

探究、应用题突破丛书

初中数学

主编 贾红云 何 玮

全面剖析命题素材

名师指点解题方法

突破中考重点难点

探究、应用题突破丛书

初中数学



主编 贾红云 何 玮

编委 陈国容 程坤全 吴梦殊
杨 陈德芬

四川出版集团
四川辞书出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

探究、应用题突破丛书: 初中数学 / 贾红云, 何玮
主编. —成都: 四川出版集团·四川辞书出版社,
2011. 1

ISBN 978-7-80682-645-4

I. ①探… II. ①贾…②何… III. ①数学课—初中
—教学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 244378 号

探究、应用题突破丛书: 初中数学

TANJIU YINGYONGTI TUPO CONGSHU CHUZHONG SHUXUE

贾红云 何 玮 主编

策 划 田学宾
责任编辑 田学宾
复 审 唐瑾怀
终 审 陈敦和
封面设计 武 韵
版式设计 王 跃
责任印制 严红兵 肖嗣兰
出版发行 四川出版集团·四川辞书出版社
地 址 成都市三洞桥路 12 号
邮政编码 610031
印 刷 成都金祥龙实业有限公司
版 次 2011 年 1 月第 1 版
印 次 2011 年 1 月第 1 次印刷
开 本 880 mm×1230 mm 1/16
印 张 15.75
书 号 ISBN 978-7-80682-645-4
定 价 23.00 元

* 版权所有, 翻印必究

* 本书如有印装质量问题, 请寄回出版社调换

* 市场营销部电话: 028-87734330 87734332

前言

随着课程改革的推进，在理科课程考试中越来越注重对探究能力和知识应用能力的考查，许多考题呈现出情景新、开放性大，对知识综合能力和创新思维能力要求高的特点。很多同学对这类题目很不适应，是考试和学习的难点。

虽然新题型表面看起来千变万化，让人觉得难以应付，但从命题的背景材料来看，不外乎是学习、生活、生产中常见的一些现象和事件，如果同学们掌握了这些现象和事件中所包含的学科知识，解题的难度就会大大降低。相关的教育心理学研究也证明了这一点，熟悉的情景有利于知识的迁移和问题的解决。显然，仅仅掌握常见命题素材的背景知识还是不够的，因为随着时代的发展，新的命题素材会不断出现，并且针对原有的素材也可以在考查方法上进行创新。因此同学们需要真正学会问题解决方法，学会创新思维。多种情景下的问题解决方法的学习和训练是实现这一目标的有效途径。

根据以上认识，我们在深入研究“课程标准”和“考试大纲”以及大量的中考原题的基础上，按照“全面收集命题素材，注重解题方法指导”的原则编写了本丛书，旨在帮助同学们提高探究能力和解决实际问题的能力。

本书内容由两部分组成：第一部分同步辅导：按照初中的知识体系对常见的命题素材作了分门别类的详细介绍。其中“素材解析”栏目详细剖析了该素材所涉及的知识点，以及常见的考查方式，有的还对将来的命题方向作了预测，让同学们从根本上吃透每一个素材。“归纳总结”栏目概括了与该素材有关的题目的解题方法和解题注意事项，以帮助同学们真正学会自己解决问题。第二部分专题辅导：站在整个知识内容的高度总结了常见题目类型的命题特点和解题方法，进一步加强对解题规律和学科思想方法的总结，注重知识的综合运用。

在编写本书的过程中，我们力求为广大同学提供一本较好的探究学习指导书，为同学们探究学习插上一双有力的翅膀。不过由于本书编写方式与众不同，写作难度较大，书中肯定存在一些不足之处，希望得到广大师生的指正，我们会在今后的工作中改进和完善。

编者

2010年12月

目 录

第一部分 同步辅导篇

第一讲 实数及其运算	1
素材 1 利用实数的运算解决实际问题	1
素材 2 科学记数法、有效数字的应用	2
素材 3 用有理数估计无理数的大小	2
素材 4 探索数的规律	2
素材 5 游戏中的实数运算	3
第二讲 整式的加减	7
素材 1 利用整式的加减解决实际问题	7
素材 2 说理型	8
素材 3 探索规律型	8
素材 4 最佳方案型	9
第三讲 整式的乘除与因式分解	14
素材 1 巧用完全平方的非负性解题	14
素材 2 数形结合型	15
素材 3 探求图形或事物发展的规律,并用代数式表示发现的规律	15
素材 4 确定不定方程或方程组的整数解问题	15
素材 5 特殊定义运算	16
第四讲 二次根式	19
素材 1 利用二次根式的意义求代数式的值	19
素材 2 化简形如 $\sqrt{a^2}$ 的二次根式	19
素材 3 探索猜想型	20
第五讲 一元一次方程	22
素材 1 构造一元一次方程巧解计算题	22
素材 2 一元一次方程在日常生活中的应用	

.....	22
素材 3 列一元一次方程解交流信息型阅读题	23
素材 4 数据处理型中的一元一次方程的应用	24
素材 5 最佳方案问题	25
第六讲 不等式和不等式组	31
素材 1 一元一次不等式(组)解集的应用	31
素材 2 图表信息题	32
素材 3 阅读理解型	32
素材 4 方案设计型	33
第七讲 二元一次方程组	37
素材 1 构造二元一次方程组	37
素材 2 列二元一次方程解交流信息型阅读题	37
素材 3 图表信息在二元一次方程组中的应用	38
素材 4 考查综合决策题型	38
素材 5 开放探究题型	39
素材 6 考查探索规律题型	40
第八讲 分式及分式方程	44
素材 1 利用整式的知识,求分式的值	44
素材 2 探究原由型	45
素材 3 应用问题	45
素材 4 最优决策题	45
素材 5 探究规律型	46
素材 6 自编题型	46
第九讲 一元二次方程	50

素材 1	构造一元二次方程巧妙解題	50	素材 2	利用平面直角坐标系探究规律	87
素材 2	利用一元二次方程解决实际问题	51	第十五讲	三角形(多边形)的有关概念	91
素材 3	图表信息題	51	素材 1	利用三角形的有关概念解决实际問題	91
素材 4	探索存在问题	52	素材 2	用方程的思想解决几何問題	91
素材 5	平面几何中的应用	53	素材 3	猜想、探究规律	92
素材 6	方案设计型	54	第十六讲	全等三角形	96
第十讲	一次函数	57	素材 1	利用全等三角形解决实际问题	96
素材 1	函数图像信息題	57	素材 2	全等三角形的探索、开放型	96
素材 2	构建一次函数解决实际问题	58	素材 3	阅读归纳型	98
素材 3	利用一次函数图像求不等式及方程组的解	59	素材 4	动态几何型	98
素材 4	一次函数与几何問題	59	第十七讲	等腰三角形	103
素材 5	利用一次函数探求规律性問題	60	素材 1	计算問題	103
第十一讲	反比例函数	65	素材 2	运动变化型	103
素材 1	反比例函数与一次函数图像信息综合題	65	素材 3	有关等腰三角形的一些探究題型	104
素材 2	函数及图像与几何問題	66	第十八讲	特殊四边形	109
素材 3	应用問題	66	素材 1	利用特殊四边形的性质对相关线段、角、面积的计算和证明	109
素材 4	探究类	67	素材 2	利用特殊四边形解决实际问题	110
素材 5	学科综合型	68	素材 3	判断说理題	111
第十二讲	二次函数	72	素材 4	剪拼探究題	112
素材 1	求二次函数的解析式	72	素材 5	图形动态演变問題	113
素材 2	利用二次函数解决实际问题	73	素材 6	代数几何综合題型	114
素材 3	代数几何综合型	74	第十九讲	相似形	119
素材 4	存在型探索題	75	素材 1	点的坐标与位似变换	119
素材 5	方案决策型	76	素材 2	比例式的证明	119
第十三讲	图形的初步认识及平行线	81	素材 3	有关相似三角形的求值問題	120
素材 1	有关角、线段的计算	81	素材 4	有关相似三角形的动点問題	121
素材 2	平行线性质的实际应用	82	素材 5	探索规律型	122
素材 3	几何最小值問題	82	素材 6	探索存在型	123
素材 4	动态几何	83	素材 7	方案设计型	124
第十四讲	图形与坐标	87	第二十讲	勾股定理	128
素材 1	利用平面直角坐标系解决实际問題	87	素材 1	化“斜”为“直”，妙用勾股定理	128

素材 2 利用勾股定理证明有关线段平方关系问题	129
素材 3 利用勾股定理解决实际问题	129
素材 4 距离最短问题	130
素材 5 利用勾股定理解决折叠问题	131
素材 6 规律探索型问题	132
第二十一讲 解直角三角形	135
素材 1 估算问题	135
素材 2 生活中的“角”与三角函数	135
素材 3 通过构造直角三角形解决实际问题	136
素材 4 方案选择问题	137
素材 5 与函数的综合	138
第二十二讲 视图与投影	141
素材 1 三视图与立体图形	141
素材 2 投影的应用	141
素材 3 探索图形摆放规律	142
第二十三讲 平移、旋转、对称	145
素材 1 最短线路问题	145
素材 2 对称定坐标	146
素材 3 图形变换的应用	146
第二十四讲 圆	150
素材 1 与圆相关的计算问题	150
素材 2 与圆有关的位置关系	151
素材 3 运动中的相切	152
素材 4 圆与函数结合型	153
素材 5 规律探索题	154
第二十五讲 统计	159
素材 1 利用相关数据绘制统计图	159
素材 2 统计图的相关计算	160
素材 3 双图表问题	161
素材 4 方案决策题	162
素材 4 方案选择题	163
第二十六讲 概率初步	167
素材 1 求随机概率	167

素材 2 利用频率估计概率	167
素材 3 利用概率判断游戏是否公平	168
素材 4 概率与函数	169
素材 5 根据概率进行判断说理	169
第二部分 专题辅导篇	
专题一 阅读理解问题	172
素材 1 定义新概念型	172
素材 2 知识模仿型	173
素材 3 结论应用型	174
素材 4 改正错误型	174
专题二 方案设计问题	180
素材 1 方程、函数型设计题	180
素材 2 统计型设计题	182
素材 3 测量设计题	183
素材 4 图形设计题	184
专题三 操作与实践问题	190
素材 1 作图与图案设计	190
素材 2 分割操作型	191
素材 3 折叠型问题	191
专题四 规律探索问题	196
素材 1 数式规律问题	196
素材 2 图形排列问题	196
素材 3 从特殊到一般规律探究	197
专题五 探索型问题	200
素材 1 条件探索型问题	200
素材 2 结论探索型问题	200
素材 3 存在探索型	201
专题六 运动型问题	206
素材 1 动点问题	206
素材 2 线动型问题	208
素材 3 图形的运动	209
素材 4 与坐标、函数图像相关的动态型	210
参考答案	215



第一部分 同步辅导篇

第一讲 实数及其运算

热点材料

1. 利用实数的运算解决实际问题
2. 科学记数法、有效数字的应用
3. 用有理数估计无理数的大小
4. 探索数的规律
5. 游戏中的实数运算

本讲导学

本讲考题一般以填空题、选择题或解答题的形式出现,考题难度不大,但涉及的基本概念和知识点较多。

在实数的加、减、乘、除、乘方运算中要注意符号法则和运算律的运用。通过实数的运算可以解

决日常生活中的水电气开支、银行利息、股票投资收益等有关数学计算问题。

科学记数法与实数乘方有关,是指把一个绝对值大于10的数记成 $a \times 10^n$ 的形式(其中 $1 \leq a < 10$),通过科学记数法可以解决现实中的大数的读写困难问题。

利用有理数估计无理数的大小。

探索数的规律:给出一组具有递进关系的数、式子、图形,或某个由简单到复杂的操作过程,或某一具体的问题情景,通过探求其变化过程中的规律,归纳或猜想出一般性的结论。

生活中有很多的数字游戏,利用实数运算的知识可以揭示一些游戏的奥秘,利用实数乘法的符号规律可以解释翻牌游戏中的数学道理。

素材1

利用实数的运算解决实际问题

【例1】某个家庭为了估计自己家6月份的用电量,以便节约用电,对月初的一周每天电表的读数进行了记载,上周日电表的读数是115千瓦·时。以后每日的读数如下表:

星期	周一	周二	周三	周四	周五	周六	周日
电表的读数/千瓦·时	118	122	127	133	136	140	143

估计6月份大约用多少电?

分析:通过对一周电表读数的记载可以得到这一周各天的用电量,从而算出这一周的平均每天用电量,用这周的平均每天用电量乘以30,就可以估算出6月份大约的用电量。

解: $[(118-115)+(122-118)+(127-122)+(133-127)+(136-133)+(140-136)+(143-140)] \div 7 \times 30$

$$=(-115+143) \div 7 \times 30$$

$$=120 \text{ (千瓦·时)}$$

点评:计算出在这一周内每天的用电量,就能发现一周内日用电量变化的大小,如果日用电量变化不大,用本周日平均用电量作为本月的日平均用电量去估算本月的用电量误差就小,否则误差就大。

【例2】王红梅同学将1000元压岁钱第一次按一年定期储蓄存入“少儿银行”(即教育储蓄),到期后将本金和利息取出,并将其中的500元捐给“希望工程”,剩余的又全部按一年定期存入,这时存款的年利率已下调到第一次存款时年利率的90%,这样到期后,可得本金和利息共多少元?已知第一次存款时的年利率为2.04%(假设不计利息税)。

解:第一次存款后本息和: $1000 \times (1+2.04\%) = 1020.4 \text{ (元)}$

第二次存入银行本金为: $1020.4 - 500 = 520.4 \text{ (元)}$

第二次存款到期本息和: $520.4 \times (1+0.9 \times 2.04\%) = 530 \text{ (元)}$



答：可得本金和利息共 530 元。

说明：本题为教育储蓄，应注意不计利息税。

考查要点 利用有理数的混合运算可以解决许多实际问题，本部分经常考查的内容有水电气的预算和开支、投资收益、纳税等题材，考查的知识点是有理数的混合运算。

归纳总结 用数学知识解决实际问题的应用题是整个初中数学的重点和难点，是近年中考命题的热点，解这类题目主要是要看问题与哪个知识点相关联。

素材 2 科学记数法、有效数字的应用

【例 3】 (2010·浙江宁波) 据《中国经济周刊》报道，上海世博会第四轮环保活动投资额高达 820 亿元，820 亿用科学记数法表示为 ()

- A. 0.82×10^{11} B. 8.2×10^{10}
C. 8.2×10^9 D. 82×10^8

分析：本题要考虑以下三点：一是单位有无变化；二是保留几个有效数字；三是数的四舍五入。

答案：B

考查要点 科学记数法及有效数字有关的试题已经成为中考的热点，多数以社会统计数据和一些科研数据为载体，以选择题或填空题的形式出现。

归纳总结 解决此类问题的关键是熟练掌握科学记数法的形式和有效数字的取舍。科学记数法就是将一个数表示成 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq a < 10$ 。有效数字就是从一个数的左边第一个不是 0 的数字起，到精确到的数位止，所有的数字都是这个数的有效数字，同时注意数的四舍五入。

素材 3 用有理数估计无理数的大小

【例 4】 (2009·湖南株洲) 估计 $\sqrt{8} \times \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{3}$ 的运算结果应在 ()

- A. 1 到 2 之间 B. 2 到 3 之间
C. 3 到 4 之间 D. 4 到 5 之间

分析：这是一道利用有理数估算无理数的大小的题，先将其化简，再看无理数在哪些有理数之间，进一步判断无理数的大小。

解： $\sqrt{8} \times \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{3} = \sqrt{4} + \sqrt{3} = 2 + \sqrt{3}$ ，与 3 最接近的完全平方数为 1，4，即 $1 < 3 < 4$ 。

所以 $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$ ，即 $1 < \sqrt{3} < 2$ ，故 $3 < 2 + \sqrt{3} < 4$ ，选 C。

考查要点 此题主要考查利用有理数估算无理数的能力。在考试中一般以选择题或填空题的形式出现。

归纳总结 此种题型一般是先将其化简，然后利用无理数的被开方数与最接近的完全平方数来估算该无理数的大小，解此类估算题的关键是记住一些完全平方数。

素材 4 探索数的规律

【例 5】 有一种数字游戏，可以产生“黑洞数”，操作步骤如下：第一步，任意写出一个自然数（以下称为原数）；第二步，再写一个新的三位数，它的百位数字是原数中偶位数字的个数，十位数字是原数中奇位数字的个数，个位数字是原数的个位数；以下每一步，都对上一步得到的数按照第二步的规则继续操作，直至这个数不再变化为止。不管你开始写的是一个什么数，几步之后变成的自然数总是相同的。最后这个相同的数就叫它为“黑洞数”。请你以 2 009 为例尝试一下，写出这个“黑洞数”。

2 009，经过一步之后变为 _____，再变为 _____，再变为 _____ …… “黑洞数”是 _____。

分析：数字的“黑洞”是一个饶有兴趣的问题。只要按照题意要求对数据进行操作，就会找到这个数字“黑洞”。

2 009 → 229 → 129 → 129

答案：129

【例 6】 将 $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, -\frac{1}{6}, \dots$ 按一定规律排列如下：

第 1 行		1		
第 2 行		$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	
第 3 行		$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{6}$
第 4 行	$\frac{1}{7}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$-\frac{1}{10}$



第5行 $\frac{1}{11}$ $-\frac{1}{12}$ $\frac{1}{13}$ $-\frac{1}{14}$ $\frac{1}{15}$

.....

请你写出第20行从左至右第10个数是_____.

分析: 当你找到的数若分母是偶数则带负号, 若分母是奇数时, 则带正号.

这些数字第一行1个数, 第2行2个数, 所以第1到20行共 $1+2+3+\cdots+20=210$ 个数, 即第20行的最后一个数为 $-\frac{1}{210}$, 所以第20行从左至右第10个数, 可由第20行去掉后面的10个数得到, 为 $-\frac{1}{200}$.

答案: $-\frac{1}{200}$.

【例7】如图1-1 (1) 所示是一个三角形, 分别连接这个三角形三边的中点得到图 (2), 再分别连接图 (2) 中间的小三角形三边的中点, 得到图 (3), 按此方法继续连接, 请你根据每个图中三角形的个数的规律完成下列问题.

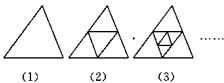


图 1-1

(1) 将下表填写完整:

图形编号	(1)	(2)	(3)	(4)	...	(10)
三角形个数	1	5	9		...	

(2) 在第10个图形中有_____个三角形.

分析: 依照上述规律, 后一个图形总比前一个图形多4个小三角形, 所以第四个三角形中有13个三角形, 第五个三角形中有17个三角形. 即: 图 (1) 中三角形的个数为1, 图 (2) 中三角形的个数为 $1+4$, 图 (3) 中三角形的个数为 $1+4+4$, 以此类推, 第四个图形中三角形的个数为 $1+4+4+4$, 因此, 第10个图形中三角形的个数为 $1+4(10-1)=4 \times 10-3=37$.

答案: (1) 13 17 (2) 37

考查要点: 这类题型一般是给出一组具有递进关

系的数、式子、图形, 或某个由简单到复杂的操作过程, 或某一具体的问题情景, 通过探求其变化过程中的规律, 归纳或猜想出一般性的结论; 有的题目还要求对结论的正确性加以验证.

归纳总结 归纳、猜想型试题是近年中考出现的新题型, 解答这类试题的思路是: 从简单的、局部的、特殊的情形出发, 通过分析、比较、提炼, 发现其中的规律, 进而归纳或猜想出一般性的结论.

素材5 游戏中的实数运算

【例8】在车站、码头附近有时会看到一些碰运气、赌输赢的地摊, 这些地摊大多引诱来往过客, 用骗术骗取他们的钱财. 转摊就是其中之一.

摊主在一个固定的圆盘上划出若干扇形区域, 并顺次标上号码1, 2, 3, 4, 5, 6, ... 在每一奇数扇区上放上值钱的东西, 如名酒, 中华香烟等, 而在每一个偶数区域上放着廉价的东西, 如糖块, 小食品等. 圆盘中心安装一根可以转动的轴, 轴的顶端有一根悬臂, 臂端吊一根线, 线头上系一根针. 如果付给摊主一元钱, 就可以随便转动一次, 当悬臂停止转动时, 针就停在某一区域, 按照摊主制订的规则, 这一格上的数是几, 就从下一格起, 按顺时针方向数出几, 最后数到哪一格, 那一格中的物品就归你, 例如: 当指针指向“6”时, 就要从“7”数起, 顺时针方向数出“6”, 最后应该数到“12”这一格.

参加这种赌博的人认为, 圆盘上奇数、偶数格各占一半, 输赢的机会各占一半, 于是就去碰碰运气, 然而, 不管转多少次, 最后总是数到偶数区域中, 你只能用自己的很多钱换来几粒糖果等廉价物品. 为什么大家的“运气”都不好, 你能用数学知识解开这个谜吗?

分析: 如果转到奇数格, 那么就再数奇数格, 最后数到的格就为偶数.

• 奇数 $\pm$ 奇数 = 偶数

如果转到偶数格, 那么就再数偶数格, 最后数到的格就为偶数.

• 偶数 $\pm$ 偶数 = 偶数

提出问题: 如果按逆时针方向转动, 此结论是否成立?

可见, 无论按顺时针还是逆时针转, 最后的结果一定都为偶数.



【例9】在桌面上反扣着7张纸牌，若每次将其中的4张翻转过来，则能否经过有限次翻转，使得7张纸牌全部亮开在桌面上？如果能，请你设计一个方案；如果不能，请说明理由。

分析：每张牌都有“反扣”和“亮开”两个方向，我们可以把反扣和亮开看做是具有相反意义的量：

若反扣用“-”表示，则亮开用“+”来表示。

不妨设“-1”表示反扣，“+1”表示亮开，现将7张纸牌全部反扣记为7个“-1”，它们的乘积为“-1”，将纸牌反转相当于与原来的状态相反，即可视为乘以“-1”，由于每次都翻转4张，即乘以4个“-1”，而 $(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = 1$ ，即每次翻转4张，原来的7张纸牌的乘积仍保持不变，而根据游戏规则，当7张纸牌全部亮开时其乘积为： $(+1) \times (+1) \times (+1) \times (+1) \times (+1) \times (+1) \times (+1) = 1$ ，与翻转前乘积相反，所以不可能将7张纸牌全部亮开。

考查要点：这类题多取材于生活中常见的游戏，考查学生运用所学知识分析解决问题的能力。例8让学生明白在有理数运算中奇数 $\pm$ 奇数=偶数，奇数 $\pm$ 偶数=奇数，偶数 $\pm$ 偶数=偶数。例9让学生理解有理数乘法法则中符号的确定方法，奇数个负因数的乘积为负，偶数个负因数的乘积为正，从而明白游戏中所包含的数学原理。

归纳总结 此类题将生活实际问题转化为纯数学问题，建立数学模型，运用数学的思想和方法分析和研究题目中的基本数量关系，寻求数学结论，从而得出实际问题的解答。



巩固练习

1. 某天股票A开盘价18元，上午11:30跌1.5元，下午收盘时又涨了0.3元，则股票A这天的收盘价是 ()

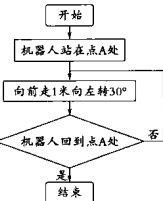
- A. 0.3元 B. 16.2元
C. 16.8元 D. 18元

2. (2010·浙江绍兴)自上海世博会开幕以来，中国馆以其独特的造型吸引了世人的目光。在会展期间，参观中国馆的人次数估计达到14 900 000，此数用科学记数法表示是 ()

- A. 1.49×10^6
C. 14.9×10^7

- B. 0.149×10^8
D. 1.49×10^7

3. (2008·湖北荆门)某科技馆为一机器人编制一段程序，如果机器人在平地上按照图中所示的步骤行走，那么该机器人所走的总路程为 ()



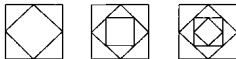
第3题

- A. 6米
B. 8米
C. 12米
D. 不能确定

4. (2008·四川资阳)2008年5月5日，奥运火炬手携带着象征“和平、友谊、进步”的奥运圣火火种，离开海拔5 200米的“珠峰大本营”向山顶攀登。他们在海拔每上升100米，气温就下降0.6℃的低温和缺氧的情况下，于5月8日9时17分，成功登上海拔8 844.43米的地球最高点。而此时“珠峰大本营”的温度为-4℃，峰顶的温度为 (结果保留整数)

- A. -26℃ B. -22℃
C. -18℃ D. 22℃

5. (2009·重庆)观察下列图形，则第n个图形中三角形的个数是 ()



第5题

- A. $2n+2$ B. $4n+4$
C. $4n-4$ D. $4n$

6. (2010·湖北荆门) $(-\frac{1}{2})^{-1} + (\pi - \sqrt{3})^0 + \sqrt{(-2)^2}$ 的值为 ()

- A. -1 B. -3
C. 1 D. 0

7. (2010·山东日照)古希腊人常用小石子在沙滩上摆成各种形状来研究数，例如：

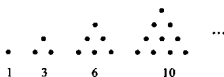
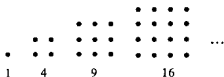


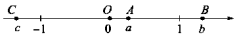
图1


 图2
第7题

他们研究图1中的1, 3, 6, 10, ... 由于这些数能够表示成三角形, 将其称为三角形数; 类似地, 称图2中的1, 4, 9, 16, ... 这样的数为正方形数. 下列数中既是三角形数又是正方形数的是 ()

- A. 15 B. 25
C. 55 D. 1225

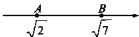
8. (2010·台湾) 图中数轴上的A, B, C三点所表示的数分别为a, b, c. 根据图中各点位置, 判断下列各式哪个正确. ()



第8题

- A. $(a-1)(b-1) > 0$ B. $(b-1)(c-1) > 0$
C. $(a+1)(b+1) < 0$ D. $(b+1)(c+1) < 0$

9. (2010·浙江东阳) 如图, 在数轴上点A和点B之间的整数是_____.



第9题

10. 已知a, b为两个连续整数, 且 $a < \sqrt{7} < b$, 则 $a+b =$ _____.

11. (2010·安徽) 已知 $a=3$, 且 $(4\tan 45^\circ - b)^2 + \sqrt{3 + \frac{1}{2}b - c} = 0$, 以a, b, c为边组成的三角形面积等于_____.

12. 若 $2m-4$ 与 $3m-1$ 是同一个数的两个平方根, 则 $m =$ _____.

13. 用“ $\boxtimes$ ”定义新运算: 对于任意实数a, b都有 $a \boxtimes b = b^2 + 1$, 例如, $7 \boxtimes 4 = 4^2 + 1 = 17$, 那么 $5 \boxtimes 3 =$ _____; 当m为实数时, $m \boxtimes (m \boxtimes 2) =$ _____.

14. (2008·济南) 数学的美无处不在. 数学家们研究发现, 弹拨琴弦发出声音的音调高低, 取决于弦的长度, 绷得一样紧的几根弦, 如果长度的比能够表示成整数的比, 发出的声音就比较和谐. 例如, 三根弦长度之比是15:12:10, 把它们绷得一样紧, 用同样的力弹拨, 它们将分别发出很调和的乐声do, mi, so. 研究15, 12, 10这三个数的倒数发现: $\frac{1}{12} - \frac{1}{15} = \frac{1}{10} - \frac{1}{12}$. 我们称15, 12, 10这三个数为—

组调和数. 现有一组调和数: $x, 5, 3$ ($x > 5$), 则x的值是_____.

15. (2009·浙江义乌) 平方根是数学爱好者的节日, 这一天的月份和日期的数字正好是当年年份最后两位数字的平方根, 例如2009年的3月3日, 2016年的4月4日. 请你写出本世纪内你喜欢的一个平方根节 (题中所举例子除外) _____.

16. 观察下列等式:

$$\frac{1}{1 \times 2} = 1 - \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}, \quad \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

将以上三个等式两边分别相加得:

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} -$$

$$\frac{1}{4} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

(1) 猜想并写出: $\frac{1}{n(n+1)} =$ _____.

(2) 直接写出下列各式的计算结果:

$$\textcircled{1} \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{2006 \times 2007} =$$

_____;

$$\textcircled{2} \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} =$$

$$\textcircled{3} \text{ 探究并计算: } \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{4 \times 6} + \frac{1}{6 \times 8} + \dots$$

$$+ \frac{1}{2006 \times 2008}.$$

17. 某摩托车厂本周计划每日生产250辆摩托车, 由于工人实行轮休, 每日上班人数不一定相等, 实际每日生产量与计划量相比情况如下表 (增加的辆数为正数):

星期	一	二	三	四	五	六	日
增减量	-5	+7	-3	+4	+9	-8	-25

① 本周六生产了多少辆?

② 产量最多的一天比产量最少的一天多生产了多少辆?

③ 本周平均每天实际生产多少辆?



18. 小张上周五买进某公司股票1 000股(周末不开市), 每股13.80元, 下表表示本周一至周五每日该股票(单位: 元)的涨跌情况(“+”号表示比前一天上升, “-”表示比前一天下降):

星期	一	二	三	四	五
股票涨跌	-0.10	+0.25	-0.55	+0.40	+0.30

(1) 周三的收盘价是多少? 本周内最高价是每股多少元?

(2) 根据上表, 请你提出一个问题, 并解决问题;

(3) 选取适当的O点, 用合适的统计图表示本周涨跌情况;

(4) 已知小张买进股票时付了成交额的0.15%的手续费, 卖出时付了成交额0.15%的手续费和成交额0.1%的交易税. 如果小张在本周五收盘前将股票卖出, 它的收益如何?

(1) 担心政策变化, 每年年底将本息取出, 再一并存入银行, 共存6年;

(2) 考虑生活所需, 每2年底将利息取出后, 再将本金存入银行, 共存6年;

(3) 考虑做生意, 先存3年, 将利息取出后, 再将本金存3年.

请你估算上述三种方式的最终效益.

20. 已知 $7 + \sqrt{10}$ 与 $7 - \sqrt{10}$ 的小数部分分别是 a, b , 求 $a^2 - b$ 的绝对值.

19. 下表是某银行最新的银行存款利率情况, 根据表中内容回答下面的问题.

存期	1年	2年	3年	5年
年利率/%	2.25	2.79	3.33	3.60

如果你的手中有人民币10万元, 你可以选择以下几种方式存款:



第二讲 整式的加减

热点材料

1. 利用整式的加减解决实际问题
2. 说理型
3. 探索规律型
4. 最佳方案型

本讲学

整式的加减在中考中的考查内容较多,包括整式的有关概念及计算,合并同类项与去括号,求代数式值,考题多以选择题、填空题及计算题的形式出现,学生在理解整式概念和运算的基础上,要进一步发展观察、归纳、类比、概括等能力。

素材1 利用整式的加减解决实际问题

【例1】节约用水问题:

某市鼓励市民节约用水,对自来水用户按如下标准收费:若每月每户用水不超过15立方米,则每立方米水价按 a (元)收费;若超过15立方米,则超过的部分每立方米水价按 $2a$ (元)收费,如果某户居民在一个月内用水35立方米,那么他该月应缴纳水费_____元

分析:根据题意可知:用水量 ≤ 15 立方米时,水价为 a (元/米³),用水量 > 15 立方米时,超过的部分每立方米水价按 $2a$ (元)收费,现用水35立方米应分两部分计费。

解: $15a + (35 - 15) \times 2a = 15a + 40a = 55a$, 所以应填 $55a$ 。

【例2】销售问题:

某商场将进价 a (元)的货物提价40%后销售,后因积压又按售价的60%出售,用代数式表示实际的售价,问这次是亏了还是赚了?

分析:这个实际问题可以抽象为比较两数大小的

利用整式的加减可以解决日常生活中的水电气开支、纳税、销售、出租车收费等问题。

说理型是利用去括号、合并同类项将多项式化简后使其与某字母无关。

探索规律型是给出一组具有递进关系的数、式子、图形,或某个由简单到复杂的操作过程,或某一具体的问题情景,通过探求其变化过程中的规律,归纳或猜想出一般的规律和结论。

在现实生活中会有一些问题,由于各方面的原因需要选择最佳的解决方案,如顾客在购买某种商品时有几种打折的方法,顾客要选择最佳优惠方法;上网收费方式;物流公司运输的最佳方案的选择等。

数学问题,即比较实际售价与进价的大小。

解:实际售价为 $a(1 + 40\%)60\% = \frac{21}{25}a$, 因为

$\frac{21}{25}a < a$, 所以这次亏了。

【例3】出租车收费问题:

某城市出租车的收费标准如下表所示:

里程 x /km	$x < 3$	$3 \leq x < 4$	$4 \leq x < 5$	$5 \leq x < 6$	$6 \leq x < 7$	...
车费/元	6	$6 + 1.2$	$6 + 2.4$	$6 + 3.6$	$6 + 4.8$	...

(1) 当 $x(x \geq 3)$ 为整数时,用代数式表示出租车行驶 x (km)的费用。

(2) 当 $x(x \geq 3)$ 不为整数时,还能用此代数式表示出租车行驶的 x (km)的费用吗?为什么?

(3) 想坐车去10 km以外的地方,至少需用多少钱?

分析:(1) x 为整数时,可列表探究规律:

里程 x /km	3	4	5	6	...
车费/元	$6 + 1.2$	$6 + 2.4$	$6 + 3.6$	$6 + 4.8$	...

$\therefore$ 车费为 $6 + (x - 2) \times 1.2$ 。

解:(1) x 为整数时,车费为 $[6 + 1.2(x - 2)]$



($x \geq 3$).

(2) 当 x 不为整数时, 不能用上述代数式表示, 因为当 $x=3$ 或 $x=3.5$ 时, 代数式 $6+1.2(x-2)$ 表示不同的值, 而实际上车费均为 $(6+1.2)$ 元.

(3) 当 $x=10$ 时, $6+1.2(x-2)=6+1.2 \times (10-2)=15.6$ (元), 所以打车到 10 km 以外的地方, 至少需用 15.6 元.

考查要点 此类题型经常考查的内容有水电气开支、销售问题、出租车收费问题、纳税等题材, 考查的知识点是整式的加减运算中的去括号和合并同类项法则. 在考试中一般以填空题或解答题的形式出现.

归纳总结 此类题型运用整式的加减解决社会热点, 也是近年中考的热点问题. 此类题型要先理解题意列代数式, 然后再利用去括号和合并同类项法则将列出的多项式化简. 所以考了两个知识点, 有一定的综合性.

素材 2 说理型

【例 4】 有一道题“先化简, 再求值: $17x^2 - (8x^2 + 5x) - (4x^2 + x - 3) + (-5x^2 + 6x - 1) - 3$, 其中 $x=2006$.”小芬做题时把“ $x=2006$ ”错抄成了“ $x=-2060$ ”. 但她计算的结果却是正确的, 请你说明这是什么原因?

分析: 本题可通过将多项式去括号, 合并同类项进行说理.

实际上, 当 $x=2006$ 和 $x=-2060$ 时, 多项式的值不变, 这说明合并同类项后, 结果与 x 无关.

$$\begin{aligned} \text{解: } & 17x^2 - (8x^2 + 5x) - (4x^2 + x - 3) + (-5x^2 + 6x - 1) - 3 \\ &= 17x^2 - 8x^2 - 5x - 4x^2 - x + 3 - 5x^2 + 6x - 1 - 3 \\ &= (17 - 8 - 4 - 5)x^2 + (-5 - 1 + 6)x + (3 - 1 - 3) \\ &= -1 \end{aligned}$$

所以小芬将 $x=2006$ 错抄成 $x=-2060$ 时, 计算的结果不变.

【例 5】 李老师给学生出了一道题: 当 $a=0.35$, $b=-0.28$ 时, 求 $7a^3 - 6a^2b + 3a^2b + 3a^3 + 6a^2b - 3a^2b - 10a^3$ 的值. 小聪说: “老师给的条件 $a=0.35$, $b=-0.28$ 是多余的.” 小明说: “不给这两个条件, 就不能求出结果, 所以不是多余的.” 你认为他们谁

说得有道理? 为什么?

分析: 可以将原式先合并同类项, 如果最后的结果是一个常数, 则小聪说得对, 否则, 小明说得有道理.

解: 原式 $= (7+3-10)a^3 + (-6+6)a^2b + (3-3)a^2b = 0$, 合并得结果为 0, 与 a 、 b 的取值无关, 所以小明说得有道理.

考查要点 此类说理题或证明与某些字母无关的题目实质上是合并同类项的问题. 考查的知识点是整式的加减运算法则, 一般以解答题的形式出现.

归纳总结 说理问题也成了近年中考中的创新型. 这类题目可以转换成整式的加减运算, 运用合并同类项法则和去括号法则将整式化简为不含某些字母的整式, 进而说明其与这些字母无关.

素材 3 探索规律型

【例 6】 用火柴棒按图搭三角形如图 2-1:

(1) 猜想第 5 个图中, 会有多少个相同的小三角形, 要用多少根火柴棒?

(2) 猜想第 n 个图中, 比第 $(n-1)$ 个图中多出多少个小三角形, 多用多少根火柴棒?

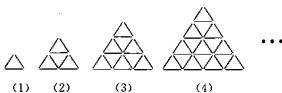


图 2-1

分析: 先根据前 5 幅图的情况列表:

第几幅图	1	2	3	4	5	...	n
共有小三角形数	1	4	9	16	25	...	
共用火柴棒数	3	9	18	30	45	...	

可分析出小三角形分别相差 3, 5, 7, 9, ... 火柴棒数分别相差 6, 9, 12, 15, ... 第 n 个图比第 $(n-1)$ 个图中多出正立的小三角形“ $\triangle$ ”有 n 个, 倒立的三角形“ ∇ ”有 $(n-1)$ 个, 共多出 $(n+n-1)$ 个, 即 $(2n-1)$ 个. 因为正立的小三角形“ $\triangle$ ”有 n 个, 所以多用 $3n$ 根火柴棒.

解: (1) $1+3+5+7+9=25$ (个), $(1+2+3+4+5) \times 3=45$ (根).



答: 会有 25 个相同的小三角形, 45 根火柴棒.

(2) 第 n 行会多出 $(2n-1)$ 个三角形, $3n$ 根火柴棒.

【例 7】有一串单项式: $-x, 2x^2, -3x^3, 4x^4, \dots, -19x^{19}, 20x^{20}$.

(1) 你能说出它们的规律吗?

(2) 写出第 2 009 个单项式;

(3) 写出第 n 个, 第 $(n+1)$ 个单项式.

分析: 本题是一般性的探索性问题, 只要经过观察、分析、比较、归纳等探索过程就能找出规律来.

解: (1) 每个单项式的系数的绝对值与 x 的指数相等; 奇数项系数为负; 偶数项系数为正;

(2) $-2\ 009x^{2\ 009}$;

(3) 当 n 为奇数时, 第 n 个单项式为 $-nx^n$, 第 $(n+1)$ 个单项式为 $(n+1)x^{n+1}$; 当 n 为偶数时, 第 n 个单项式为 nx^n , 第 $(n+1)$ 个单项式为 $-(n+1)x^{n+1}$.

【例 8】一列火车自 A 城驶往 B 城, 沿途有 n 个车站 (包括起点站 A 和终点站 B), 该列火车挂有一节邮政车厢, 运行时需要在每个车站停靠, 每停靠一站不仅要卸下已经通过的各车站邮包一个, 还要装上各站发往下面行程中每个车站的邮包一个.

例如, 当列车停靠在第 x 个车站时, 邮政车厢上需要卸下已经通过的 $(x-1)$ 个车站发给该站的邮包共 $(x-1)$ 个, 还要装上下面行程中要停靠的 $(n-x)$ 个车站的邮包共 $(n-x)$ 个.

(1) 根据题意, 完成下表:

车站序号	在第 x 车站启程时邮政车厢邮包总数
1	$n-1$
2	$(n-1)-1+(n-2)=2(n-2)$
3	$2(n-2)-2+(n-3)=3(n-3)$
4	
5	
...	
n	

(2) 根据上表, 写出列车在第 x 车站启程时, 邮政车厢上共有邮包的个数 (用 x, n 表示).

分析: (1)

车站序号	在第 x 车站启程时邮政车厢邮包总数
1	$n-1$
2	$(n-1)-1+(n-2)=2(n-2)$
3	$2(n-2)-2+(n-3)=3(n-3)$
4	$3(n-3)-3+(n-4)=4(n-4)$
5	$4(n-4)-4+(n-5)=5(n-5)$
...	
n	0

(2) $y=x(n-x)$

考查要点 考查归纳思维和观察、猜测、推理的能力, 以及列代数式的能力. 考试中一般以选择题、填空题的形式出现. 有时要求对结论进行验证的就在解答中出现.

归纳总结 归纳、猜想型试题是近年中考出现的新题型, 解答这类试题的思路是: 分析—归纳—猜想—推理—结论, 可以先列表找规律, 再用代数式表示此规律, 然后验证.

素材 4 最佳方案型

【例 9】某地电话拨号入网有两种收费方式, 用户可以选择其一.

A. 计时制: 0.05 元/分; B. 包月制: 50 元 (限一部个人住宅电话上网).

此外, 每一种上网方式都加收通信费 0.02 元/分.

(1) 某用户某月上网时间为 x (时), 请你分别写出两种收费方式下该用户应该支付的费用;

(2) 若某用户估计一个月上网的时间为 20 小时, 你认为采用哪种方式较为划算?

分析: (1) 计时制每分钟收费 0.05 元, 每月 x 时收费 $(0.05 \times 60x)$ 元; 包月制每月收费 50 元. 每种方式需再加 $(0.02 \times 60x)$ 元的通信费.

(2) 根据两种情况的收费关系式分别求出每月上网 20 小时的费用, 再进行比较.

解: (1) 计时制每月收费:

$$0.05 \times 60x + 0.02 \times 60x = 3x + 1.2x = 4.2x;$$

包月制每月收费:

$$50 + 0.02 \times 60x = 50 + 1.2x.$$

(2) 当 $x=20$ 时, $4.2x=4.2 \times 20=84$ (元),



$$50 + 1.2x = 50 + 1.2 \times 20 = 74 \text{ (元)}.$$

$$\therefore 84 > 74,$$

∴若一个月上网 20 小时的话,采用包月制比较划算.

这个问题可以抽象为比较两数大小的数学问题,即比较用自来水公司的水所需的费用与自建水泵房抽水所需费用的大小.

【例 10】甲、乙两家超市以相同的价格出售同样的商品,为了吸引顾客,各自推出不同的优惠方案:在甲超市累计购买商品超出 300 元之后,超出部分按原价 8 折优惠;在乙超市累计购买商品超出 200 元之后,超出部分按原价 8.5 折优惠.设顾客预计累计购物 x 元 ($x > 300$).

(1) 请用含 x 的代数式分别表示顾客在两家超市购物所付的费用;

(2) 试比较顾客到哪家超市购买更优惠?说明你的理由.

解: (1) 甲: $0.8x + 60$ 乙: $0.85x + 30$

(2) 由 $0.8x + 60 = 0.85x + 30$, 得 $x = 600$. 故当购物超过 300 元且不满 600 元时,到乙超市更优惠;当购物 600 元时,两家超市付款相同;当购物超过 600 元时,到甲超市更优惠.

【例 11】某乡 A、B 两村盛产柑橘, A 村有柑橘 200 t, B 村有柑橘 300 t. 现将这些柑橘运到 C、D 两个冷藏仓库,已知 C 仓库可储存 240 t, D 仓库可储存 260 t;从 A 村运往 C、D 两处的费用分别为每吨 20 元和 25 元,从 B 村运往 C、D 两处的费用分别为每吨 15 元和 18 元. 设从 A 村运往 C 仓库的柑橘重量为 x (吨), A、B 两村运往两仓库的柑橘运输费用分别为 y_A (元) 和 y_B (元).

(1) 请填写下表,并求出 y_A 、 y_B 的表达式;

(2) 试讨论 A、B 两村中,哪个村的运费较少;

(3) 考虑到 B 村的经济承受能力, B 村的柑橘运费不得超过 4 830 元,在这种情况下,请问怎样调运,才能使两村运费之和最小,求出这个最小值.

收地 运地	C	D	总计
A	x (吨)		200 吨
B			300 吨
总计	240 吨	260 吨	500 吨

解: (1) $y_A = -5x + 5\,000$ ($0 \leq x \leq 200$), $y_B =$

$3x + 4\,680$ ($0 \leq x \leq 200$), 填表 (略)

(2) 当 $x = 40$ 时,两村运费相等;当 $0 \leq x \leq 40$ 时, B 村运费较少;当 $40 < x \leq 200$ 时, A 村费用较少.

(3) 由 $3x + 4\,680 = 4\,830$, $x = 50$, 又 $y = y_A + y_B = -2x + 9\,680$. 当 $x = 50$ 时, $y_{\text{最小}} = 9\,580$ (元), 即当 A 村调往 C 仓库的柑橘为 50 吨, 调往 D 仓库为 150 吨, B 村调往 C 仓库为 190 吨, 调往 D 仓库 110 吨时,两村的运费之和最小,最小费用为 9 580 元.

考查要点 此类题型主要取材于日常生活中方案抉择问题,利用数学知识找到最佳解决方案. 主要考查的知识点有列代数式,去括号法则,合并同类项等,具有一定的综合性.

归纳总结 方案抉择题近年来也成为各地中考的热点之一,是列代数式、去括号法则、合并同类项等知识的综合运用,利用多项式来反映事物的规律,通过比较多项式大小解决问题. 根据具体的差值对事件作出判断或决定,在计算时要结合题的特点,选择简便易行的方法.

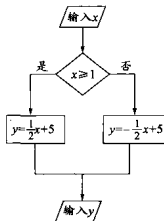


巩固练习

1. (2008·湖南益阳) 有一种石棉瓦,每块宽 60 厘米,用于铺盖屋顶时,每相邻两块重叠部分的宽都为 10 厘米,那么 n (n 为正整数) 块石棉瓦覆盖的宽度为 ()

- A. 60 n 厘米 B. 50 n 厘米
C. $(50n + 10)$ 厘米 D. $(60n - 10)$ 厘米

2. (2008·江苏泰州) 根据图中流程图的程序,当输入数据 x 为 -2 时,输出数值 y 为 ()



第 2 题

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 10