

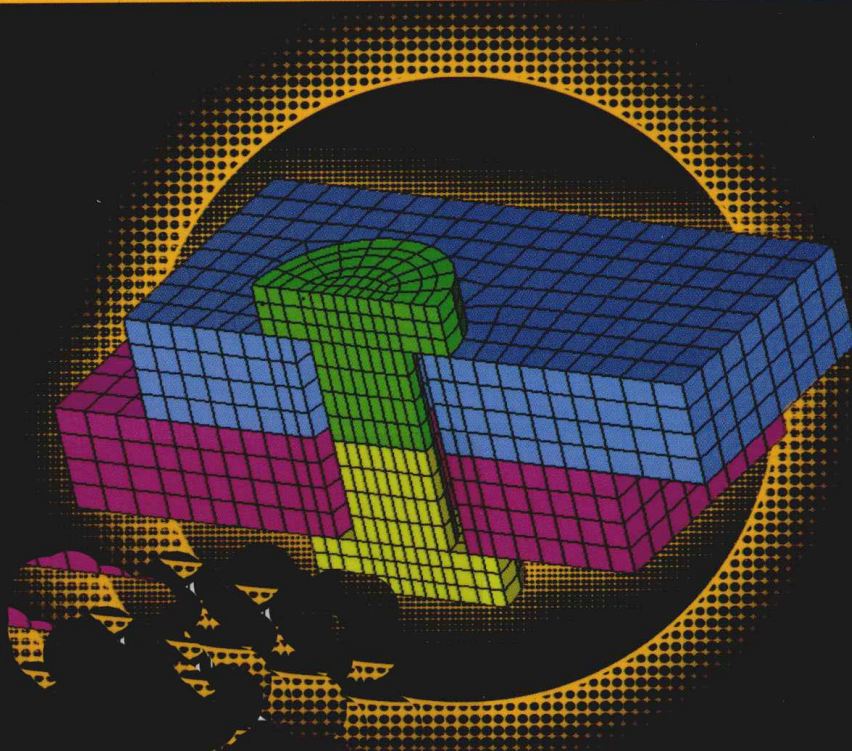


CAD/CAM/CAE工程应用丛书 ANSYS系列

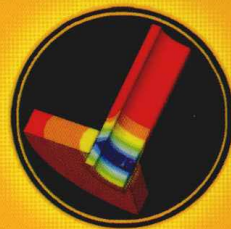
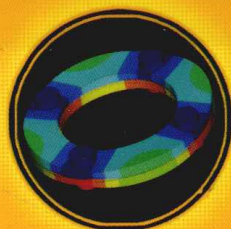
ANSYS 13.0与 HyperMesh 11.0 联合仿真有限元分析

◎ 贺李平 龙凯 肖介平 编著

- 首本将两种有限元分析软件完美结合的工程应用图书
- 覆盖多种经典案例，轻松解决实际问题



▶ 附赠超值  范例素材+动画演示



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

CAD/CAM/CAE 工程应用丛书·ANSYS 系列

ANSYS 13.0 与 HyperMesh 11.0 联合仿真有限元分析

贺李平 龙 凯 肖介平 编著



机械工业出版社

本书是作者多年从事有限元分析工作的理论概括、技术积累和经验总结。本书主要讲解如何利用 HyperMesh 11.0 建立高质量的有限元模型,再以 ANSYS 13.0 作为求解器来解决各类工程问题。全书共 20 章,包含了 HyperMesh 有限元网格建模、ANSYS 单元技术、装配体连接技术、静力分析、模态分析、谐响应分析、瞬态动力学分析、响应谱分析、随机振动分析、几何非线性分析、材料非线性分析、接触非线性分析和多体刚-柔系统分析等内容。作者还针对每个专题精心设计了实例。

本书可作为使用 HyperMesh 和 ANSYS 进行工程分析的工程技术人员及相关专业的师生参考用书,也可作为 HyperMesh 和 ANSYS 软件的教学用书和培训教材。

图书在版编目(CIP)数据

ANSYS 13.0 与 HyperMesh 11.0 联合仿真有限元分析 / 贺李平, 龙凯, 肖介平编著. —北京: 机械工业出版社, 2012.1

(CAD/CAM/CAE 工程应用丛书·ANSYS 系列)

ISBN 978-7-111-37170-0

I. ①A… II. ①贺… ②龙… ③肖… III. ①有限元分析—应用软件, ANSYS 13.0、HyperMesh 11.0 IV. ①0241.82-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 010324 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑: 丁 诚 张淑谦

责任编辑: 张淑谦 常建丽

责任印制: 杨 曦

保定市 中画美凯印刷有限公司印刷

2012 年 2 月第 1 版·第 1 次印刷

184mm×260mm·16.75 印张·412 千字

0001—3500 册

标准书号: ISBN 978-7-111-37170-0

ISBN 978-7-89433-305-6 (光盘)

定价: 49.00 元(含 1CD)

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心: (010) 88361066

门户网: <http://www.cmpbook.com>

销售一部: (010) 68326294

教材网: <http://www.cmpedu.com>

销售二部: (010) 88379649

读者购书热线: (010) 88379203

封面无防伪标均为盗版

前 言

有限元方法是在当今工程分析中获得最广泛应用的数值计算方法，由于它的通用性和有效性，已受到工程技术界的高度重视。如今，一大批由专业软件公司开发的商业软件（如 ABAQUS、ADINA、ANSYS 和 NASTRAN 等）已得到业内的广泛认可和应用。

面对众多有限元软件和参考书目，相信许多读者有相同的疑惑：如何有效利用有限元分析软件解决实际工程问题？怎样成为有限元分析应用技术高手？

本书是作者多年从事有限元分析工作的理论概括、技术积累和经验总结。众所周知，ANSYS 是当前主流的有限元分析软件之一，而 HyperMesh 则是十分优秀的有限元前处理工具。本书将 ANSYS 和 HyperMesh 的最新版本（ANSYS 13.0 和 HyperMesh 11.0）结合起来，讲解如何利用 HyperMesh 建立高质量的有限元模型，再以 ANSYS 作为求解器来解决各类工程问题。

本书共 20 章，涵盖了 HyperMesh 有限元网格建模、ANSYS 单元技术、静力学分析、动力学分析和非线性分析等内容。本书特别讲解了装配体连接技术、螺栓预紧和多体刚-柔系统分析等高级技术。作者为每个专题精心设计了实例，希望有助于解答读者心中的疑惑。

本书特色如下：

- 内容新颖。本书是一本专门讲解 ANSYS 与 HyperMesh 联合仿真的书籍，且基于两个软件的最新版本，讲解最新的单元技术和计算方法。
- 注重方法，讲求实用。本书从 CAD 建模开始，讲解了如何利用 HyperMesh 建立 ANSYS 有限元模型，如何选择单元并确保其计算精度。对于每个专题，讲解了必要和关键的方法，如单元选择、单元选项设置和求解控制等关键技术。书中给出了所有实例的详细描述，只要读者细心研读并付诸实践，必能掌握正确方法，提升仿真水平。
- 力求原创。本书是作者多年的技术积累和研究成果，绝非对软件帮助的简单翻译，精心设计的实例均采用 HyperMesh 建模，ANSYS 求解，并力求原创。
- 内容精炼。本书的目的在于帮助读者解决实际问题，提升有限元技术应用水平。书中没有罗列 ANSYS 和 HyperMesh 软件的所有功能和详细操作步骤，只介绍最关键的建模和计算步骤，但并不影响完整性。本书立足于实际工程应用，只介绍了三维有限元分析技术，省略了平面应力和平面应变等二维问题。
- 配套一张模型文件光盘，以提高读者的学习效率。

本书主要编著工作由贺李平博士（北京无线电测量研究所）完成，参加本书编著工作的还有龙凯博士（华北电力大学）和肖介平工程师（北京汽车研究总院）。本书的编著得到北京无线电测量研究所的支持，在此深表感谢。写作过程很辛苦，非常感谢家人在写作中给予的理解和支持。

由于作者水平有限，书中难免存在缺点和错误，敬请读者批评指正，如有疑问，可发邮件至 bithlp@sina.com。

作 者

目 录



出版说明

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 有限元法的基本概念	1
1.2 有限元法的发展及应用	2
1.3 ANSYS 13.0 与 HyperMesh 11.0	2
1.3.1 ANSYS 13.0	2
1.3.2 HyperMesh 11.0	2
1.4 有限元分析的基本步骤	3
第 2 章 CAD 建模	4
2.1 概述	4
2.2 用于有限元分析的 CAD 模型	4
2.3 建立 CAD 模型	4
2.4 本章小结	4
第 3 章 有限元网格划分	5
3.1 概述	5
3.2 HyperMesh 11.0 基础	5
3.3 CAD 模型导入及几何清理	7
3.4 一维网格划分	8
3.5 二维网格划分	8
3.6 三维网格划分	9
3.7 网格质量检查	9
3.8 HyperMesh 11.0 与 ANSYS 13.0 的数据传递接口	12
3.9 一维网格划分实例 1	13
3.10 一维网格划分实例 2	15
3.11 二维网格划分实例	17
3.12 三维网格划分实例 1	19
3.13 三维网格划分实例 2	21
3.14 HyperMesh 11.0 与 ANSYS 13.0 接口实例	23
3.15 本章小结	26
第 4 章 加载	27
4.1 概述	27
4.2 载荷的基本概念	27
4.2.1 载荷的分类	27
4.2.2 载荷步、子步、平衡迭代	28

4.2.3	时间的作用	28
4.2.4	阶跃载荷与斜坡载荷	29
4.3	载荷的施加	29
4.4	HyperMesh 11.0 加载实例	29
4.5	本章小结	34
第 5 章	杆结构有限元分析	35
5.1	概述	35
5.2	杆单元的几何构型	35
5.3	杆结构的网格划分	35
5.4	定义单元选项	35
5.5	定义实常数	36
5.6	杆单元分析实例 1	36
5.7	杆单元分析实例 2	37
5.8	本章小结	38
第 6 章	梁结构有限元分析	39
6.1	概述	39
6.2	梁单元的几何构型	39
6.3	梁结构的网格划分	39
6.4	定义梁截面	39
6.5	定义单元选项	40
6.6	梁单元分析实例	40
6.7	本章小结	44
第 7 章	板壳结构有限元分析	45
7.1	概述	45
7.2	板壳单元的几何构型	45
7.3	板壳结构的网格划分	46
7.4	定义单元选项	46
7.5	定义实常数	46
7.6	板壳单元分析实例 1	46
7.7	板壳单元分析实例 2	50
7.8	本章小结	51
第 8 章	实体结构有限元分析	53
8.1	概述	53
8.2	实体单元的几何构型	53
8.3	实体结构的网格划分	54
8.4	定义单元选项	54
8.5	实体单元分析实例	54
8.6	本章小结	59
第 9 章	其余常用单元及连接技术	61

9.1	概述	61
9.2	质量单元 MASS21	61
9.2.1	单元描述	61
9.2.2	单元选项	61
9.2.3	实常数	61
9.3	弹簧单元	62
9.3.1	线性弹簧单元 COMBIN14	62
9.3.2	非线性弹簧单元 COMBIN39	62
9.4	预紧力单元 PRETS179	63
9.4.1	单元描述	63
9.4.2	预紧力方向	64
9.5	多点约束单元 MPC184	64
9.5.1	刚性杆/梁单元 MPC184-Link/Beam	64
9.5.2	铰链单元 MPC184-Revolute	65
9.6	目标单元与接触单元	66
9.6.1	目标单元 TARGE170	66
9.6.2	接触单元 CONTA173	66
9.6.3	接触单元 CONTA174	66
9.6.4	接触单元 CONTA175	67
9.7	刚性区域 CERIG	67
9.8	柔性连接 RBE3	67
9.9	本章小结	68
第 10 章	装配体有限元分析	69
10.1	概述	69
10.2	实体-板壳-梁单元连接技术	69
10.2.1	实体-实体连接	69
10.2.2	实体-板壳连接	70
10.2.3	实体-梁连接	71
10.2.4	板壳-板壳连接	72
10.2.5	板壳-梁连接	73
10.3	螺栓连接	74
10.3.1	刚/柔性连接	74
10.3.2	实体建模	75
10.4	焊接	75
10.4.1	节点耦合	75
10.4.2	焊点	75
10.5	轴承连接	76
10.5.1	刚性连接	76
10.5.2	柔性连接	76

10.5.3	MPC 算法	77
10.5.4	轴承连接算法对比	78
10.6	铰接	80
10.6.1	铰链单元	81
10.6.2	刚性连接	81
10.6.3	柔性连接	81
10.6.4	MPC 算法	81
10.7	本章小结	81
第 11 章	静力分析	82
11.1	概述	82
11.2	静力分析的求解方法	82
11.3	静力分析的基本步骤	83
11.3.1	建立有限元网格模型	83
11.3.2	施加边界条件及载荷	83
11.3.3	设置求解控制选项	83
11.3.4	求解	83
11.3.5	查看结果	84
11.4	静力分析实例	84
11.4.1	问题描述	84
11.4.2	网格划分	85
11.4.3	单元定义	85
11.4.4	材料定义	85
11.4.5	边界条件定义	86
11.4.6	载荷定义	86
11.4.7	创建载荷步	86
11.4.8	求解控制	86
11.4.9	求解并查看结果	87
11.5	本章小结	88
第 12 章	模态分析	89
12.1	概述	89
12.2	模态分析的求解方法	89
12.3	模态分析的基本步骤	90
12.3.1	建立有限元网格模型	90
12.3.2	施加边界条件	91
12.3.3	设置求解控制选项	91
12.3.4	求解	91
12.3.5	查看结果	92
12.4	有预应力的模态分析	92
12.4.1	静力分析	92

12.4.2	模态分析	92
12.5	模态分析实例	93
12.5.1	问题描述	93
12.5.2	网格划分	93
12.5.3	单元定义	94
12.5.4	材料定义	94
12.5.5	边界条件定义	94
12.5.6	求解控制	94
12.5.7	求解并查看结果	95
12.6	有预应力的模态分析实例	98
12.6.1	问题描述	98
12.6.2	网格划分	98
12.6.3	单元定义	99
12.6.4	定义梁截面	99
12.6.5	材料定义	99
12.6.6	边界条件定义	99
12.6.7	载荷定义	99
12.6.8	静力分析	99
12.6.9	模态分析	100
12.6.10	查看结果	100
12.7	本章小结	104
第 13 章	谐响应分析	105
13.1	概述	105
13.2	谐响应分析的求解方法	105
13.3	谐响应分析的基本步骤	107
13.3.1	建立有限元网格模型	107
13.3.2	模态分析	107
13.3.3	设置求解控制选项	108
13.3.4	施加边界条件及载荷	109
13.3.5	求解	109
13.3.6	查看结果	109
13.4	有预应力的谐响应分析	110
13.4.1	静力分析	110
13.4.2	谐响应分析	110
13.5	谐响应分析实例	110
13.5.1	问题描述	110
13.5.2	网格划分	111
13.5.3	单元定义	111
13.5.4	设置实常数	112



13.5.5	定义梁截面	112
13.5.6	材料定义	112
13.5.7	边界条件定义	112
13.5.8	模态分析	112
13.5.9	谐响应分析求解控制	113
13.5.10	载荷定义	115
13.5.11	求解并查看结果	115
13.6	有预应力的谐响应分析实例	118
13.6.1	问题描述	118
13.6.2	谐响应分析求解控制	119
13.6.3	载荷定义	120
13.6.4	求解并查看结果	120
13.7	本章小结	121
第 14 章	瞬态动力学分析	122
14.1	概述	122
14.2	瞬态动力学分析的求解方法	122
14.3	瞬态动力学分析的基本步骤	123
14.3.1	建立有限元网格模型	123
14.3.2	设置求解控制选项	124
14.3.3	施加边界条件及载荷	125
14.3.4	建立初始条件	125
14.3.5	求解	125
14.3.6	查看结果	125
14.4	有预应力的瞬态动力学分析	126
14.5	瞬态动力学分析关键技术	126
14.5.1	积分时间步长	126
14.5.2	自动时间步长	128
14.5.3	初始条件	128
14.5.4	阻尼	130
14.6	瞬态动力学分析实例	131
14.6.1	问题描述	131
14.6.2	瞬态动力学分析求解控制	132
14.6.3	定义载荷函数	134
14.6.4	载荷定义	137
14.6.5	求解并查看结果	138
14.7	有预应力的瞬态动力学分析实例	140
14.7.1	问题描述	140
14.7.2	第一载荷步求解控制	141
14.7.3	边界条件定义	142

14.7.4	载荷定义	142
14.7.5	写出载荷步 1	142
14.7.6	第二载荷步求解控制	142
14.7.7	边界条件定义	144
14.7.8	载荷定义	144
14.7.9	写出载荷步 2	144
14.7.10	求解并查看结果	144
14.8	本章小结	145
第 15 章	响应谱分析	146
15.1	概述	146
15.2	响应谱分析的类型	146
15.3	单点响应谱分析的基本步骤	147
15.3.1	建立有限元网格模型	147
15.3.2	获得模态解	147
15.3.3	设置单点响应谱分析求解控制选项	147
15.3.4	施加边界条件及载荷	148
15.3.5	合并模态	148
15.3.6	求解	148
15.3.7	查看结果	148
15.4	多点响应谱分析的基本步骤	148
15.4.1	设置多点响应谱分析求解控制选项	148
15.4.2	施加边界条件及载荷	149
15.4.3	计算参与系数	149
15.5	单点响应谱分析实例	149
15.5.1	问题描述	149
15.5.2	网格划分	150
15.5.3	单元定义	150
15.5.4	设置实常数	150
15.5.5	定义梁截面	150
15.5.6	材料定义	151
15.5.7	边界条件定义	151
15.5.8	模态分析	151
15.5.9	单点响应谱分析求解控制	153
15.5.10	载荷定义	153
15.5.11	合并模态	155
15.5.12	求解并查看结果	155
15.6	多点响应谱分析实例	157
15.6.1	问题描述	157
15.6.2	多点响应谱分析求解控制	157

15.6.3	定义载荷 1	157
15.6.4	计算参与系数 1	158
15.6.5	定义载荷 2	158
15.6.6	计算参与系数 2	159
15.6.7	合并模态	160
15.6.8	求解并查看结果	160
15.7	本章小结	161
第 16 章	随机振动分析	162
16.1	概述	162
16.2	随机振动分析的类型	162
16.3	随机过程的数字特征	162
16.3.1	均值	163
16.3.2	方差	163
16.3.3	标准偏差	163
16.3.4	均方	163
16.3.5	均方根	163
16.3.6	正态分布	163
16.4	单点随机振动分析的基本步骤	164
16.4.1	建立有限元网格模型	164
16.4.2	获得模态解	164
16.4.3	设置随机振动分析求解控制选项	164
16.4.4	设置阻尼	164
16.4.5	施加边界条件及载荷	165
16.4.6	计算参与系数	165
16.4.7	设置输出控制选项	165
16.4.8	合并模态	165
16.4.9	求解	165
16.4.10	查看结果	166
16.5	多点随机振动分析的基本步骤	166
16.6	单点随机振动分析实例	166
16.6.1	问题描述	166
16.6.2	随机振动分析求解控制	166
16.6.3	设置阻尼	167
16.6.4	载荷定义	167
16.6.5	计算参与系数	169
16.6.6	设置输出控制选项	169
16.6.7	合并模态	170
16.6.8	求解并查看结果	170
16.7	多点随机振动分析实例	174

16.7.1	问题描述	174
16.7.2	定义载荷 1	174
16.7.3	计算参与系数 1	175
16.7.4	定义载荷 2	175
16.7.5	计算参与系数 2	176
16.7.6	后续求解及查看结果	176
16.8	本章小结	179
第 17 章	几何非线性分析	180
17.1	概述	180
17.2	几何非线性涉及的问题及处理方法	180
17.2.1	小应变大位移	180
17.2.2	大应变	180
17.2.3	应力刚化效应	181
17.2.4	载荷和位移方向	181
17.2.5	有限元网格模型的特殊要求	181
17.2.6	几何非线性求解控制	182
17.2.7	监视求解过程	182
17.3	几何非线性分析实例	183
17.3.1	问题描述	183
17.3.2	网格划分	183
17.3.3	单元定义	183
17.3.4	设置实常数	183
17.3.5	材料定义	184
17.3.6	边界条件定义	184
17.3.7	载荷定义	184
17.3.8	求解控制	184
17.3.9	求解并查看结果	184
17.4	本章小结	186
第 18 章	材料非线性分析	187
18.1	概述	187
18.2	弹塑性涉及的问题及处理方法	187
18.2.1	弹塑性	187
18.2.2	Bauschinger 效应	188
18.2.3	静水压力	188
18.2.4	率相关性	188
18.2.5	屈服准则	188
18.2.6	流动准则	189
18.2.7	强化准则	189
18.2.8	弹塑性材料简化模型	190

18.2.9	有限元网格模型的特殊要求	190
18.2.10	弹塑性求解控制	190
18.3	超弹性涉及的问题及处理方法	190
18.3.1	超弹性	190
18.3.2	超弹性材料简化模型	191
18.3.3	有限元网格模型的特殊要求	191
18.3.4	单元技术的特殊要求	191
18.3.5	超弹性求解控制	191
18.4	弹塑性材料非线性分析实例	192
18.4.1	问题描述	192
18.4.2	网格划分	192
18.4.3	单元定义	193
18.4.4	材料定义	193
18.4.5	边界条件定义	193
18.4.6	第一载荷步求解控制	193
18.4.7	定义载荷 1	195
18.4.8	写出载荷步 1	195
18.4.9	第二载荷步求解控制	195
18.4.10	定义载荷 2	195
18.4.11	写出载荷步 2	195
18.4.12	第三载荷步求解控制	195
18.4.13	定义载荷 3	195
18.4.14	写出载荷步 3	196
18.4.15	第四载荷步求解控制	196
18.4.16	定义载荷 4	196
18.4.17	写出载荷步 4	196
18.4.18	求解并查看结果	196
18.5	超弹性材料非线性分析实例	198
18.5.1	问题描述	198
18.5.2	网格划分	198
18.5.3	单元定义	198
18.5.4	设置实常数	198
18.5.5	材料定义	198
18.5.6	边界条件定义	199
18.5.7	载荷定义	199
18.5.8	求解控制	199
18.5.9	求解并查看结果	200
18.6	本章小结	201
第 19 章	接触非线性分析	202

19.1	概述	202
19.2	接触分析原理	202
19.3	面-面接触	202
19.3.1	建立面-面接触模型	202
19.3.2	面-面接触分析关键技术	203
19.4	点-面接触	206
19.4.1	建立点-面接触模型	206
19.4.2	点-面接触分析关键技术	207
19.5	接触非线性求解控制	207
19.6	接触非线性分析实例 1——过盈配合	207
19.6.1	问题描述	208
19.6.2	网格划分	208
19.6.3	创建接触对	209
19.6.4	单元定义	212
19.6.5	材料定义	212
19.6.6	边界条件定义	212
19.6.7	载荷步 1 求解控制	213
19.6.8	写出载荷步 1	213
19.6.9	载荷步 2 求解控制	213
19.6.10	定义自由度载荷	214
19.6.11	写出载荷步 2	214
19.6.12	求解并查看结果	214
19.7	接触非线性分析实例 2——钢球跌落	216
19.7.1	问题描述	216
19.7.2	网格划分	216
19.7.3	创建接触对	217
19.7.4	单元定义	217
19.7.5	设置实常数	217
19.7.6	材料定义	217
19.7.7	边界条件定义	218
19.7.8	载荷步 1 求解控制	218
19.7.9	载荷步 2 求解控制	220
19.7.10	求解并查看结果	220
19.8	接触非线性分析实例 3——钢球跌落	223
19.8.1	问题描述	223
19.8.2	网格划分	223
19.8.3	创建接触对	223
19.8.4	单元定义	224
19.8.5	设置实常数	224



19.8.6 查看结果	224
19.9 接触非线性分析实例 4——螺栓预紧	226
19.9.1 问题描述	227
19.9.2 网格划分	227
19.9.3 创建接触对	228
19.9.4 单元定义	229
19.9.5 定义预紧截面	229
19.9.6 材料定义	229
19.9.7 边界条件定义	229
19.9.8 施加预紧力	229
19.9.9 求解控制	230
19.9.10 求解并查看结果	231
19.10 本章小结	231
第 20 章 多体刚-柔系统分析	232
20.1 概述	232
20.2 多体刚-柔系统分析原理	232
20.3 多体刚-柔系统建模	232
20.4 多体刚-柔系统分析关键技术	233
20.4.1 建立柔体模型	233
20.4.2 建立刚体模型	233
20.4.3 建立连接模型	233
20.5 多体刚-柔系统分析求解控制	233
20.6 多体刚-柔系统分析实例	234
20.6.1 问题描述	234
20.6.2 网格划分	234
20.6.3 创建铰链连接 1	236
20.6.4 创建铰链连接 2	237
20.6.5 创建局部坐标系	239
20.6.6 单元定义	239
20.6.7 设置实常数	239
20.6.8 材料定义	239
20.6.9 边界条件定义	240
20.6.10 定义铰链截面	240
20.6.11 求解控制	240
20.6.12 定义角位移表格数据	241
20.6.13 施加角位移载荷	244
20.6.14 求解并查看结果	245
20.7 本章小结	250
参考文献	251

第1章 绪论

1.1 有限元法的基本概念

一般情况下, 工程问题可表达为物理情况的数学模型。大多数工程问题的数学模型都是针对特定的系统应用自然界的基本定律和原理推导出来的微分方程组, 一般不能得到精确解, 而需要借助数值方法来近似求解。

有限元法 (Finite Element Method, FEM) 是在当今工程分析中获得最广泛应用的数值计算方法。用于建立有限元方程的变分原理或加权余量法在数学上已证明是微分方程和边界条件的等效积分形式。因此, 有限元解可收敛于原数学模型的精确解。由于它的通用性和有效性, 已受到工程技术界的高度重视。

有限元法作为近似求解连续场问题的数值方法, 其基本思想是: 结构离散化、单元分析、整体分析以及数值求解。

(1) 结构离散化

结构离散化即网格划分, 是将连续体离散为有限个单元, 并通过它们边界上的节点相互连接成为组合体。图 1-1 表示采用四边形和三角形单元将连续体离散化的图形。各个单元通过它们的角节点相互连接。

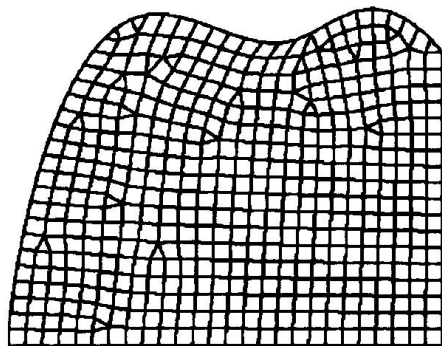


图 1-1 连续体的有限单元离散

(2) 单元分析

单元分析是建立单元节点力与节点位移之间的关系, 即建立单元的刚度方程

$$[k]^e \{u\}^e = \{f\}^e \quad (1-1)$$

式中, $[k]^e$ 为单元刚度矩阵, 与单元内部的材料、变形分布有关; $\{u\}^e$ 为单元节点位移向量; $\{f\}^e$ 为单元节点力向量。

(3) 整体分析

整体分析即单元组合, 是将式 (1-1) 描述的单元刚度方程应用到所有单元, 并将它们组合起来, 以建立整体刚度方程

$$[K]\{U\} = \{F\} \quad (1-2)$$

式中, $[K]$ 为整体系统刚度矩阵; $\{U\}$ 为整体系统节点位移向量; $\{F\}$ 为整体系统节点力向量。

(4) 数值求解

整体刚度方程 (1-2) 是线性代数方程组。在引入边界条件之后, 即可采用直接解法