法



测绘出版社

测绘科技专著出版基金资助

有色噪声滤波理论与算法

Colored Noise Filtering Theory and Algorithms

赵长胜 著

测绘出版社

· 北京 ·

前言

从高斯提出最小二乘法,到柯尔莫哥洛夫和维纳相继提出的平稳随机过程的最优线性滤波理论,也称为维纳滤波理论,滤波技术不断取得进展,其中还包括经典的静态滤波、动态卡尔曼滤波、非线性滤波、粒子滤波等。滤波技术在许多科技领域都有广泛应用,载体导航就是其中一项重要应用。现在 GPS/INS 组合导航系统采用滤波技术大大提高导航的精度、可靠性和实时性。

滤波技术所要解决的问题是,通过一系列带有误差的实际观测值求解带有先验误差的随机参数的最佳估值。其中对误差的描述和假定会产生不同的滤波方法,经典的滤波技术大多假设观测误差是一个白噪声随机序列。由于观测方法的更新和观测环境的扩展,随机误差为有色噪声的情况引起了越来越多的研究者的关注。滤波技术的另一个问题是非线性问题,经典的滤波技术是在观测方程为线性的假定情况下完成的,而对非线性情形进行简单的线性化近似会不同程度地降低滤波的精度,因此对非线性的处理也是滤波技术的热点研究问题之一。

全书分为 9 章,第 1 章介绍了误差理论、最小二乘平差、秩亏自由网平差和序贯平差,本章创新点是基于有色噪声的序贯平差;第 2 章介绍了静态滤波理论和抗差估计理论,主要创新点是基于有色噪声的静态滤波推估算法;第 3 章介绍了拟合推估理论,主要创新点是基于有色噪声的拟合推估算法;第 4 章介绍了顾及二次项的非线性静态滤波理论,主要创新点是基于有色噪声顾及二次项的非线性静态滤波理论;第 5 章介绍了顾及二次项的非线性拟合推估理论,主要创新点是基于有色噪声顾及二次项的非线性拟合推估理论;第 6 章介绍了卡尔曼滤波理论,主要创新点是基于有色噪声的卡尔曼滤波算法;第 7 章介绍了抗差卡尔曼滤波理论,主要创新点是基于有色噪声的抗差卡尔曼滤波算法;第 8 章介绍了顾及二次项的非线性卡尔曼滤波理论、迭代算法和粒子滤波理论,主要创新点是基于有色噪声顾及二次项的非线性的卡尔曼滤波算法;第 9 章主要介绍了卡尔曼滤波在变形检测和导航中的应用。

感谢杨元喜院士、陶本藻教授和欧阳坤研究员给予的指导和帮助,感谢测绘出版基金、国家自然科学基金(项目编号:40874011)和徐州师范大学给予本书出版经费上的支持。由于著者水平限制,书中难免有不成熟和错误之处,敬请读者批评指正,不吝赐教。

目 录

绪 论	1
第 1 章 最小二乘测量平差	8
§ 1.1 观测误差与精度指标	8
§ 1.2 条件平差	15
§ 1.3 间接平差	21
§ 1.4 秩亏自由网平差	25
§ 1.5 序贯平差	43
第 2 章 静态滤波与推估	51
§ 2.1 理论基础	51
§ 2.2 滤波与推估	58
§ 2.3 静态逐次滤波	61
§ 2.4 抗差估计	66
§ 2.5 静态滤波的抗差估计解	76
§ 2.6 静态滤波在测量数据处理中的应用	80
第 3 章 拟合推估	88
§ 3.1 最小二乘拟合推估	88
§ 3.2 逐步拟合推估	90
§ 3.3 有色噪声作用下的逐步拟合推估	91
§ 3.4 抗差拟合推估	92
§ 3.5 拟合推估在测量数据处理中的应用	94
第 4 章 非线性静态滤波	99
§ 4.1 非线性最小二乘估计	99
§ 4.2 非线性迭代滤波	104
§ 4.3 顾及二次项的非线性静态滤波与推估	106
§ 4.4 函数相关的非线性滤波	109
§ 4.5 白噪声条件下的非线性逐次滤波	111
§ 4.6 有色噪声条件下的非线性逐次滤波	113

第 5 章 非线性拟合推估	117
§ 5.1 非线性拟合推估的迭代算法	117
§ 5.2 顾及二次项的非线性拟合推估	119
§ 5.3 白噪声作用下的非线性逐步拟合推估	122
§ 5.4 有色噪声条件下的非线性逐步拟合推估	124
第 6 章 卡尔曼滤波	128
§ 6.1 概述	128
§ 6.2 离散系统的卡尔曼滤波	130
§ 6.3 卡尔曼滤波的新息向量	133
§ 6.4 误差探测、诊断与修复	135
§ 6.5 卡尔曼滤波的发散问题及其解决办法	140
§ 6.6 自适应卡尔曼滤波	142
§ 6.7 有色噪声作用下线性系统卡尔曼滤波	146
第 7 章 抗差卡尔曼滤波	153
§ 7.1 概述	153
§ 7.2 白噪声条件下抗差卡尔曼滤波	154
§ 7.3 观测噪声为有色噪声的抗差卡尔曼滤波	158
§ 7.4 动态噪声为有色噪声的抗差卡尔曼滤波	160
§ 7.5 抗差自适应卡尔曼滤波	162
第 8 章 非线性动态滤波	166
§ 8.1 非线性动态滤波的迭代算法	166
§ 8.2 顾及二次项的非线性动态滤波	171
§ 8.3 观测噪声为有色噪声的非线性滤波	174
§ 8.4 顾及二次项的抗差非线性滤波	176
§ 8.5 粒子滤波	178
第 9 章 卡尔曼滤波在测量数据处理中的应用	183
§ 9.1 卡尔曼滤波在变形监测中的应用	183
§ 9.2 卡尔曼滤波在车辆动态定位中的应用	187
参考文献	195

Contents

Introduction	1
Chapter 1 Adjustment of Measurement Based on Least Squares	8
§ 1.1 Surveying error and precision index	8
§ 1.2 Conditional adjustment	15
§ 1.3 Parameter adjustment	21
§ 1.4 Rank defect free net adjustment	25
§ 1.5 Sequential adjustment	43
Chapter 2 Static Stepwise Filtering to Colored Noises	51
§ 2.1 Rationale	51
§ 2.2 Filtering and Prediction	58
§ 2.3 Static stepwise filtering to white noises	61
§ 2.4 Robust prediction	66
§ 2.5 Robust prediction solution of static filtering	76
§ 2.6 Applications of static filtering in surveying data process	80
Chapter 3 Collocation in Successive Steps to Colored Noises	88
§ 3.1 Collocation based on least squares	88
§ 3.2 Collocation in successive steps with white noises	90
§ 3.3 Collocation in successive steps with colored noises	91
§ 3.4 Robust collocation	92
§ 3.5 Applications of collocation in surveying data process	94
Chapter 4 Nonlinear Static Filtering	99
§ 4.1 The algorithm of nonlinear adjust based on least squares	99
§ 4.2 The recursive algorithm of nonlinear static filtering	104
§ 4.3 Nonlinear static filtering and prediction considering quadratic terms	106
§ 4.4 Nonlinear filtering under functional correlative signal	109
§ 4.5 Nonlinear static filtering considering quadratic terms in successive	

steps with white noises	111
§ 4.6 Nonlinear static filtering considering quadratic terms in successive steps with colored noises	113
Chapter 5 Nonlinear Collocation	117
§ 5.1 The recursive algorithm for nonlinear collocation	117
§ 5.2 Nonlinear collocation considering quadratic terms	119
§ 5.3 Nonlinear collocation considering quadratic terms in successive steps with white noises	122
§ 5.4 Nonlinear collocation considering quadratic terms in successive steps with colored noises	124
Chapter 6 Kalman Filter	128
§ 6.1 Introduction	128
§ 6.2 Kalman filter of discrete system	130
§ 6.3 Innovation vector of Kalman filter	133
§ 6.4 Error detection, diagnostic and repairment	135
§ 6.5 The disconvergency of the Kalman filter and its solution	140
§ 6.6 Adaptive Kalman filtering	142
§ 6.7 Kalman filter on linear system with colored noises	146
Chapter 7 Robust Kalman Filtering	153
§ 7.1 Introduction	153
§ 7.2 Robust Kalman Filtering for linear system with white noises	154
§ 7.3 Robust Kalman filtering for linear system with colored observational noises	158
§ 7.4 Robust Kalman filtering for linear system with colored dynamic noises	160
§ 7.5 Adaptive robust filtering	162
Chapter 8 Nonlinear Dynamic Filtering	166
§ 8.1 The recursive algorithm for nonlinear dynamic filtering	166
§ 8.2 Nonlinear filtering for dynamic system considering quadratic terms	171

§ 8.3	Nonlinear dynamic filtering for measurement data with colored noise	174
§ 8.4	Nonlinear robust filtering for dynamic system considering quadratic terms	176
§ 8.5	Particle filtering	178
Chapter 9	Application of Kalman Filter in Surveying Data Process	183
§ 9.1	Application of dynamic Kalman filter on data processing of deformation	183
§ 9.2	Application of dynamic Kalman filter on navigation and dynamic positioning of vehicle	187
References		195

绪 论

1. 滤波理论的发展

1) 静态滤波理论

滤波方法是技术科学领域中广泛应用的数学方法,18 世纪末高斯(Gauss)在研究行星轨道观测数据处理方法时提出了最小二乘法,并促进了概率统计学科的发展。20 世纪 40 年代,根据军事技术需要,柯尔莫哥洛夫(Колмогоров)和维纳(Wiener)相继提出平稳随机过程的最优线性滤波理论(维纳滤波理论),这些理论在通讯、控制等技术领域得到应用,并不断发展。

在解决测量数据处理问题时,静态滤波就是通过一系列带有误差的实际观测值求带有先验误差的随机参数的最佳估值的方法(崔希璋 等,1992)。最小二乘平差法是将全部待估参数都当成非随机量来求参数的最佳估值的方法,静态滤波是将参数作为正态随机量,按照极大验后估计或广义最小二乘原理来求定参数的最佳估值。非随机参数的先验统计性质是未知的,或者是先验性质虽然已知,但求定其估值不予考虑的参数。随机参数是已知其先验统计性质,在求定其估值时考虑这种性质的参数。有时也将非随机参数称为倾向参数,将随机参数称为信号。信号可分为两种:滤波信号和推估信号。把与观测向量建立了函数模型的信号称为滤波信号,把没有与观测向量建立了函数模型的信号称为推估信号。经典最小二乘平差处理倾向参数,静态滤波处理信号(包括滤波信号和推估信号),同时处理两类参数的数据处理方法称为拟合推估(也称配置)。最小二乘平差、滤波和拟合推估既有联系又有一定的区别,可以把前两种数据处理方法称为后一种的特殊形式。通过静态滤波求出滤波信号和推估信号的最佳估值,通常把求定滤波信号的最佳估值的过程称为滤波,而将求定推估信号的最佳估值的过程称为推估。推估过程也可以分为内插(平滑)和外推(预报)两种类型。对于静态系统来说,推估信号在滤波信号的范围内,称为内插(平滑);推估信号在滤波信号的范围外,称为外推(预报)。

静态滤波和拟合推估问题中,有时也需要进行多次,相当于将观测量分成若干组,逐次进行计算,称之为静态逐次滤波与逐步拟合推估。逐次滤波与逐次拟合推估也分成两种情况,一种是测量数据误差相互独立,或称为白噪声条件下的逐次滤波、推估;另一种是观测数据相关,或称为有色噪声条件下的逐次滤波、推估。许多

文献只介绍了有色噪声的特殊情况,即在白噪声驱动下的有色噪声的逐次滤波(崔希璋等,1992)。赵长胜(1997b)研究了相关观测值的逐次间接平差。赵长胜(2002)研究了有色噪声条件下的逐次静态滤波与逐步拟合推估的理论、方法和应用。

2) 静态滤波和拟合推估的抗差化

静态滤波和拟合推估公式是在信号噪声和观测噪声都服从正态分布的前提下推导出来的。但是,观测误差除了偶然误差(服从正态分布),还包括系统误差和粗差。系统误差一般带有一定的规律性,通常通过建立误差模型予以改正,或采用正确的测量方法予以消除。粗差是离群的误差,往往带来不良后果,影响正确的结论。

解决滤波与拟合推估中粗差问题也显得十分重要。解决粗差问题一般采用抗差估计理论。早在19世纪就有人提出减少粗差影响的估计方法,20世纪中叶,随着计算机的问世与发展,抗差估计理论才得到深入研究,博克斯(Box)首先提出了抗差估计的概念,图基(Tukey)、休伯(Huber)等人对参数的抗差估计进行了有效的研究。20世纪80年代以来,休伯(Huber),汉佩尔(Hampel)和Rousseeuw等人先后发表了有影响的论著,为抗差估计理论奠定了基础。我国科学家周江文、李德仁、陶本藻、杨元喜、欧吉坤、黄幼才等对抗差估计与可靠性理论研究作出了重要贡献。杨元喜(1992)提出了抗差贝叶斯估计和拟合推估的抗差化。

3) 非线性滤波与拟合推估

滤波与拟合推估理论是在线性观测方程的基础上建立起来的,但是,在许多情况下,观测方程却是非线性的,经典的方法是将非线性方程线性化,而线性化可能带来模型误差。非线性理论在20世纪开始形成,从20世纪80年代起,我国测量数据处理学者就开始研究非线性测量平差问题。徐培亮(1986)推导了非线性函数的协方差公式;王新洲(1997,1999b)提出了非线性模型近似的容许误差、非线性平差的直接算法;陶本藻(1998,2001)研究了测量中非线性模型估计问题、形变反演模型的非线性平差和非线性平差的同伦算法;张勤(2005)将非线性同伦算法应用于最小二乘平差中;赵长胜(2004)研究了非线性静态滤波理论与算法;刘国林(1998,1999)、李述山(2005)等在非线性最小二乘算法、解法与应用等诸多方面进行了研究与探讨,取得了一系列成果。

测量平差、滤波和拟合推估的理论都是在线性数学模型上建立起来的,但初始建立的数学模型大多数是非线性的。对于非线性模型的处理,理论上应采用非线性数据处理的方法更符合实际,更能反映非线性的本质。经典的方法是将非线性函数模型在参数的初始估值处按照泰勒级数展开取一次项,忽略高次项,使其线性

化。这种线性化的前提是参数的初始估值与真值的偏差相对较小,并且非线性函数的非线性度较低,否则,线性化不仅会影响平差或滤波的精度,而且也不能反映非线性问题的本质,从而降低测量数据处理成果的质量。因此非线性测量平差、非线性滤波和非线性拟合推估是当前重要课题。

4) 卡尔曼滤波

美籍匈牙利数学家鲁道夫·卡尔曼(R. E. Kalman)在 20 世纪 60 年代首先提出用一个状态方程和一个观测方程来完整地描述线性动态过程,形成了卡尔曼滤波理论,该理论为动态测量数据处理奠定了基础。卡尔曼滤波的优点在于,不要求保存过去的测量数据,当新数据测得到后,根据新的数据和前一时刻诸量的估计值,借助于系统本身的状态方程,按照递推公式,即可算出新的诸量的估计值,这样大大减少了滤波装置的存储量和计算量。1961 年卡尔曼、布西(Bucy)把滤波方法推广到连续系统中去,并提出一种递推方法。

卡尔曼滤波理论与方法是在概率论的基础上建立起来的,卡尔曼滤波的递推公式是按最小方差估计推导出来的,卡尔曼滤波的效果取决于所建立的数学模型是否能够正确反映实际物理过程和对动态噪声和测量噪声的统计性质的了解程度,如果没有正确建立状态方程和观测方程,或者所采取的动态噪声方差和观测噪声方差不正确,再加上计算机计算时的舍入误差的积累,可能导致滤波结果误差过大或者完全不符合实际,造成滤波发散。为了克服滤波发散现象,许多科学家不断从事这方面研究,由此派生出了一些新的滤波方法。

卡尔曼滤波主要解决了动态数据处理问题。动态系统的输入作用取决于前面的运动状态,即输出响应在某一瞬时 $t=t_1$ 的值取决于输入信号 $t < t_1$ 的全部情况和系统的初始状态。要得到一组实际的动态系统,就要根据系统的结构及其相关物理特性建立动态方程,在满足一定精度的前提下,作一些必要简化,如线性化处理。动态系统可分为线性系统和非线性系统。线性系统的主要性质包括叠加性和齐次性,而非线性系统就不具备这样的性质。线性系统是动态系统中最基本的一类系统,对它的研究日益完善,与非线性系统比较,线性系统简单的多,应用起来比较方便。动态系统如果是非线性的,在允许条件下要尽量将系统线性化。线性系统也可以分成时变系统和定常系统。系统的参数随时间变化的称为时变系统,参数不随时间变化的称为定常系统或平稳系统。描述系统各个物理量随时间变化的规律可采用连续函数的时变系统称为连续系统,连续系统的动态特征用微分方程来表达。如果系统物理量不是连续变化的,它只在离散的瞬间给出数值,或者有些系统用连续时间描述太复杂,同时也没有必要,只要采取离散的数值就足够正确,则可将微分方程离散化后求解,这种系统称为离散系统,离散系统的动态特征用差分方程表达。

为了克服滤波发散的现象,可采用渐消记忆或限定记忆的滤波方法和自适应滤波法,为提高滤波结果的可靠性可采用抗差滤波和抗差自适应滤波(杨元喜, 2003a)。渐消记忆滤波时,可以增大新的观测数据的作用,但相对地减少老观测数据的影响,从而使滤波器逐渐过滤掉过老的观测数据。限定记忆滤波要求在求参数的滤波时,只利用离时刻 k 最近的前 m 个观测值,而其余的观测值完全甩掉,这里的 m 是根据实际物理系统预先规定的记忆长度。自适应滤波利用观测数据进行滤波的同时,不断地对未知的或不确切知道的系统模型参数和噪声统计性质进行估计和修正,以改进滤波的设计,减小滤波误差。抗差滤波主要是对系统进行有针对性的抗差滤波估计,使系统能够有效地抵制观测噪声和状态输入噪声的粗差干扰,求得状态参数的可靠解(宋文尧 等, 1991; 邱恺 等, 2005)。

为了减少计算量,同时保证足够的滤波精度,可采用简化的卡尔曼滤波方法。常用的有分段常增益滤波方法、解耦滤波方法和次优滤波方法。分段常增益滤波在不降低系统的采样频率的前提下,在一段时间之内取一常增益矩阵,各段不同时间间隔所取的常增益矩阵又不相同,这样既照顾到增益矩阵依赖于系统参数的变化,又照顾到在保持较高采样率的情况下保持迭代次数。解耦滤波方法是把高维系统解耦为几个低维子系统,以降低计算量。次优滤波在估计状态向量中,采用对系统描述起主要作用的若干分量,而不用细致描写全部分量,同时考虑性能损失不致太大。

卡尔曼滤波的状态方程和观测方程都是线性的。但是,大多数工程问题的动态系统和观测系统本身都是非线性的,非线性系统估计问题广泛存在于飞行器导航、目标跟踪及工业控制等领域中,具有重要的理论意义和广阔的应用前景。因此,有必要研究非线性滤波问题。然而由于非线性问题的复杂性,非线性估计难度较大,传统的估计方法存在不少缺陷。非线性估计的常用算法是扩展卡尔曼滤波(extended kalman filtering, EKF),但 EKF 计算复杂,滤波不稳定。自 EKF 提出的近三十年间, Gordon(1993)和 Sanjeev Arulampalam 等(2002)等众多学者尝试各种方法对非线性问题进行深入研究,早期研究的重点集中在对 EKF 的改造上,如研究补偿算法、改善数值稳健性、提高计算效率;最近十年来,非线性理论出现了重大突破,人们抛弃了非线性模型泰勒技术展开近似方法,采用计算简便、精度更高的插值多项式近似方法,甚至抛弃了对非线性模型进行线性变换的基本思想,而采用非线性变换思想。

5) 粒子滤波

粒子滤波(particle filter, PF)是 20 世纪 90 年代后期发展起来的新的滤波算法(Gordon, 1993; Sanjeev Arulampalam et al, 2002; Jayesh et al, 2003),粒子滤波的基本思想是用随机样本来描述概率分布,这些样本被称为粒子,然后在测量的基

基础上,通过调节各粒子权值的大小和样本的位置,来近似实际概率分布,并以样本的均值作为系统的估计值,原则上可用于估计任意非线性非高斯随机系统的状态,有效克服了推广卡尔曼滤波的缺点。粒子滤波思想最早可以追溯到 20 世纪 60 年代、70 年代,但由于当时计算条件的限制以及存在的样本退化(少数样本的权值很大,而大多数样本的权值接近于零)问题,所以当时粒子滤波技术并未引起足够的重视。直到 90 年代,戈登(Gordon)等人提出的在递推过程中重新抽样的思想使得粒子滤波技术得到了长足的发展,以后又有许多改进算法相继被提出,这些方法的提出大大地提高了粒子滤波技术应用地有效性,拓展了其应用空间。

随着计算机存储成本的降低,粒子滤波相对于采取解析形式对非线性系统进行近似得到次优滤波估计值的传统方法来说,极大地提高了算法的精确性、实时性。且估值维数的多少对粒子滤波影响不大,并且该方法适用于任意非线性模型,任意分布的噪声,而且算法简单,易于编程实现。与扩展卡尔曼滤波方法比较,这种算法的滤波效果更好,适用范围更广。目前粒子滤波算法已被广泛用于目标跟踪及导航与制导、统计分析、通信系统、信号处理和系统辨识等诸多领域。但在国内,目前对粒子滤波的研究才刚刚起步,相关资料较少。由于其对于非线性非高斯系统的适合性,使其在许多应用环境下有着优异的性能,所以开展相关研究对非线性、非高斯系统有着重要的现实意义。

粒子滤波适用于任何能用状态空间模型以及传统的卡尔曼滤波表示的非线性系统,精度可以逼近最优估计。其算法是利用一系列随机样本的加权 and 表示所需的后验概率密度,得到状态的估计值,粒子数目越多,越接近最优估计,但随之带来的计算量也就越大。在粒子滤波中,普遍存在的一个问题是权系数的退化问题。它是指算法经过若干次迭代后,权系数的方差会随时间逐渐增大,使得少数粒子的权值很大,而大多数粒子的权值很小,以至于可以忽略不计,这就意味着大量计算工作都浪费在对求解后验概率密度几乎不起任何作用的粒子的更新上。因此退化现象对粒子滤波产生了严重的不利影响,如何消除退化是粒子滤波至关重要的一个环节。目前解决的方法主要是选择重要密度函数和进行重采样,但最优重要密度函数的选择比较困难,且重采样增加了计算量,限制了滤波器的并行实现,可能会出现采样枯竭,采样后具有较大权值的粒子被多次复制,从而在一定程度上损失了粒子的多样性。高斯粒子滤波算法(Gaussian particle filter, GPF)是粒子滤波和高斯滤波相结合的一种滤波方法,可以认为是高斯假设条件下的粒子滤波算法,它以高斯分布来近似后验分布和预测分布。与标准粒子滤波算法相似,GPF 也需要从重要密度函数采样去获得样本粒子,并且根据测量值、预测分布函数以及重要密度函数来计算样本粒子的权值。与粒子滤波不同的,由于考虑的是高斯分布,所以算法只关注未知状态变量的均值和协方差的传播,其特点在于:采用粒子滤波策略解决非高斯非线性问题,也可以处理非加性噪声,且所需粒子数较少,并且不需

要对粒子为消除退化现象进行重采样,因而计算时间和复杂度得到了降低,也可达到较好的滤波精度。由于粒子滤波的计算实时性的限制,粒子滤波的实际应用只是开端。

2. 滤波算法与应用

1) 静态滤波的应用

静态滤波最早用于地球重力场的研究中,广义测量平差(崔希璋等,1992)将静态滤波应用于测量数据处理中。周江文等(1995)在研究抗差理论时也研究了线性滤波的抗差解法。20世纪80年代以来,随着测量数据处理理论的发展,滤波开始应用于逐次间接平差,控制网连接、改造和扩展,顾及起算数据误差的平差方法和控制网优化设计等方面。

2) 卡尔曼滤波算法与应用

在各类工程应用中,针对不同工程的应用背景已构造出多种自适应卡尔曼滤波算法。自适应补偿法利用观测信息自适应地生成模型误差的协方差矩阵,使预测残差与其相应的统计量保持良好的一致性。利用新息序列的自适应估计开窗逼近法,即要求观测方程协方差矩阵及状态误差协方差矩阵随时自适应于观测信息。杨元喜等(1997,2003b,2006a)、杨元喜等(2005)提出了利用抗差估计自适应地求解观测权阵,并将抗差估计与状态协方差矩阵膨胀模型相结合的自适应滤波方法,并将这些方法用于GPS定位与导航中,同时研究了动态卡尔曼滤波模型误差的影响。房建成等(1997)研究了GPS动态滤波的方法。徐爱功(1997)建立了GPS观测值对推断数据进行非线性平滑的数学模型。H. 卡瓦尔霍等(1998)研究了GPS/INS综合中的最佳非线性滤波。

3) 粒子滤波的算法

由于实时处理和计算机存储量的要求,在非线性的系统设计时通常选用贝叶斯递推滤波器来求解非线性估计问题。贝叶斯递推滤波器包括预测和更新两个步骤。预测是利用系统模型预测从一个测量时刻到下一个时刻的前向状态后验概率密度函数,而更新操作是利用最新的测量值对这个概率密度函数进行修正。对于线性高斯随机系统,卡尔曼滤波器就是其贝叶斯递推滤波器。贝叶斯递推滤波器对后验概率密度函数进行估计时,一般很难获得验后概率密度的精确解,这就需要研究各种近似次优估计。推广卡尔曼滤波就是最常用的近似次优估计方法。但是由于系统的可观性较差,状态空间模型的非线性程度较高,均导致了推广卡尔曼

滤波算法在收敛精度及时间上往往满足不了精度要求。

粒子滤波方法通过非参数化的蒙特卡洛模拟方法来实现贝叶斯滤波,用样本形式对先验信息和后验方式进行描述。当样本数量趋向无穷时,蒙特卡洛模拟特性与后验概率密度函数表示等价,从而滤波精度可以逼近最优估计。在数学处理的方便性上不受线性和高斯分布的限制,原则上适用于能用状态空间表示的任何非线性系统,因此是研究非线性系统滤波的重要手段。

为了有效地克服粒子滤波的退化问题,发展了两个关键技术:适当选取重要密度函数和进行再采样。另外,粒子滤波的收敛精度和收敛速度直接关系到它能否实现应用和应用范围。

3. 本书主要内容

随着科学技术的发展,测量手段不断丰富,测量速度不断提高,测量服务领域不断扩展,因此测量数据处理理论与方法也需要不断发展。经典测量平差已经不能满足现代数据处理的需要,现代滤波理论的发展丰富了测量数据处理理论,解决了许多经典平差无法解决的问题。现代测量数据处理已经从传统的线性模型向非线性模型发展,从静态数据处理向动态数据处理发展。

因此,本书选择研究非线性滤波、有色噪声滤波、卡尔曼滤波等有关理论与应用,它们对 GPS 定位与导航、卫星定轨、图象处理等领域的作用会发挥着重要作用,也会丰富与完善现代滤波理论。

目前, GPS 精密定位技术已经广泛应用于经济建设和科学技术的许多领域,对经典的大地测量学的各个领域都产生了极其深刻的影响。GPS/INS、GPS/RD 组合导航的应用与发展大大提高了测绘在国民经济建设中的作用,降低了交通成本。而现代滤波技术正是 GPS 精密定位与导航的理论基础。

本书通过对滤波理论、算法与应用研究现状和相关问题的分析,反映了作者近年来对有色噪声滤波和非线性滤波的研究成果,主要内容有:

在静态滤波、拟合推估理论基础上进行有色噪声条件下的逐次静态滤波与逐步拟合推估的理论、方法和应用研究,完善静态线性滤波理论。

在线性静态滤波和非线性最小二乘理论的基础上,基于极大验后估计理论推导了顾及二次项的非线性静态逐次滤波、非线性逐步拟合推估、有色噪声条件下的非线性滤波和非线性拟合推估等一系列理论公式。

在白噪声条件下的动态卡尔曼的基础上进行有色噪声作用下的动态卡尔曼滤波理论与算法研究,推导在有色噪声作用下的抗差卡尔曼滤波理论和抗差自适应动态滤波理论公式。在扩展卡尔曼滤波的基础上,推导顾及二次项的非线性动态滤波理论公式。

第1章 最小二乘测量平差

§ 1.1 观测误差与精度指标

1.1.1 观测误差

测量数据采用一定的仪器、工具、传感器等观测手段获取的地球或者其他实体的空间分布有关信息的数据,它包含有用和干扰的信息两个部分,干扰部分称为测量误差。观测数据(信息)都不可避免的带有误差(噪声)。由于通常未知参数是观测数据的函数,因此我们要研究用含有误差的观测值求定未知数估值的理论与方法。

观测误差产生的原因很多,概括起来有三方面的原因:测量仪器不完善、观测者的鉴别能力和外界条件及其变化。这三方面综合起来称为观测条件,观测条件直接影响观测成果的质量。根据观测误差对结果的影响性质,可分为偶然误差、系统误差和粗差三类。

1. 偶然误差

在相同的观测条件下进行观测,如果误差在大小和符号上表现出偶然性,即从单个误差看,该列误差的大小和符号没有规律性,但就大量误差的总体而言,具有一定的统计规律,这种误差称为偶然误差。偶然误差也称为随机误差。由于其观测结果事先不能预料,故可以将观测看做是一次随机实验观测量,即一个随机变量,观测量带有的随机误差也是随机变量。

偶然误差的特性:① 有界性:在一定的观测条件下,误差的绝对值有一定的限值;② 聚中性:绝对值较小的误差比绝对值较大的误差出现的概率大;③ 对称性:绝对值相等的正负误差出现的概率相同;④ 偶然误差的数学期望等于零,即偶然误差的理论平均值为零。

2. 系统误差

在相同的观测条件下进行观测,如果误差在大小、符号上表现出系统性,或者在观测过程中按一定的规律变化,或者为某一常数,那么这种误差称为系统误差。

观测量中产生系统误差可能是某种物理的、机械的、技术的、仪器的原因而造成的。通常它有一定的规律,或者有规则地变动着。系统误差与偶然误差在观测过程中总是同时产生的,当观测误差有明显的系统性时,说明系统误差影响显著,这种情况下,首先要考虑如何消除系统误差。

系统误差对于观测成果质量的影响特别显著。在实际工作中,应该采用各种方法来消除或减弱其影响,使残余系统误差不大于偶然误差的量级,达到可以忽略不计的程度。消除系统误差有许多方法,主要有:

(1)制定合理的操作程序,例如,进行水准测量时,使前后视距相等,以消除由于视准轴不平行于水准轴对观测高差所引起的系统误差。

(2)根据系统误差的规律性,构建其改正公式,在观测值中加系统误差改正,例如,在光电测距中加气象改正,减少温度、湿度和气压对距离测量值的影响。

(3)在数据处理模型中加入系统误差参数,进一步消除残存系统误差的影响。

3. 粗差

粗差是没有任何规律的粗大误差,是指在正常观测条件下(在置信区间内)不应该产生的误差。粗差是在数据采集、数据传输和数据加工中,由于不规则的差错而造成的,例如观测时读错数、记错数、计算机输入数据错误、航片判读错误、GPS相位观测值的跳周等。在传统的三角测量和水准测量中,一般可以由人工根据闭合差大小和经验来判别是否有粗差存在。但在全球定位系统(GPS)、地理信息系统(GIS)和遥感(RS)以及其他高精度自动化数据采集中所混入的粗差,就很难用简单的方法来识别,需要在数据处理过程中进行识别和消除影响。

经典平差主要是从观测值仅含偶然误差出发的,其研究内容为:

(1)偶然误差理论,包含偶然误差特性和传播规律;精度指标及其估计;权与中误差的定义及其估计方法。

(2)建立测量平差的函数模型和随机模型,依据最小二乘法原理,导出基础平差和精度评定方法,如:条件平差法、间接平差法、附有未知数的条件平差和附有条件的间接平差法。

(3)测量平差中必要的统计检验方法。

1.1.2 数学期望

1. 数学期望

离散型随机变量的一切可能的取值 X_i 与对应的概率 p_i 之积的和称为的数学期望(设级数绝对收敛),记为 $E(X)$,即

$$E(X) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n p_i X_i \quad (1-1-1)$$

对于连续性分布,则为

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad (1-1-2)$$

在观测值仅包含偶然误差情况下,观测值的数学期望就是真值。

2. 数学期望的性质

(1)设 C 是常数,则有 $E(C) = C$ 。