

杨宏林 著

# 金融市场多标度理论建模 及其风险管理应用

JINRONG SHICHANG DUOBIAODU LILUN JIANMO  
JIQI FENGXIAN GUANLI YINGYONG

湖南大学出版社

本专著出版获得了：

国家自然科学基金资助项目（71073049）

教育部人文社会科学研究项目基金资助（09YJC630062）

高等学校博士学科点专项科研基金资助项目（20090161120034）

湖南大学“中央高校基本科研业务费专项资金”项目资助

# 金融市场多标度理论建模 及其风险管理应用

杨宏林 著

湖南大学出版社

## 内 容 简 介

金融市场多标度条件下所表现出来的明显区别于单一标度的行为特征和动力学机制，对于更深层次地把握金融市场的内在本质，以及认识金融风险的复杂性和产生根源至关重要。本研究以金融市场时间标度为切入点，系统研究金融市场多标度波动的理论建模及其风险管理问题。通过对金融市场多标度统计分布、临界标度、相关性和层次结构等行为特征的准确刻画，发掘隐含于金融市场多标度条件下波动的内在结构和微观机理，获得多标度波动级串间的传递方向和关联特征；设计基元分割概率和随机分割数等控制参量来涵盖多标度特征，构建离散多标度波动随机级串模型，进而计算多标度波动矩和协方差阵，研究资产多标度风险度量和控制；并将研究成果应用到多标度风险度量和投资组合优化领域，促进金融市场波动建模理论和风险管理实践的创新与发展。

### 图书在版编目 (CIP) 数据

金融市场多标度理论建模及其风险管理应用/杨宏林著.

—长沙：湖南大学出版社，2011.5

ISBN 978 - 7 - 81113 - 982 - 2

I . ①金… II . ①杨… III . ①金融市场—风险管理—研究

IV . ①F830. 9

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 084614 号

## 金融 市 场 多 标 度 理 论 建 模 及 其 风 险 管 理 应 用

Jinrong Shichang Duobiaodu Lilun Jianmo Jiqi Fengxian Guanli Yingyong

作 者：杨宏林 著

责任编辑：丁 莎

出版发行：湖南大学出版社 责任印制：陈 燕

社 址：湖南·长沙·岳麓山 邮 编：410082

电 话：0731-88822559（发行部），88821691（编辑部），88821006（出版部）

传 真：0731-88649312（发行部），88822264（总编室）

电子邮箱：dingsha008@126.com

网 址：<http://hnupress.com>

印 装：长沙瑞和印务有限公司

开本：710×1000 16 开 印张：8.5

字数：149 千

版次：2011 年 6 月第 1 版 印次：2011 年 6 月第 1 次印刷

书号：ISBN 978 - 7 - 81113 - 982 - 2/F · 274

定价：25.00 元

版权所有，盗版必究

湖南大学版图书凡有印装差错，请与发行部联系

# 序 言

建立金融资产波动模型准确刻画资产波动变化特征仍然是金融经济学领域中最具挑战性的问题之一。在当前全球金融危机尚未消退、主要金融市场仍然持续动荡的背景下，这一问题的研究更突显其重要性和紧迫性。传统主流金融经济学以有效市场与理性行为人假说为基础，以线性范式和单一时间标度（timescale）为研究视角，建立起了许多经典的金融管理理论和方法，如 Sharp 和 Lintner 等人创立的资本资产定价模型（CAPM）、Rose 的套利定价模型（APT）以及 Black 和 Scholes 的期权定价理论（OPT）等等。以此假设建立的模型是对复杂现实的简化和抽象，对理想均衡结果的刻画和预期，尚不能完整描述现实金融资产波动的内在规律和微观机理，进而准确地指导投融资决策与风险管理实践。

近年来金融经济学领域的国内外学者尝试在金融资产波动的研究中考虑多标度行为特征，并取得了显著进展。金融市场多标度源自空间多尺度概念，是以不同时间跨度作为基准单位来分析金融市场波动行为表现、微观结构和动力学特征的一种方法。基于金融资产多标度视角发现的一些不同于以往研究结论的，却又十分有意义的结果，极大地拓展和推动了金融经济学在这一领域的研究。

本书围绕目前金融领域中新的热点问题——多标度波动理论建模及其风险管理应用展开研究。在对金融市场多标度行为特征系统研究的基础上，通过发掘隐含在金融市场多标度条件下的内在微观结构和控制机理，构建出多标度波动模型，研究资产多标度条件下的风险度量和控制问题。研究内容分 7 章撰写，涵盖以下四个方面：

首先，对金融市场收益率多标度条件下的分布特征和临界现象进行研究，尤其是收益率正、负尾部多标度的分布特征，并对所得结论的普适性进行了探讨；在此基础上，通过多重分形消除趋势波动法 MF-DFA（适用于非稳定序列多点间相关性分析）的度量框架，分析收益率不同波动幅度的相

关性特征。其次，通过考察多标度条件下特定类型的相关性对维持幂律分布特征所起的作用和强度，以及多标度条件下幂律分布的改变对收益率相关性的影响，发掘影响金融市场多标度分布特征的内在控制源；同时，运用湍流理论中的归一化相对结构函数研究金融市场的广义自相似性和层次结构特征，了解隐含于金融市场内部的特殊层次结构，从微观机理上把握金融市场的内在本质特征。再次，分析多标度条件下波动间的传递方向和结构特征，构建出最优波动级串结构模型，对金融市场多标度条件下的行为表现、动力学特征以及内在结构进行研究，为多标度条件下的风险管理做好模型上的准备。最后，通过对波动级串模型基元分割概率各阶矩的解析计算，求解出不同时间标度条件下收益率累积的表达式，构建出资产多标度条件下的风险分散化模型，进行风险管理研究。

研究工作的主要创新体现在：（1）对金融市场多标度条件下的幂律分布、临界现象、幂相关性、广义自相似性和层次结构等行为特征进行了系统研究；（2）通过对多标度条件下收益率的分解，构建出包含不同类型相关性的控制序列，研究特定类型的相关性对于多标度条件下收益率分布特征的影响和控制；（3）利用 Granger 因果检验、交叉相关函数和功率谱方法研究了金融市场多标度条件下的波动间传递方向和结构特征；（4）在多标度波动间层次结构和级串传递研究的基础上，构建出形式更为简洁的基元分割概率的离散随机波动级串模型，将多标度条件下波动所表现出的复杂性转换成为对模型中两个关键参数的控制研究，极大简化了研究难度；（5）通过对波动级串模型中基元分割概率各阶矩的解析计算，求解出资产多标度条件下累积的表达式，构建出基于累积的多标度风险分散化模型，对多标度条件下的风险管理进行研究。

研究成果对金融市场基于时间标度的研究发展作了一定贡献，同时一定程度上拓展了传统风险管理的研究范畴，为时间维度下的风险度量和控制的研究提供了重要的思路和方法，并为投融资决策和风险管理理论、方法和应用的进一步发展打下了一定的基础。

本研究是在作者博士论文《资本市场多标度行为特征及风险分析》基础上拓展完成的，研究成果分 7 篇论文分别发表在《中国管理科学》（第 2、4 章）、《管理学报》（第 3、5 章）、《系统工程》（第 3、6、7 章）上。在此，特别感谢我的博士生导师陈收教授、硕士生导师王拓教授。感谢他们对我成长所倾注的心血。

感谢湖南大学工商管理学院马超群教授、谢赤教授、袁凌教授、雷辉教

## 序 言

---

授、杨智教授、朱慧明教授、杨宽副教授提出的大量中肯的修改意见。感谢同窗室友袁际军博士在学业上给予我的诸多帮助和鼓励，千金易得、益友难觅。书稿撰写期间，还得到了工商管理学院其他老师和李双飞、杨艳、曾华珑、吴娟、邹琳、贺红波、陈为民、张莹、黄敏镁、杨密、杨文昱等博士同学的热情帮助以及湖南大学出版社的大力支持，在此一并深表谢意！

最后，对一如既往支持我完成学业，不断鼓励我奋发上进的年迈父母和家人表示衷心感谢。特别感谢妻子蒋利华女士给予家庭的支持和帮助，也谢谢女儿珩彬带给我的那么多欢乐时光。亲人们的无私关怀和殷切期望永远激励我不倦前行！

本专著出版获得了国家自然科学基金资助项目（71073049）、教育部人文社会科学研究项目基金资助（09YJC630062）“异质投资者多标度行为特征的跨期动态风险评价及投资决策研究”、高等学校博士学科点专项科研基金资助项目（20090161120034）、湖南大学“中央高校基本科研业务费专项资金”项目资助。

限于作者的专业基础、研究水平和技术手段，研究工作尚有诸多未尽之处，例如，多标度波动级串模型由离散向连续的拓展，多标度行为特征和跨期动态风险评价与投资决策的结合，异质投资者多标度行为特征与折扣率函数设计等。对于本书疏漏，恳求同行专家、学者批评指正。

杨宏林

2010年12月8日于岳麓山

# 目 次

## 第 1 章 绪 论

1.1 研究意义与问题的提出 .....	1
1.1.1 研究意义 .....	1
1.1.2 问题的提出 .....	3
1.2 国内外研究现状及评述 .....	4
1.2.1 金融市场多标度行为特征的国内外研究现状及评述 .....	4
1.2.2 金融市场多标度建模的国内外研究现状及评述 .....	8
1.2.3 金融市场风险管理的国内外研究现状及评述 .....	10
1.2.4 已有研究的总结 .....	15
1.3 研究思路和方法 .....	16
1.4 研究内容与主要创新点 .....	18
1.4.1 研究内容 .....	18
1.4.2 主要创新点 .....	19
1.5 结构安排与技术路线 .....	20

## 第 2 章 金融市场多标度幂律特征和临界现象

2.1 收益率多标度条件下的幂律特征 .....	24
2.1.1 收益率的中心分布 .....	24
2.1.2 收益率的尾部分布 .....	26
2.2 收益率多标度条件下的临界现象 .....	30
2.3 本章小结 .....	33

## 第 3 章 金融市场多标度条件下的相关性特征

3.1 金融市场多标度条件下的幂相关性 .....	34
3.1.1 不同收益率序列的时变特征 .....	35
3.1.2 收益率序列多标度条件下的幂相关性分析 .....	36

3.2 金融市场多标度的幂律分布与相关性关联研究.....	40
3.2.1 幂律分布的变化对于相关性的影响.....	40
3.2.2 特定类型的相关性对于幂律分布的影响.....	45
3.3 本章小结.....	50
<b>第4章 金融市场多标度自相似性和层次结构特征</b>	
4.1 多标度的自相似性.....	52
4.1.1 自相似性——结构函数的标度指数.....	53
4.1.2 扩展自相似性——相对结构函数的相对标度指数.....	56
4.1.3 广义扩展自相似性——归一化相对结构函数广义相对 标度指数.....	61
4.2 多标度的层次结构特征.....	64
4.2.1 波动相关关系三维特征结构.....	64
4.2.2 SL 层次结构模型 .....	67
4.3 本章小结.....	71
<b>第5章 金融市场多标度条件下波动的级串方向和结构</b>	
5.1 多标度条件下波动的因果关系.....	73
5.1.1 多标度条件下波动的单位根检验.....	74
5.1.2 多标度条件下波动的因果关系检验.....	75
5.2 多标度条件下波动级串结构的方向.....	76
5.2.1 利用交叉相关系数分析多标度条件下波动的传递方向.....	76
5.2.2 利用功率谱分析多标度条件下波动的传递方向.....	79
5.3 多标度条件下波动级串结构概念图.....	82
5.4 本章小结.....	84
<b>第6章 金融市场多标度离散随机分割级串模型</b>	
6.1 金融市场离散随机波动级串模型构建.....	87
6.1.1 金融市场离散随机波动模型构建原理.....	87
6.1.2 金融市场离散随机波动模型的构建.....	87
6.2 金融市场波动级串模型控制参数的讨论.....	90
6.3 金融市场波动级串模型的 Monte-Carlo 仿真比较 .....	91
6.4 最优金融市场规模级串模型与经验数据的比较 .....	101
6.5 本章小结 .....	104

## 目 次

---

### 第 7 章 金融市场多标度条件下的风险模型

7.1 基于多标度条件下波动级串模型的风险分散化原理 .....	106
7.2 单一资产多标度条件下的风险分散化模型 .....	107
7.3 本章小结 .....	113
结论 .....	114
参考文献 .....	118

# 第1章 絮 论

## 1.1 研究意义与问题的提出

金融市场多标度源自空间多尺度概念,是以不同时间跨度作为基准单位来分析金融市场波动行为表现、微观结构和动力学特征的一种方法。由于金融市场所具有的不确定性和复杂性,金融市场波动建模及其风险管理仍然是金融经济学领域中最具挑战性的问题之一。传统的波动建模理论多集中于单一标度,或者假设不同标度的波动服从同一分布,忽略了波动分布的标度依赖性。近年来金融市场多标度研究结果提示我们,建立金融市场波动模型需要考虑到波动的多标度特征,通过分析多标度波动的统计分布和相关性特征,发掘出隐含于多标度波动中的内在结构和微观机理,构建更为准确的金融市场波动模型。就掌握的资料看,金融市场多标度建模主要研究离散标度条件下的波动模型,连续条件下的多标度随机波动模型的泛化研究基本上刚刚起步,并且多标度风险管理应用目前还未见较成熟的研究成果。在当前全球金融危机尚未消退、主要金融市场仍然持续动荡的背景下,准确把握金融市场波动的复杂特性,有效防范和控制极端波动,对于维护金融市场安全,保持金融市场健康、稳定发展具有重要意义。

### 1.1.1 研究意义

建立金融资产波动模型准确刻画波动发展变化的特征仍然是金融经济学领域中最具挑战性的问题之一<sup>[1,2]</sup>。在当前全球金融危机尚未消退、主要金融市场仍然持续动荡的背景下,这一问题的研究更突显其重要性和紧迫性。传统主流金融经济学以有效市场与理性行为人假说为基础,以线性范式和单一时间标度(timescale)为研究视角,建立起了许多经典的金融管理理论和方

法,如 Sharp 和 Lintner 等人创立的资本资产定价模型(CAPM)、Rose 的套利定价模型(APT)以及 Black 和 Scholes 的期权定价理论(OPT)等等。以此假设建立的模型是对复杂现实的简化和抽象,对理想均衡结果的刻画和预期,尚不能完整描述现实金融资产波动的内在规律和微观机理,进而正确指导投融资决策与风险管理实践。

随着金融市场的发展和研究的深入,越来越多的金融现象和实证结果无法在理想框架下得到合理的解释。其中最重要的研究发现之一,就是不断有经验证据表明金融资产波动的非 Gaussian 分布特征与时间标度密切关联<sup>[3-6]</sup>,即不同标度条件下的波动分布具有显著差异的分布特征,表现出明显的标度依赖性(scale dependency)。这些都对基于单一时间标度线性范式下的研究假说提出了有力的挑战。这一现象存在的根本原因在于:现实金融市场是由大量长、短期异质交易者组成,具有明显不同的交易频率和投资期限(investment horizons),其差异性行为特征构成了异质金融市场特有的内在结构、微观机理和动力学特征,并通过不同时间标度上金融资产价格波动释放和表现出来<sup>[7-9]</sup>。传统的波动建模理论大多集中于单一标度,或者假定不同标度波动服从同一分布(更为严格的则假定独立且服从正态分布),忽视进一步考虑波动分布的标度依赖性对建模的影响<sup>[10,11]</sup>。因此,构建金融市场波动模型引入多标度(multiscale)概念,对于准确刻画和有效解释金融市场波动特征是非常必要的。

金融经济学领域的国内外学者已尝试在金融资产波动的研究中考虑多标度行为特征,并取得了显著进展。Tobin (1965)<sup>[12]</sup>、Levy (1972, 1976, 1992)<sup>[8,9,13]</sup>、Merton (1973)<sup>[14]</sup>、Gressis (1976)<sup>[15]</sup>、Jensen (1969)<sup>[16]</sup>、Lee (1976)<sup>[17]</sup>、McDonald(1983)<sup>[18]</sup>和 Gilster(1983)<sup>[19]</sup>等学者对此做了重要的前期贡献,分别就差异化投资期限(heterogeneous investment horizon)对投资组合选择、绩效评价指标、系统风险、均值一方差有效前沿和 CAPM 模型均衡状态的影响进行了深入研究,从理论和实证上得到了多期(multi-period)条件的影响并非是单期(single-period)条件的简单线性变化,时间期限对上述方面的影响远比想象中的复杂。这一系列研究促进了多标度波动建模理论的发展,最具代表性的是 Mandelbrot 等提出的基于波动多重分形的随机游走模型(multifractal random walk, MRW)<sup>[20]</sup>以及在此基础上加入波动传递级串(cascade)特征的多重分形级串模型(multifractal cascade model, MCM)<sup>[21-23]</sup>,研究成果对多标度波动建模发展起到重要的推动(所谓波动级串是指不同时间标度波动构成的层状关联结构(hierarchical relationship struc-

ture)）。尽管如此，在金融市场多标度波动的相关性、内在结构、微观机理和风险管理应用等方面还有待深入。这充分说明：金融市场多标度研究越来越受到国内外学者的关注，目前研究在诸多方面尚处于起步阶段，为后续留下了良好的可供拓展的研究前景。

研究将围绕目前金融领域中新的热点问题——多标度波动理论建模及其风险管理应用展开研究。一方面，通过准确刻画金融市场多标度统计分布、临界标度(critical scale)、相关性、层次结构(hierarchical structure)等行为特征，发掘隐含于金融市场多标度条件下的内在结构和微观机理，获取多标度波动级串间的传递方向和关联特征，设计微观控制参量，建立离散多标度波动模型，通过对时间一标度极限分割收敛性质的讨论，考察模型由离散到连续条件的拓展。另一方面，在充分把握波动多标度行为内在机理和规律的基础上，利用建立的多标度波动模型，计算多标度波动矩和协方差阵，进行多标度风险度量和控制研究，并将研究成果拓展至多标度风险管理应用领域。研究以时间标度为切入点，构建涵盖波动多标度特征的波动模型，一定程度上克服传统时间序列模型对金融市场波动刻画的不足，更准确地把握现实金融市场的波动特征和机理，在丰富金融资产波动建模理论的同时，进一步指导风险管理实践应用，对于维护金融市场安全，保持金融市场持续、稳定发展具有重要的理论意义和现实价值。

### 1.1.2 问题的提出

金融市场多标度概念源自于统计物理学空间多尺度概念，是以多个不同时间跨度作为基准单位来分析金融市场行为表现和动力学特征的一种方法。系统地研究多标度条件下金融市场的行为特征及其风险管理问题需要集中回答和解决如下几个问题：

(1)金融市场收益率多标度条件下表现出怎样的行为特征，其概率密度函数和累积分布函数呈现出怎样的分布形式，尾部和中心是否存在差别，经验分析所获得的结论是否具有普适性；

(2)金融市场多标度条件下具有怎样的微观结构，多标度条件下金融市场行为特征的内在控制因素是什么，这些内在控制因素和微观结构对金融市场多标度行为特征产生怎样的影响和控制作用；

(3)影响金融市场多标度条件下行为特征的内在控制因素和微观结构如何表征到风险控制指标中，即如何通过控制因素和微观结构来构建风险度量

指标,如何将多标度框架下表现出来的分布特征与风险控制相结合,从而构建投资组合模型以分散非系统风险。

## 1.2 国内外研究现状及评述

这一部分将介绍相关的国内外研究现状和动态,并加以分析评述,具体组织如下:首先对金融市场多标度行为研究进行回顾,介绍多标度统计分布研究的代表性成果,并对国内该领域进展作简要说明;其次,比较传统时间序列波动建模思路,对近年来基于多标度行为研究成果的多标度波动建模进展加以介绍;接下来,介绍时间维风险管理应用的进展,涵盖多重分形风险指标、小波风险度量等方法;最后,对现有研究加以分析总结,归纳出尚待探讨的方面,对未来研究进行展望,进而引出本书研究议题。由于本部分所涉文献回顾较多,为清晰起见,给出本部分导读图如图 1.1 所示。

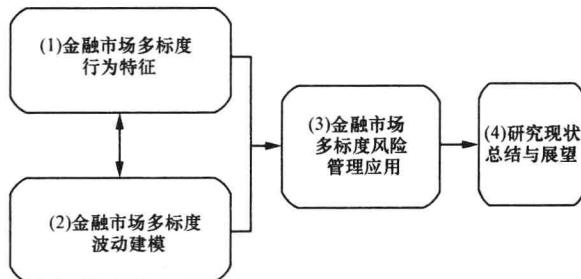


图 1.1 研究综述导读

### 1.2.1 金融市场多标度行为特征的国内外研究现状及评述

金融市场是一个包含大量相互作用单元的复杂系统,并且受到各种外部因素的影响。各个组成单元的性质和相互作用的规律相当复杂,而各种外部因素(例如与资产有关的信息)在很大程度上也不可预测,这些原因都导致了金融市场的随机性和复杂性。因此研究市场中资产价格波动,即收益率(return)的随机性特征成为了金融领域中最具挑战性的问题之一<sup>[1,2,24-28]</sup>。传统研究通常在单一标度框架下进行,近年来物理学家将物理领域中的多标度(属

于金融物理学<sup>[29-32]</sup>这一交叉学科中的一个重要概念)引入到金融经济学科的分析中,发现了大量不同于以往研究结论的,却又十分有意义的结果<sup>[1,2,4,24-28,33-38]</sup>。这里所谓的标度行为,指的是收益率对应的时间标度  $\Delta t$  发生变化时(例如,从 1 min 逐步增加到 1 个月),其分布性质、动力学特征和内在特征的相应变化情况。

1900 年,法国数学家 Bachelier 详尽地研究了资产价格变化的规律,提出了第一个有关于收益的随机过程模型,这一模型建立在随机变量服从独立同分布(i. i. d)假定基础之上,在中心极限定理作用下渐近于高斯分布。对于高斯分布来说,大的波动极少出现,因为分布的尾部以指数  $\exp(-x^2/2\sigma^2)$  速率快速地衰减到 0,变量落在  $[-3\sigma, 3\sigma]$  区间之外的概率小于 0.01。

然而此后一系列的研究却发现,金融市场回报的分布并非服从 Gaussian 分布<sup>[1,2,4,24-28,33-43]</sup>。1963 年,Mandelbrot 在研究棉花价格时发现其收益率分布具有“尖峰肥尾”的现象,同时发现引入 Lévy 稳定分布能够较好地拟合收益率分布的特征。稳定分布具有两个重要的性质,一个是卷积不变性,即加法下的稳定性;一个是当稳定指数  $\mu < 2$  时,尾部服从指数为  $1 + \mu$  的负幂律分布,尾部衰减表现出幂律行为(power-law behavior)<sup>[39, 40]</sup>。负幂律分布的尾部比 Gaussian 分布的尾部“胖”,即 Lévy 稳定分布描述价格变化,价格发生大的波动的概率要比使用 Gaussian 分布预测的可能性大<sup>[41,42]</sup>。Lévy 分布一定程度上能够近似描述多标度条件下收益率的分布特征,但是由于  $\mu < 2$  造成二阶矩发散,因此方差(二阶累积)严格地趋于无穷,给应用(尤其是风险度量)带来了很大困难。

1995 年,Mantegna 和 Stanley 在 *Nature* 上发表文章,探讨了物理领域中广泛存在的标度行为(scale behavior)在金融系统中存在的可能性<sup>[35]</sup>,文献利用 1984~1989 年间 S&P500 指数研究了不同时间标度下收益分布的性质,结果发现,价格变化的概率密度函数的中心部分与 Lévy 稳定分布非常接近,并且在 3 个数量级(1 min~1000 min)上仍可观察到标度行为(以幂律衰减)。但分布的尾部与 Lévy 分布有明显差别,比 Lévy 分布“瘦”(尾部收敛速度快于 Lévy 分布),比 Gaussian 分布“胖”(尾部收敛速度慢于 Gaussian 分布),近似于指数分布,因此,认为可使用截断 Lévy 分布来描述尾部<sup>[35]</sup>。

1998 年,Gopikrishnan 利用美国三大股市(NYSE, AMEX, NASDAQ)1994~1995 年共  $4 \times 10^7$  个数据点研究了价格绝对变化的概率分布状况,发现累积分布服从指数  $\mu \approx 3$  的幂律分布,远超出 Lévy 稳定分布  $0 < \mu < 2$  的指数范围,并认为这一行为不同于 Gaussian 分布、Lévy 分布和截断 Lévy 分布

的特征<sup>[42]</sup>。1999 年, Liu 等人对 S&P500 指数收益变化(指数价格的对数变化, 数据取用 1984~1996 年频率为 15 s 间隔的 S&P500 指数, 共计  $4.5 \times 10^6$  个数据点)以及美国三大股市(NYSE, AMEX, NASDAQ)1994~1995 两年中资产排名靠前的 500 家公司的多标度统计特征进行研究, 发现指数收益变化的累积分布一致于指数  $\mu \approx 3$  的幂律渐进行为, 远超出 Lévy 稳定分布  $0 < \mu < 2$  的指数范围, 并且在一定的时间范围内保持同样的函数形式。收益变化的概率密度函数的中心部分能够很好地拟合对数正态分布, 尾部具有  $\mu \approx 3$  的幂律渐进行为, 单个公司数据的分析结果支持上述尾部幂律特征的结论<sup>[38]</sup>。几乎同一时间, Gopikrishnan 等人也对 S&P500 指数波动(选用了 1984~1996 年频率间隔为 1 min 的约  $1.2 \times 10^6$  个数据点, 1962~1996 年频率间隔为 1-daily 的 8 686 个数据点, 1929~1996 年频率间隔为 1-monthly 的 852 个数据点的三个数据集)的统计特征进行了跨度达 4 个数量级(1 min~1 month)的多标度研究, 发现当标度  $\Delta t < 4$  days(1 560 min)时指数收益波动服从  $\mu \approx 3$  的幂律分布, 远超出 Lévy 稳定分布  $0 < \mu < 2$  的指数范围, 同时发现, 当时间标度  $\Delta t \gg (\Delta t)_x = 4$  days 时, 分布缓慢收敛于 Gaussian 分布, 此外文献还发现波动具有时间依赖性(time dependency), 认为波动的长程相关性可能是标度行为的一个内在原因<sup>[4]</sup>。

Pasquini 等人在 1999~2001 年连续发表文章对金融市场的多标度行为特征进行研究, 通过广义累积平均绝对收益的分析, 获得非线性幂指数  $\xi_q$ (广义 Hurst 指数), 表明收益的动力学机制不同于 Gaussian 分布和 Lévy 稳定分布<sup>[1, 2, 24]</sup>。Gabaix 等人 2003 年在 *Nature* 上发表的文章, 对股票价格、交易量(trading volume)以及交易笔数(number of trade)的动力学机制给予了研究。发现三者都表现出类似的幂律行为, 其中价格的幂指数  $\xi_p \approx 3$ , 交易量的幂指数  $\xi_v \approx 1.5$ , 交易笔数的幂指数  $\xi_n \approx 3.4$ ; 并且价格的这一幂律行为特征对于不同的市场具有广泛的普适性(rather universal)<sup>[43]</sup>。Alejandro-Quinones 等人在 2006 年通过计算机模拟构建满足市场特征的收益值序列来对市场收益进行仿真研究, 结果显示构建的两个收益序列都带有“胖尾”幂律衰减特征<sup>[44]</sup>。

针对在刻画波动特征上与统计分布具有同等重要性的另一方面——相关性的研究, 过去十年间也进展显著。Liu 等(1999)对 S&P500 多标度条件下波动相关性特征进行了分析, 并详细地比较了相关系数、功率谱和消除趋势波动法(DFA)在度量不同波幅间相关性特征的优劣<sup>[38]</sup>。Matia 等(2003)对比研究了商品市场和股票市场日价格波动的多重分形结构和长程相关性, 发现

了相关性和分形谱之间的特定联系<sup>[45]</sup>。Kantelhardt 等(2002)成功地提出了多重分形消除趋势分析法(MFDFA),并利用 MFDFA 分析了非稳定序列的多标度条件下不同波幅间的长程相关性特征<sup>[46]</sup>。该方法已经成为判断非稳定序列分形特征和度量长程相关性的重要方法。Viswannathan 等(2003)通过研究 59 种股票的价格波动发现,胖尾与波动间长程相关性密切关联<sup>[47]</sup>。

国内针对金融市场收益分布特征也展开了一系列的跟踪研究。汪秉宏等人(2001)对香港恒生指数进行了细致的研究,发现其收益率分布也具有明显的标度行为,并且分布的中心部分与 Lévy 分布一致,而分布的尾部则符合幂律分布的特征,还讨论了可能对分析收益率分布尾部性质产生影响的因素<sup>[48]</sup>。张永东等人(2002)对上证指数和深证成指(分别选取 5 min 和 1 day 标度的序列)进行了多标度分析,发现广义累积平均绝对收益序列标准差的幂指数  $\xi_q$  随其幂次  $q$  的变化表现出非线性特征,当  $q > 4$  时,  $\xi_q$  逐渐收敛于 0.5, 意味着大的波动逐步接近于 Gaussian 分布特征<sup>[49]</sup>。

庄新田等人(2003)运用三种标度指标(自相关指数、Hurst 指数和基于 DFA 方法的标度指数)对沪深股市的标度行为进行了实证研究。结果表明,沪深股市收益率不服从正态分布,不同时间标度间的指数价格间存在相关性,表现为分形时间序列<sup>[50]</sup>。魏宇等(2003)对上证综指进行研究,发现收益序列是不相关的,但绝对收益序列表现出长程相关性<sup>[51]</sup>;此外由广义累积平均绝对收益序列方差获得的幂指数  $\xi_q$  相对于  $q$  仍然表现出非线性特征,当  $q > 4$  时,  $\xi_q$  逐渐收敛于 0.5, 说明大的波动服从 Gaussian 分布,与文献<sup>[1,2,24,49]</sup>的实证结果一致,此外还简要涉及多重分形风险管理的方面。吴文锋等人(2003)利用 2000~2001 年上证综指的 5 min 高频数据进行股票市场的多标度特征研究,结果表明,其标度指数大于 0.5;此外对上证综指的广义累积平均绝对收益标准差的分析表明,市场存在多标度行为,不同幅度收益率的标度指数不同<sup>[52]</sup>。施锡铨等人(2004)通过对上证综指和道琼斯工业指数的对数收益率序列进行了多重分形消除趋势波动 MF-DFA 分析,发现两者均表现出多标度行为特征,但上证指数的特征更为明显,对深圳成指与纳斯达克指数进行的分析,也得出类似结果<sup>[53]</sup>。

都国雄等(2007)对中国股市多重分形特性研究发现市场存在弱多重分形特征,标度不变性达到六个数量级,多重分形的形状不随时间标度而改变<sup>[54]</sup>。此外,都国雄等(2007)还研究了上证综指和深证成指在六种时间标度下股指收益的概率分布,发现了明显的尖峰和胖尾特征,上证综指统计分布渐近行为遵循幂律关系,但超出了 Lévy 稳定分布的范围<sup>[55]</sup>。王鹏(2008)由多分形分

析出发,提出了一种新型的金融市场多分形波动率测度,利用多分形分析过程中产生信息描述金融市场波动<sup>[56]</sup>。

以上综述了金融市场多标度行为特征的一些主要研究结果。可以发现,国外学者的研究主要集中在多标度框架下,对金融市场收益的统计特征,如累积分布和概率密度函数的描述上,目的在于从本质上揭示收益的行为特征,这对于进一步的应用研究,尤其是风险度量和控制起着重要的理论支持。对于多标度条件下收益的统计特征,国外学者的研究焦点集中在收益(包括绝对收益)分布究竟服从 Lévy 稳定分布、截断 Lévy 稳定分布还是幂律分布,以及对于不同的市场是否具有普适性特征。这些问题目前尚未有统一标准,尽管几类重要的研究结果支持市场收益服从幂律分布。国内近年来的相关研究基本都是跟踪性的,并且研究重点集中在通过构建广义累积平均绝对收益方差(或标准差)序列来计算幂指数  $\xi_q$ ,通过对  $\xi_q$  的分析获取多标度行为特征。这一角度的研究较为简便,能够从另一个角度,即  $\xi_q$  的线性或非线性表现上,得到收益多标度行为特征的信息,因为 Gaussian 分布、Lévy 分布和截断 Lévy 分布分别对应于常数、线性和双线性的  $\xi_q$ <sup>[57]</sup>。但单纯地从这一角度来研究多标度行为,远不能揭示金融市场收益的多标度行为特征的本质,缺乏对其后应用研究的理论支持。因此,有必要对金融市场,尤其是中国市场收益的多标度行为特征进行系统研究,准确描述出其累积分布和概率密度函数,揭示金融市场的普适性特征,同时深入探讨金融市场多标度条件下的内在微观结构以及行为特征的控制因素,将其表征到风险控制指标中,构建投资组合模型以分散非系统风险,对于完善金融市场的理论体系和进一步的应用研究(如风险的有效度量和控制),无疑将具有十分重要的理论和现实价值。

## 1.2.2 金融市场多标度建模的国内外研究现状及评述

目前金融市场主流的波动建模理论大体分为两类:一类是从单一时间序列的角度建立波动模型;另一类是从时间和空间维度综合考虑波动模型的构建。前者可以追溯到 Bachelier(1900)基于几何布朗运动假设所建立的价格模型<sup>[58]</sup>和目前广泛研究的 GARCH 族模型(Engle, 1982; Muller, 1997; Sohn, 2007; Aragó-Manzana, 2007)<sup>[10, 59-61]</sup>。由于不能完整地解决时间标度的问题(GARCH 族模型的时间因素隐含于方差滞后项),时间序列模型对资产波动特征的刻画到目前仍不理想,这促使了后一类基于时空维度建模理论的迅速发展(Tong, 1980)提出的门限时间序列模型(threshold model)一定程度上可