



优等生数学

第二版

朱华伟 齐世荫◎编著

如果说“奥数”是提供给4%的优等生
那么本书是提供给20%的优等生
如果你已经是优等生,不妨一读
如果你想成为优等生,不能不读

 华东师范大学出版社

八年级



YZLI0890161408



优等生数学

第二版

朱华伟 齐世荫◎编著

八年级



- ★ 经典例题
- ★ 解题策略
- ★ 画龙点睛
- ★ 举一反三
- ★ 融会贯通



YZLI0890151408



 华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

优等生数学. 八年级/朱华伟, 齐世荫编著. —上海: 华东师范大学出版社, 2007. 6

ISBN 978 - 7 - 5617 - 5387 - 3

I. 优… II. ①朱…②齐… III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634. 603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 068941 号



优等生数学(八年级)

编 著 朱华伟 齐世荫
封面题辞 王 元
策划组稿 倪 明 孔令志
项目编辑 孔令志
审读编辑 朱英东
封面设计 卢晓红
版式设计 蒋 克

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
网 址 www.ecnupress.com.cn
电 话 021-60821666 行政传真 021-62572105
客服电话 021-62865537 门市(邮购)电话 021-62869887
地 址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网 店 <http://ecnup.taobao.com/>

印 刷 者 江苏句容排印厂
开 本 720×965 16 开
插 页 1
印 张 14
字 数 229 千字
版 次 2011 年 5 月第二版
印 次 2011 年 5 月第 6 次
印 数 54001—70000
书 号 ISBN 978 - 7 - 5617 - 5387 - 3/G · 3163
定 价 23.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题, 请寄回本社客服中心调换或电话 021-62865537 联系)

使用指南

如果说“奥数”是提供给 4% 的优等生

那么本书是提供给 20% 的优等生

如果你已经是优等生,不妨读一读

如果你想成为优等生,不能不读

如果你是一名教师,你可以根据学生的学习情况、教学的进度以及课时安排等来安排本书相关内容的使用。

如果你是一名学生,或是一名学生家长,我们有如下建议:

学到哪,看到哪 虽然现在教材的版本很多,但除了知识点安排的先后顺序之外,其内含的知识是相同的,所以 you 可以根据所学到的知识内容,挑选相关章节进行学习。

看一看,练一练 对于每一讲中的五个板块,你可以根据自己的时间合理安排,如果时间充裕,你可以看完“经典例题”,再完成“举一反三”和“融会贯通”;你也可以先做习题,遇到困难时再看例题,理解解题的思路与方法。一切都由你自己决定。

先看易,后看难 由于知识点之间肯定会有难易的差别,所以书中难免出现前面的内容比后面的内容难的情况,你可以根据自己的学习程度,按先易后难的顺序有选择地进行阅读。

有兴趣,最重要 兴趣是促进学习的最佳动力,兴趣可以使得学习变得

事半功倍. 只要你有兴趣, 只要你学有余力, 你可以挑有兴趣的先看, 那收获一定更大.

寒暑假, 好时机 也许你平时的学习很忙, 除了完成学校的功课以外无暇顾及其他参考书, 这本书在寒暑假时使用是一个极好的选择. 因为对平时学过的内容再学是一个提高的过程, 这本书是同步基础上的提高, 恰好满足你的要求.

本书的作者均是数学解题高手, 只要你能够有效、合理地使用本套《优生数学》, 那么你一定能够学到很多解题的高招, 可以又好又快地提高你的数学成绩.

祝贺你成为数学优生!

序

如今,家长对子女的教育非常关注,希望他们在学习上成为优胜者,成为优等生。

所谓的优等生,既有绝对性,又有相对性。儿童们在共同学习过程中,自然有差异,学习成绩有高低之分。但就中小学数学而言,只要有浓厚的兴趣、认真的学习态度和科学的学习方法,多数孩子能取得优良的数学成绩。

数学成绩不够理想而又喜欢数学的孩子,希望找到提高的途径;数学成绩优良的孩子,又会感到一般的课程内容吃不饱,希望学得更深入一些。《优等生数学》这套书,可以帮助这部分孩子实现他们的心愿。

由朱华伟、熊斌、余红兵等编写的这套书,以中小学数学教学内容为依托,立足于学生基础知识进行拓展;以数学新课标为准绳,着眼于培养学生灵活运用知识的能力;以思维训练为核心,着重于培养学生的自主探究能力。

该书设计有很好的栏目:

“经典例题” 新颖独特,覆盖面广,趣味性强,具有代表性,有启迪作用;

“解题策略” 深入浅出,通俗易懂,情景生动,引人入胜,如循循善诱的老师上课;

“画龙点睛” 清晰的思路与诗情画意的标题融为一体,言简意赅地揭示解题的奥秘;

“举一反三” 提供了有层次性、发展性的题目,让学生在探索中有一种

“出乎预料之外，在乎情理之中”的感觉；

“融会贯通” 摘选了近几年国内外有关考试(包括数学竞赛)中的一些优秀试题和作者自编的一些题目,这些题目有一定的综合性和难度,可以帮助学生开阔视野,拓展思维.

这套书的例题和习题,难度不算大,题量不算多,如能认真对待每一道题,把每一道题目弄懂弄通,数学素质会有明显的提高.如果课余时间不多,在家长指导下品尝一些,也能开眼界,扩思路,提高对数学的兴趣.

愿更多的学生喜欢数学,取得优良的成绩.

张景中

2007年5月29日

张景中:著名数学家,中国科学院院士,中国教育数学学会名誉理事长,中国科普作家协会名誉理事长.





录

第十一章 全等三角形 / 1

- 1 全等三角形的概念 / 1
- 2 三角形全等的判定 / 3
- 3 全等三角形的应用 / 5
- 4 与中线有关的辅助线——倍长中线法 / 8
- 5 运用角平分线的性质解题 / 11
- 6 与角平分线有关的辅助线——翻折法 / 14
- 7 截长补短法 / 17

第十二章 轴对称 / 20

- 8 运用线段的垂直平分线性质的性质解题 / 20
- 9 与轴对称有关的作图 / 22
- 10 运用轴对称方法求最值 / 24
- 11 等腰三角形的性质与判定 / 27
- 12 等腰三角形中的辅助线 / 29
- 13 利用等腰三角形的性质解题 / 31
- 14 等边三角形 / 33
- 15 含 30° 角的直角三角形 / 36

第十三章 实数 / 39

- 16 平方根 / 39
- 17 立方根 / 41
- 18 实数 / 43

第十四章 一次函数 / 45

- 19 函数的概念 / 45
- 20 列函数关系式 / 47

- 21 一次函数关系式的确定 / 50
- 22 一次函数的图像 / 53
- 23 几种特殊类型的函数图像 / 56
- 24 一次函数、一次方程与一次不等式 / 59

第十五章 整式的乘除与因式分解 / 63

- 25 整式的乘法 / 63
- 26 乘法公式 / 65
- 27 乘法公式的应用 / 67
- 28 整式的除法 / 69
- 29 因式分解 / 71
- 30 因式分解的应用 / 73

第十六章 分式 / 75

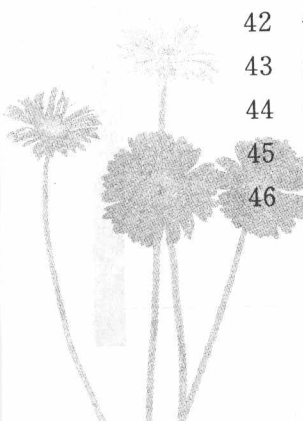
- 31 分式的概念 / 75
- 32 分式的基本性质 / 77
- 33 分式的四则运算 / 79
- 34 含有几个相等分式问题的解法 / 81
- 35 分式方程的解法 / 83
- 36 列分式方程解应用题 / 86

第十七章 反比例函数 / 88

- 37 反比例函数的概念 / 88
- 38 反比例函数的图像 / 90
- 39 反比例函数解析式及图像提供的信息 / 93
- 40 反比例函数与一次函数的综合问题 / 96
- 41 反比例函数的应用问题 / 99

第十八章 勾股定理 / 103

- 42 勾股定理的证明 / 103
- 43 运用勾股定理计算问题 / 107
- 44 勾股定理的逆定理 / 110
- 45 勾股数组 / 112
- 46 与线段的平方关系有关的证明题 / 114



第十九章 四边形 / 116

- 47 平行四边形的概念与性质 / 116
- 48 与平行四边形有关的计算 / 118
- 49 平行四边形的判定 / 120
- 50 与平行四边形有关的证明 / 123
- 51 三角形中位线及其应用 / 126
- 52 矩形 / 129
- 53 菱形 / 132
- 54 正方形 / 135
- 55 梯形问题的处理方法——平移 / 138
- 56 梯形问题的处理方法——分割 / 140
- 57 梯形的中位线 / 143

第二十章 数据的分析 / 146

- 58 数据的代表——平均数、中位数和众数 / 146
- 59 数据的波动——极差和方差 / 150
- 60 实际问题中的数据分析 / 153

综合测试(一) / 158

综合测试(二) / 164

参考答案 / 169

1

全等三角形的概念

两个能够完全重合的三角形叫做全等三角形. 把两个全等三角形重合在一起, 重合的角叫做对应角, 重合的边叫做对应边.

全等三角形的对应角相等, 对应边相等.



经典例题

如图 1-1 所示, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 50^\circ$, $BF = 2$, 求 $\angle DFE$ 的度数与 EC 的长.

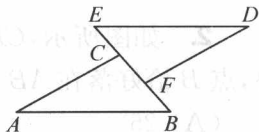


图 1-1



解题策略

在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$ (三角形内角和为 180°).

因为 $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 50^\circ$ (已知), 所以

$$\angle ACB = 180^\circ - 30^\circ - 50^\circ = 100^\circ.$$

因为 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (已知), 所以

$$\angle ACB = \angle DFE \text{ (全等三角形对应角相等),}$$

$$BC = EF \text{ (全等三角形对应边相等),}$$

$$\text{因此 } \angle DFE = 100^\circ, EC = EF - FC = BC - FC = BF = 2.$$



画龙点睛

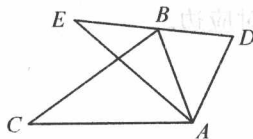
1. 在解答与全等三角形有关的问题时, 要充分利用全等三角形的定义所得到的对应边相等、对应角相等的结论.

2. 在本题中求 EC 的长时, 不能直接求, 可将之转化为两条线段的差, 这也是将来求线段长的一种常用的转化方法.

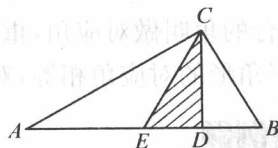


举一反三

1. 如图,若 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, 则这对全等三角形的对应边是_____ ; 对应角是_____.



第1题

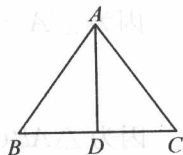


第2题

2. 如图所示, CD 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 斜边 AB 上的高, 将 $\triangle BCD$ 沿 CD 折叠, 点 B 恰好落在 AB 的中点 E 处, 则 $\angle A$ 等于().

- (A) 25° (B) 30°
(C) 45° (D) 60°

3. 如图, 若 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$, 试说明 AD 与 BC 的位置关系.

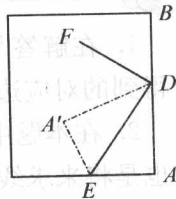


第3题



融会贯通

4. 如图所示, 斜折一页书的一角, 使点 A 落在同一页书内 A' 处, DE 为折痕, 作 DF 平分 $\angle A'DB$, 试猜想 $\angle FDE$ 等于多少度, 并说明理由.



第4题

判断两个三角形全等,并非需要证明两个三角形的三条边以及三个角均对应相等,而只需满足全等三角形的判定定理就可以了.



经典例题

已知:如图 2-1, AO 平分 $\angle EAD$ 和 $\angle EOD$, 求证:
(1) $\triangle AOE \cong \triangle AOD$; (2) $\triangle BOE \cong \triangle COD$.

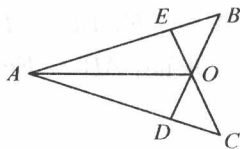


图 2-1



解题策略

证明: (1) 因为 AO 平分 $\angle EAD$ 和 $\angle EOD$, 所以 $\angle OAD = \angle OAE$, $\angle AOE = \angle AOD$, 又因为 $AO = AO$, 所以 $\triangle AOE \cong \triangle AOD$ (ASA).

(2) 由 $\triangle AOE \cong \triangle AOD$ 得, $OE = OD$, 且 $\angle AEO = \angle ADO$.

又 $\angle BEO = 180^\circ - \angle AEO$, $\angle CDO = 180^\circ - \angle ADO$, 所以 $\angle BEO = \angle CDO$.

在 $\triangle BOE$ 和 $\triangle COD$ 中, 因为 $\angle BEO = \angle CDO$, $OE = OD$, $\angle BOE = \angle COD$, 所以 $\triangle BOE \cong \triangle COD$ (ASA).



画龙点睛

1. 判定两个三角形全等, 往往需要三个条件, 根据题目已知的条件可以得到两个条件(要注意公共角及公共边!), 这时, 设法证明所缺的条件也成立就是证题的关键了.

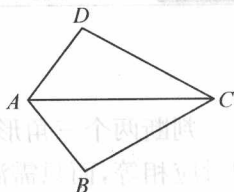
2. 要证明两条线段或者两个角相等, 常用的方法是证明它们是一对全等三角形的对应边或者对应角.



举一反三

1. 如图,已知 $AB = AD$, 那么添加下列一个条件后,仍无法判定 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ 的是().

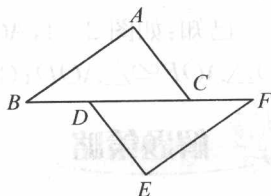
- (A) $CB = CD$ (B) $\angle BAC = \angle DAC$
(C) $\angle BCA = \angle DCA$ (D) $\angle B = \angle D = 90^\circ$



第1题

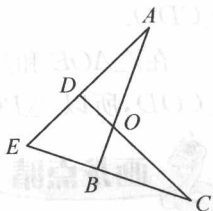
2. 如图所示,点 D 、 C 在 BF 上, $AB \parallel EF$, $\angle A = \angle E$, $BC = DF$.

求证: $AB = EF$.



第2题

3. 如图, AB 交 CD 于点 O , AD 、 CB 的延长线相交于点 E , 且 $OA = OC$, $EA = EC$, 你能证明 $\angle A = \angle C$ 吗? 点 O 在 $\angle AEC$ 的平分线上吗?



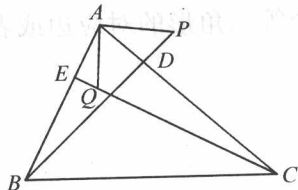
第3题



融会贯通

4. 如图所示,已知 BD 、 CE 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AC 和 AB 上的高,点 P 在 BD 的延长线上, $BP = AC$, 点 Q 在 CE 上, $CQ = AB$.

求证: (1) $AP = AQ$; (2) $AP \perp AQ$.



第4题

3

全等三角形的应用

全等三角形的判定和性质被广泛地应用于几何证明题中,我们常利用全等三角形来转移线段和角,用来证明线段和角的等量关系,以及线段和角的和差倍分等数量关系;用来证明直线和直线的平行、垂直等位置关系.



经典例题

如图 3-1 所示,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$, BE 平分 $\angle ABC$, $CE \perp BE$, 求证: $CE = \frac{1}{2}BD$.

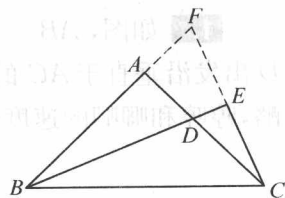


图 3-1



解题策略

延长 CE 、 BA 交于点 F .

由于 $\angle BAC = 90^\circ$, $CE \perp BE$, 得 $\angle FCA = 90^\circ - \angle F = \angle DBA$.

在 $\triangle FCA$ 和 $\triangle DBA$ 中, 因为

$$\begin{aligned}\angle FAC &= \angle DAB = 90^\circ, \\ AC &= AB, \angle FCA = \angle DBA,\end{aligned}$$

所以
得

$$\begin{aligned}\triangle FCA &\cong \triangle DBA, \\ BD &= CF.\end{aligned}$$

在 $\triangle BEF$ 和 $\triangle BEC$ 中, 因为

$$\angle FEB = \angle CEB = 90^\circ, BE = BE, \angle FBE = \angle CBE,$$

所以
得
即

$$\begin{aligned}\triangle BEF &\cong \triangle BEC, \\ EC &= EF, \\ CF &= 2CE,\end{aligned}$$

所以

$$CE = \frac{1}{2}CF = \frac{1}{2}BD.$$



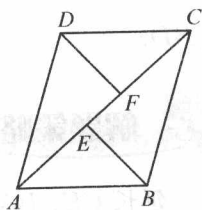
画龙点睛

1. 要证明一条线段的长度是另一条线段的 2 倍, 常用截长或补短的方法转化为证明线段相等的问题, 从而进一步转化为三角形全等的问题.
2. 有的题目需要证两次三角形全等.



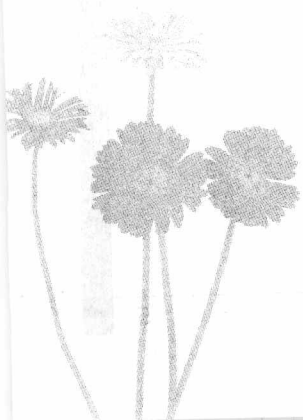
举一反三

1. 如图, $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$, 聪明的小老鼠哼哼和唧唧分别从 B 、 D 出发沿垂直于 AC 的路径 BE 、 DF 去寻找奶酪, 假设点 A 、 C 处堆满了奶酪, 哼哼和唧唧的速度相同, 问它俩谁先寻找到奶酪? 为什么?



第 1 题

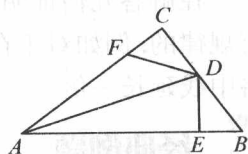
2. 证明: 在三角形中, 连结两边中点的线段等于第三边的一半, 且和第三边平行.



3. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$, $DE \perp AB$ 于点 E ,点 F 在 AC 上, $BD = DF$, 求证:

(1) $CF = EB$;

(2) 请你判断 $BE + DE$ 与 DF 的大小关系,并说明理由.



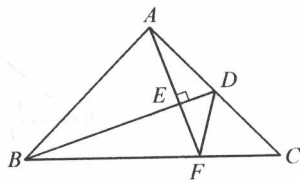
第3题



融会贯通

4. 如图,已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AB = AC$, D 为 AC 的中点, $AE \perp BD$ 于 E , 延长 AE 交 BC 于 F .

求证: $\angle ADB = \angle CDF$.



第4题