

基于数学意义的 数学教学改革研究

Jiyu Shuxue Yiyi De Shuxue Jiaoxue Gaige Yanjiu

胡典顺 著

 华中师范大学出版社

本书由华中师范大学出版社提供的出版基金全额资助
2009 年度湖北省社科基金项目研究成果
(项目编号 211011)

基于数学意义的数学教学 改革研究

华中师范大学出版社

新出图证(鄂)字 10 号

图书在版编目(CIP)数据

基于数学意义的数学教学改革研究/胡典顺著. —武汉:华中师范大学出版社, 2011. 6

ISBN 978-7-5622-4891-0

I. ①基… II. ①胡… III. ①中学数学课—教学改革—研究

IV. ①G633. 602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 074338 号

基于数学意义的数学教学改革研究

© 胡典顺 著

编辑室:文字编辑室

电话:027—67863220

责任编辑:袁正科

责任校对:刘 峰

封面设计:胡 灿

出版发行:华中师范大学出版社

社址:湖北省武汉市珞喻路 152 号

邮编:430079

销售电话:027—67863426

027—67863040

027—67861549

传真:027—67863291

邮购:027—67861321

网址:<http://www.ccnpublish.com>

电子信箱:hscbs@public.wh.hb.cn

印刷:湖北恒泰印务有限公司

督印:章光琼

字数:270 千字

开本:880mm×1230mm 1/32

印张:11.5

版次:2011 年 6 月第 1 版

印次:2011 年 6 月第 1 次印刷

印数:1—1000

定价:29.00 元

欢迎上网查询、购书

敬告读者:欢迎举报盗版,请打举报电话 027—67861321。

前言

全书以数学哲学和数学教育哲学的前沿成果为背景,力图从一个新的视角——数学意义——探求数学价值,反思数学教育中存在的突出问题,探讨数学教育回归数学意义的基本路径,并分析这些基本路径的教学意蕴。

人的存在总是牵涉到意义,人是一种意义的存在,有意义的东西才能使人快乐。数学意义的问题自古希腊以来就备受关注。柏拉图指出,忘却正方形的对角线与其边之比是不可公度的这个事实,那他就不配有人的名字。他把对数学重要性的无知形容为像“猪一般”。随着新一轮数学课程改革的进行,数学意义的问题是近年来的一个热门话题。尽管有不少人对此进行了大量探索和研究,但总体上讲,大部分研究只是从一个方面,在一定范围内对数学意义进行了研究,所以研究不够系统,不够深入,不够全面。

全书的中心论题是“数学意义”。围绕“数学意义”这一中心论题,本书着重探讨了以下几个核心问题:数学的本质是什么?数学为什么是一个意义的领域?其意义体现在哪里?数学教育中,数学意义缺失了吗?如果数学意义缺失了,为什么会造成这样的状况?其深层原因是什么?这反映了怎样的数学哲学根源?数学教育中,回归数学意义的具体途径有哪些?这些途径包含着怎样的数学哲

学观?

对数学意义认识不清的根源,在于没有从意义哲学、文化哲学、教育哲学,特别是数学哲学和数学教育哲学的角度对此进行深入剖析。事实上,如果回避数学本质的问题,有关数学意义的争议就不会有结果,就不会提出一种更有说服力、更令人满意的有关数学意义和本质的哲学解释。在本书中,通过对数学的传统认识、一些隐喻以及数学知识的特征的讨论,笔者认为,数学是一个复杂的多元体,数学是不断发展的,任何从数学的某些特征对数学进行的描述都是不完善的。它们要么过于狭窄,要么过于宽泛。数学是动态的、可误的、经验的与拟经验的,数学是一种文化。数学寻求理解遍及我们周围的物质世界,以及我们思想中的各种模式。数学是关于模式而不只是关于数或形的科学。

知识具有三个不可分割的组成部分:符号表征、逻辑形式和意义。在本书中,笔者提出“数学是一个意义的领域”这一观点,并将“数学意义”解释为“数学对物理世界、客观知识世界以及精神世界的一种指向”。由于人们对数学意义的认识从数学应用的角度论述得多,从人的发展的角度论述得少,即以科学的立场的研究较多,以教育的立场的研究较少。所以,在本书中,笔者从科学的立场和教育的立场两个维度对“数学意义”进行了讨论。并认为,从科学的立场来看,数学是时代的特征,数学是美妙的乐章,数学是科学的皇后、科学的仆人、科学的伙伴。从教育的立场来看,数学是具备公民资格的前提,数学是现代人的基本素质,数学培养人的优秀品质,数学教人思维,数学提升审美能力,数学促进人的终身发展等等。

调查研究表明,数学教育中数学意义缺失的现象普遍存在。无论是对数学本质的理解,还是对数学的目的、价值以及对数学教学

的认识都存在偏差。在不少学生心目中,数学是一种符号游戏,是杀死脑细胞的工具,是难打败的憎恨者,从而直接导致数学学习的异化。数学学习是一个强制的过程,是一个痛苦的过程,它使学习者与知识、成绩和学习者之间互相对立等等。究其深层原因在于人们对数学以及数学教学的认识存在一些误区。在数学教学中人们往往认为:数学等于升学工具,学数学就是做题,数学是绝对真理,数学等于逻辑,数学教学应该强调公理体系,数学教学应该很抽象等等。在本书中,笔者通过结合数学哲学和数学教育哲学研究的大量成果对这些错误认识进行了剖析。

笔者认为,数学教育中的种种困惑与迷茫,都与数学意义的失落密切相关。要走出被异化的数学教育,必须回归数学意义。在本书中,笔者提出了一种新的数学教育观——走向意义的数学教育。并认为,走向意义的数学教育应该成为新的教育方向,新的教育追求。那么,数学教育如何回归数学意义呢?在论述数学的对话性、文化性和经验性,并反思数学教育中存在的种种误区的基础上,笔者提出从“数学对话”、“数学文化”、“数学经验”等方面回归数学意义。

从数学对话来看,笔者认为,意义因对话而获得,意义因对话而丰富。没有对话,就没有交流。没有交流,就没有真正的教育。数学对话有重要的教育价值。无论是从数学哲学和数学发展来看,还是从数学知识来看,数学都具有对话性。从而,在数学对话教学中,要让学生感受数学对话,重视数学交流,体现过程价值。

从数学文化来看,数学一直是文明和文化的重要组成部分。数学教育要考虑两个层次:具体的知识层次和无形的文化层次。在本书中,从数学知识教育的特点,数学知识教育的缺失以及数学知识

教育的根源这三个方面,对数学知识教育进行了深刻的反思。笔者认为,由知识教育到文化教育数学教育的必然选择。

从数学经验来看,数学具有经验性,数学经验具有重要的价值,所有的学习都涉及原有经验的迁移。从而,在数学教育中,应该回归生活世界,重视数学经验,关注数学表征。

目 录

导 言	(1)
第一章 数学本质的探求	(9)
一、数学的性质	(9)
(一)哲学认识	(10)
(二)一些隐喻	(25)
二、数学知识的特征	(30)
(一)抽象性	(30)
(二)演绎性	(31)
(三)过程性	(33)
(四)优美性	(34)
(五)统一性	(35)
三、把握数学本质	(36)
(一)超越传统认识	(37)
(二)领悟深刻内涵	(41)
第二章 数学意义的视界	(44)
一、意义与数学意义	(44)
(一)意义	(44)
(二)数学意义	(48)

二、数学意义:科学的立场	(51)
(一)时代的特征	(51)
(二)美妙的乐章	(54)
(三)从皇后到伙伴	(58)
三、数学意义:教育的立场	(65)
(一)数学素质——人的基本素质	(66)
(二)数学——促进人的发展	(79)
第三章 数学意义的缺失	
——我国中小学数学教育的调查与反思	(99)
一、数学教育的异化	(99)
(一)异化——从劳动到学习	(99)
(二)数学教育的异化	(108)
二、数学教育的实证研究	(113)
(一)调查设计和过程	(113)
(二)调查结果的统计	(115)
(三)调查结果的分析	(125)
三、意义缺失的原因探求	(129)
(一)数学等于升学工具吗	(130)
(二)学数学就是做题吗	(133)
(三)数学是绝对真理吗	(137)
(四)数学等于逻辑吗	(141)
(五)数学教学应该强调公理体系吗	(147)
(六)数学教学应该很抽象吗	(149)
四、数学教育——回归数学意义	(152)
第四章 从“数学对话”中回归数学意义	(156)
一、对话与数学对话	(156)

(一)对话	(156)
(二)数学对话	(164)
二、数学对话的价值	(169)
三、数学的对话性	(175)
(一)从数学哲学来看	(175)
(二)从数学发展来看	(181)
(三)从数学知识来看	(186)
四、基于数学对话的教学意蕴	(188)
(一)感受数学对话	(188)
(二)重视数学交流	(192)
(三)体现过程价值	(197)
第五章 从“数学文化”中回归数学意义	(203)
一、文化与数学文化	(203)
(一)文化	(203)
(二)数学文化	(206)
二、数学的文化性	(209)
三、审视数学知识教育	(211)
(一)数学知识教育的特点	(213)
(二)数学知识教育的缺失	(219)
(三)数学知识教育的根源	(223)
四、基于数学文化的教学意蕴	(229)
(一)从知识到文化	(229)
(二)展现火热思考	(240)
第六章 从“数学经验”中回归数学意义	(249)
一、经验与数学经验	(249)
(一)经验	(249)

(二)数学经验	(253)
二、数学经验的价值	(258)
三、数学经验对数学发展的影响	(264)
(一)数学经验的积极作用	(264)
(二)数学经验的消极作用	(265)
四、数学的经验性	(268)
(一)亚里士多德学派的影响	(268)
(二)数学经验性的近代认识	(270)
(三)数学经验性的现代认识	(271)
五、基于数学经验的教学意蕴	(277)
(一)回归生活世界	(277)
(二)重视数学经验	(287)
(三)关注数学表征	(293)
结语:走向意义的数学教育	(299)
主要参考文献	(305)
附 录	(332)
附录一:调查问卷 1	(332)
附录二:调查问卷 2	(335)
附录三:调查问卷 3	(337)
附录四:访谈提纲	(337)
附录五:原始统计数据(调查问卷 1)	(338)
附录六:原始统计数据(调查问卷 2)	(339)
附录七:中学生对数学的定义(调查问卷 3)	(341)
后 记	(355)

导 言

《普通高中数学课程标准(实验)》中,明确提出“强调本质,注意适度形式化”,指出在数学教学中,要强调对数学本质的认识。然而,一线教师往往有这样的疑惑:“数学的本质”是否既可意会又能言传? 维特根斯坦(Ludwig Wittgenstein)曾经断言:有意义的问题必须是能够有答案的问题。那么,数学的本质究竟是什么? 弄清这样的数学哲学问题,对于澄清数学教育中的种种误区是非常有必要的。国际数学教育委员会(ICMI)主席皮埃尔·卡汉(Jean Pierre Kahane)在1990年辞职时,对于数学和数学教育之间的紧密联系,感性地说了下面的话:“没有其他一门现存的科学,其学科知识在研究水平上表述或转换为用于教学的知识会如此重要。没有一门学科,其所讲授的内容与其最新成果之间的距离是如此巨大。没有一门学科,其所教所学对社会如此重要。没有一门学科,具有这样古老的传统——科学家承担着对教育问题的义务。”^①人们一直把数学看做是文化的最高理想,看做是人类文化最精致的花朵之一。然而,在现实中,数学却是民主的对立物。除少数科研单位之外,人们

^① Hyman Bass:《数学,数学家和数学教育》,《数学译林》,2006年第4期。

很少用到数学,数学几乎游离于社会之外。就数学教育的现状而言,对于“数学是什么?”“为什么要学数学?”这样的问题,很多教师未必能够回答清楚,就更不用说广大的学生了。调查表明,对于“为什么要学数学?”等问题,一些学生的认识存在许多误区。完全有必要对“数学是什么?”“为什么要学数学?”等问题进行深入探讨和深刻反省。因为,数学教育一定是建立在某种哲学思想之上,只不过人们可能没有意识到这一点。对“数学是什么?”不同的回答对应不同的立足点,表明不同的数学观。它影响数学教育中的教与学,甚至数学教育中的师生关系。

“人是理性的动物”这一经典哲学命题过多地强调了人的理性,而把人的情感、良知、想象等排除在外。费尼克斯(Phenix, P.)提出了“意义”(meaning)这一概念来置换理性概念。他从人的本质出发建构其课程哲学观,他说:“如果人性的本质在于有意义的生活,那么教育的恰当目的就是促进意义的生长。为实现这一目的,教育者需要理解那些被证明在文明发展中有效的意义的种类,并以这些意义为基础建构各学科的课程。”^①那么,数学是一个怎样的领域呢?对于人类文明来说,怀特海(Alfred North Whitehead)指出,如果文明继续进步,在今后两千年内,在人类思想领域中具有压倒性的新情况,将是数学地理等问题占统治地位。希尔伯特(David Hilbert)坚定地认为,凡服从于科学思维的一切知识,只要准备发展成一门理论,就必然要受到公理方法的支配,受数学的支配。事实上,全部现代文明中有关理性认识和征服自然的部分都有赖于数学。对于

^① 张华、石伟平、马庆发:《课程流派研究》,山东教育出版社,2000年,第135页。

个人来说,数学是这样一种东西:她有无形的灵魂,赋予所发现的真理以生命;她唤醒心神,澄清智慧;她给我们的思想增添光辉;她涤尽我们的蒙昧与无知。教育孩子的目标应该是逐步地组合他们的知和行。在各部门学科中,数学是最能实现这一目标的学科。数学是一个丰富并且诱人的领域。所以,数学是一个意义的领域。这里的意义,不仅指数学的科学意义,更是促进学生发展的意义,获得美好生活的意义。

然而,反思数学教育的现状,在某种程度上,数学教学却把学生“越教越笨”,使学生成为做题的机器。有一个欧洲笑话:设在一条船上,有75头牛,32头羊,问船长几岁?许多学生说船长43岁。因为75和32这两个数,加起来为107,不会是船长的岁数,相乘相除也都不合适,因此只能相减,故得43岁。这是把学生越教越笨的典型例子。事实上,在数学教育中,忽视数学意义,缺乏对数学本质的理解和认识,强制性的灌输和死记硬背等现象经常出现,死套公式的计算教得太多,反而容易理解并能引导学生对数学和人类思维的本性有更好了解的概念,则教得太少。这不仅对数学教育毫无用处,而且使学生在心理上对数学学习产生厌恶。满堂灌输式的教学的弊病是众所周知的,受这种教学方式危害最大的是数学教育。学习是一个意义制定的过程,而不是知识的传递。

在数学教育中,数学意义为什么缺失?对数学教育的现状从哲学的角度进行审视,对于澄清一些模糊认识,纠正某些错误的认识是完全必要的。哲学思想的贫乏困扰着我国数学教育,指导我国数学教育的哲学是什么?这是值得我们深入思考的问题。因

为,“任何一个深刻的教育理论都必然地反映出一定的数学观,任何一次重大的数学教育改革也都必然地依赖于哲学上深入的分析与思考”^①。目前国内数学教育方面的博士学位论文较少涉及数学教育哲学领域。徐文彬和喻平教授通过对“中韩两国数学教育博士学位论文选题的比较与分析”研究得到结论:“韩国主要集中在4个研究领域——数学教育哲学、数学教育心理学、数学学习指导方法论和数学教材论,而我国则聚集在3个研究领域——数学课程论、数学学习论和数学教学论。韩国比较注重数学教育哲学的研究,而我国没有涉及该领域的研究,几乎是空白。”^②事实上,数学哲学与数学教育紧密联系,任何一种数学教育观念都反映了某种数学哲学思想。

当前,数学课程改革引发的“中国数学教育论争”,从表面上看是不同社会阶层(如数学家与数学教育研究者以及一线教师)之间存在着不同的认识,或者阶层内部(如数学教育研究者之间,有人认为我们只是盲目地去推崇西方的“先进理念”,并因此对自己的传统采取彻底否定的态度。^③有人则认为新课程的许多理念、做法都是排除“两极对立”而趋向平衡的选择的结果^④)存在着不同的理解。

① 郑毓信:《数学哲学与数学教育哲学》,江苏教育出版社,2007年,第9页。

② 徐文彬、喻平:《中韩两国数学教育博士学位论文选题的比较与分析》,《数学教育学报》,2006年第4期。

③ 郑毓信:《数学课程改革:路在何方?》,《小学青年教师(数学版)》,2006年第1期。

④ 马复:《数学课程改革:路在自己脚下》,《小学青年教师(数学版)》,2006年第3期。

近年来,关于数学课程改革争论的文章不少^①。笔者认为,其深层原因是不同的数学哲学观和数学教育哲学观的差异。所以,本书选择从教育哲学、意义哲学、文化哲学等,特别从数学哲学和数学教育哲学的视角来审视数学教育。面对数学及其教育问题,我们需要回答一些本源性的问题:数学是什么?数学对学生的发展意味着什么?数学教育要塑造学生的什么品质等等。

调查表明,在数学教育中,数学意义的缺失现象普遍存在,这表现在数学教育的方方面面。正如一些学者指出的:“大多数受过教育的人都听说过爱因斯坦、海森堡和费米这些物理学家的名字,并对他们的工作也略有所知;更多的人还对古今主要的作曲家、画家和作家至少知道几个名字,作为骄傲的资本。然而有几

① 例如,郑毓信:《审思数学课程改革》,《中学数学教学参考》,2004年第1~2期。陈宁:《理性看待数学课程中一个争议较大的问题》,《中学数学教学参考》,2005年第8期。郑毓信:《关于数学课程改革的若干深层次思考》,《中学数学教学参考》,2006年第8期。张奠宙:《坚持改革方向 进行适度调整》,《中学数学教学参考》,2006年第9期。张奠宙:《陈省身先生访谈录》,《数学通报》,2005年第3期。王昆扬:《甘肃省天水地区部分中学教师座谈会记录》,《数学通报》,2005年第3期。谷丹:《关于使用新课标指导下的教材的一些感想》,《数学通报》,2005年第3期。曹一鸣:《义务教育数学课程改革及其争鸣问题》,《数学通报》,2005年第3期。张奠宙:《对〈全日制义务教育数学课程标准〉理念部分的意见》,《数学通报》,2005年第12期。齐民友:《数学教育的改革要遵循数学科学的发展》,《数学通报》,2006年第8期。郑毓信:《数学课程改革2005:审视与展望》,《课程·教材·教法》,2005年第9期。丁国忠:《数学课程改革中教师数学教学观念的转变》,《课程·教材·教法》,2006年第5期。蔡上鹤:《试谈中学数学课程改革中应该处理好的十个关系》,《中学数学》,2005年第5期。唐国庆:《对数学课程改革若干问题的再思考》,《当代教育论坛》,2005年第7期。姜伯驹:《新课标让数学课失去了什么》,《光明日报》,2005年3月16日。何小亚:《回应〈姜伯驹:新课标让数学课失去了什么〉》,《广东教育》,2006年第6期。

个能叫得出一两位本世纪一流数学家的名字，有几个能在过去的伟大天才如高斯、柯西或黎曼的名字上联系哪怕是一个简单的概念。”^① 数学有两种品格，其一是工具品格，其二是文化品格。然而，在实用主义观点日趋强化的思潮中，数学的工具品格没有被人淡忘，但是，数学的文化品格却已面临被人遗忘的境况。中国的教育缺什么？中国的教育缺人文关怀，中国的教育缺个性特色，中国的教育缺理想追求。其实，教育过程是一个精神成长的过程，数学教育不仅是数学知识的传播，而且是能力的培养和理念的建立。数学教育如何体现它应有的价值？数学意义何在？笔者认为，反思数学教育的现状，实现应试教育向素质教育的转变，让学生发展能力，增添智慧，学会数学地思维，学会自主创新。在某种程度上，“数学意义的回归”是实现上述目标的一条切实可行的路径。

全书研究的视角是基于意义哲学、教育哲学、文化哲学，特别是数学哲学和数学教育哲学的一种深刻反思。赫什（Reuben Hersh）指出，在中学里批判形式主义而不涉及其哲学观，就像是在提倡从本质上进行妥协，即承认它只是教学中的一种不想给学生教“真实事物”的机会主义。因此，首先应讨论的不是“什么是最好的教学法？”而是要问一问“数学到底是什么？”为了让形式主义在教学法中失去信誉，你必须质问它的哲学基础：形式主义是怎样看待数学本质的？回避数学本质的问题，有关中学教学的争议就不会有结果。最后要使批判形式主义获得成功，必须提出一种更有说服力、更令人满意的有关数学之意义和本质的哲学解释。

① [美] L·A·斯蒂恩：《今日数学》，马继芳译，上海科学技术出版社，1982年，第31页。