大学数学辅导系列丛书

概率统计辅导

（第2版）

陈魁 编

清华大学出版社

大 学 数 学 辅 导 系 列 丛 书

概率统计辅导

（第2版）

陈魁 编

清华大学出版社
北 京

内 容 简 介

本书是高等学校概率论与数理统计课程的辅导教材，按通常的教学顺序编写. 共分 8 章，最后附总练习题. 前 5 章为概率论，后 3 章为数理统计. 每章分成若干节，各节基本上都分内容提要、例题分析、习题 3 部分. 每章后对本章的习题做统一解答，内容丰富，学必有益.

本书供在校大学生使用. 也可供报考硕士研究生的考生复习用，同时还可供渴望吸取概率统计知识的科研人员、工程技术人员和教师参考.

图书在版编目(CIP)数据

概率统计辅导/陈魁编. --2 版. --北京：清华大学出版社，2011.7
(大学数学辅导系列丛书)
ISBN 978-7-302-25588-8

Ⅰ. ①概…　Ⅱ. ①陈…　Ⅲ. ①概率论-高等学校-教学参考资料 ②数理统计-高等学校-教学参考资料　Ⅳ. O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2011）第 096289 号

责任编辑：刘　颖
责任校对：赵丽敏
责任印制：李红英
出版发行：清华大学出版社　　**地　　址**：北京清华大学学研大厦 A 座
http://www.tup.com.cn　　**邮　　编**：100084
社 总 机：010-62770175　　**邮　　购**：010-62786544
投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质 量 反 馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 刷 者：北京市清华园胶印厂
装 订 者：三河市新茂装订有限公司
经　　销：全国新华书店
开　　本：140×203　**印　张**：14.375　**字　数**：360 千字
版　　次：2011 年 7 月第 2 版　　**印　　次**：2011 年 7 月第 1 次印刷
印　　数：1～4000
定　　价：25.00 元

产品编号：038904-01

第 2 版序言

《概率统计辅导》自 2004 年出版至今已有 6 年的时间.从使用者反馈的信息来看,本书所包含的内容偏多,篇幅偏大,有些内容和题目偏深、偏难.为了更好地适应读者的要求,对本书进行适当修改,出版第 2 版是必要的.

和第 1 版相比,第 2 版删掉了一些非基本要求的内容,调整了难度,删掉了一些偏深、偏难的例题和习题,同时又作了某些必要的修改和补充,篇幅有所减少,适用性更强.相信对读者会有更好的帮助.

编　者

2011 年 4 月于清华园

第1版序言

当前，高等学校的理工科、医科、经济管理甚至有些文科专业都设置了概率统计课程，工科硕士研究生和MBA的入学考试数学试题中，也都要求相应的概率统计内容. 为了帮助大学生和有关人员学好这门课程，掌握这些知识，迫切需要有一本合适的辅导教材，基于这个目的，本人编写了这本书.

大约在20多年前及10多年前，我系教师先后分别编写了《高等数学辅导》、《线性代数辅导》，这本《概率统计辅导》与前两本书组成数学辅导系列出版，对读者肯定是一件有益的事情.

本书共分8章，包括了概率统计课程的全部基本内容. 全书共选择例题160多个，这些题中有基本概念的运用题，有基本方法的训练题，有一题多解的开扩思路题，也有较灵活的综合题，还有不少联系实际的应用题. 这些题都给读者提供了多方面的解决问题的方法，对巩固概念、掌握方法、提高分析问题和解决问题的能力，都会有所帮助.

全书共给出练习题约300个，这些题内容全面，类型多样. 为了帮助读者更好地学习这些知识，掌握这些内容，大部分习题都给出了解答，有的还给出了不止一种解法. 希望读者对每道题都先自己做，做出来或实在做不出来时再看解答. 这样经过与习题解答的比较，才能找出并深刻认识自己的问题或不足，真正提高自己的能力. 编者相信，独立完成或在习题解答的帮助下完成这些习题，都会使读者有很大的收益.

希望本书的出版能对读者有一定的帮助. 由于水平所限,定有不妥或错误,恳请读者批评指正.

编　者

2003 年 5 月于清华园

编 者 的 话

——谈如何学习概率统计

不少人特别是初学者总感到概率统计难学,不知怎样才能学好,摸不着头绪,比较着急.有人还问:学概率统计有什么窍门?总之,都渴望得到一种好的学习方法,从而学好概率统计.

概率论是研究随机现象的统计规律性的数学学科.由于问题的随机性,从这个意义上讲,也可以说有点儿难学.这正是不少人害怕概率的原因.但随机现象是有规律可循的,概率论正是研究它的这种规律性的,只要抓住它的规律,概率论也就不难学了.

学习概率统计要抓三个基本:基本概念、基本方法、基本技巧.

基本概念包括基本定义、基本原理和定理.特别要注意如何将实际问题化成概率模型.这就要求对实际问题的性质、特点和概率论的概念都有充分的了解和认识,这样才能将两者互相联系起来,建立起实际问题的数学模型,然后用概率论的方法解决问题.

基本方法包括基本的分析问题的方法、基本公式和基本的计算方法,这是解决问题必不可少的.它建立在对基本概念充分理解和掌握的基础上,什么样的模型用什么样的方法,这是必须搞清的.

基本技巧,实际上就是灵活巧妙地解决问题的某些方法.基本方法运用掌握得好,也能总结出一些基本技巧.基本技巧对提高学习效率是有好处的.

学习概率统计的方法要注意三多:多思、多练、多比.

多思:就是多想,多动脑筋,包括从多方面想.问题多是比较复杂的,只有多思多想,从多方面想,正着想,反着想,反复地想,才

能悟出问题的实质.

多练：多练的直接意思是多做题，做足够数量的题目，特别是不同类型的题目.必须有足够的数量，才能达到对问题的深刻理解，才能牢固地掌握问题的本质，才能熟练地掌握解决问题的方法，熟能生巧，但多练时也要多思多想，光练不想是不行的.这里要特别提出“一题多解”的方法，就是一个题目要尽量多想出一些不同的方法来解决.这是一种效率高、效果好的学习方法，对提高能力、开发智力大有好处.多练时还要多总结、及时总结.

多比：多比就是多比较.同类型问题的比较，不同类型问题的比较，自己的方法和书上比较，和老师比较，和同学比较，等等，总之，可多方面比较，有比较才有鉴别，有比较才能提高.这里要特别提一下“模仿”.模仿是一种方法，也是一种能力，特别对初学者模仿是很必要、很重要的.通过模仿，引你入门，通过模仿掌握方法.当然，光模仿是不行的，要通过模仿学到知识，提高能力，达到能自主解决问题的程度.

“三个基本”和“三多”也是密切相连的，要掌握三个基本必须经过三多.基本概念要多思多想才能深刻地认识，也要多练多比才能得到加深和巩固；基本方法、基本技巧经过多练才能掌握，多练过程中也要多想多比才能掌握得更牢固，进而还可能提出更好的方法.

总之，“三多”是掌握“三个基本”的好方法.紧紧抓住“三个基本”，充分利用“三多”，就一定能把概率统计学好.

希望这简短的说明，能对读者有所帮助.

编　者

目　　录

第1章　随机事件及其概率

1.1　随机事件和样本空间

1.1.1　内容提要

1　随机现象

世界上有各种各样的现象.在一定条件下,可能发生,也可能不发生的现象叫随机现象.它具有两个特点:

(1) 在一次观察中,现象可能发生,也可能不发生,即结果呈现不确定性;

(2) 在大量重复观察中,其结果具有统计规律性.

概率论就是研究随机现象的统计规律性的一门数学学科.

2　随机试验

观察随机现象的,具有以下几个特点的试验叫随机试验.

(1) 试验具有明确的目的;

(2) 在相同条件下可以重复进行;

(3) 试验的结果不止一个,所有结果事先都能明确指出来;

(4) 每次试验之前,不能确定会出现哪个结果.

随机试验通常用字母 E 表示.

3　随机事件

在随机试验 E 中,所有可能出现(或称发生)的结果都叫随机事件.随机事件一般用大写字母 A,B,C 等表示.

随机事件有以下几类:

(1) 基本事件:最简单的不能再分的事件叫基本事件.一般

用 e_i 或 ω_i 表示；

(2) 复合事件：由至少两个基本事件构成的事件叫复合事件.复合事件是若干个基本事件的集合事件；

(3) 必然事件：在随机试验 E 中，必然出现的事件叫必然事件；

(4) 不可能事件：在随机试验 E 中，不可能出现的事件叫不可能事件；

后两个事件是确定性的事件，并不是随机事件.为了研究问题的方便，把它们归入随机事件，作为随机事件的两个特殊情况.

4　样本空间

(1) 样本点：在随机试验 E 中，基本事件叫样本点；

(2) 样本空间：在随机试验 E 中，全体样本点的集合叫样本空间，记作 Ω.

样本空间有 3 种类型：

(1) 有限集合：样本空间中的样本点的个数是有限的；

(2) 无限可列集合：样本空间中样本点的个数是无限的，但可以一一列出来；

(3) 无限不可列集合：样本空间中样本点的个数是无限的，又不能列出来.

5　事件之间的关系(见图 1.1)

(1) 包含关系：设有事件 A,B，若由 B 发生必然导致 A 发生，则称 A 包含 B，或说 B 包含于 A，记为 $A\supset B$.任何事件都包含于样本空间 Ω 中.

(2) 相等关系：若 $A\supset B$，同时 $B\supset A$，则称 A 与 B 相等，记为 $A=B$.

(3) 事件的并(和)：设有事件 A,B,C，若 A,B 中至少一个发生时，C 就发生，则称 C 是 A 与 B 的并(和)，记为 $C=A\cup B$.

n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的并(和)记为 $\bigcup\limits_{i=1}^{n}A_i$. 无穷可列个事件的并记为 $\bigcup\limits_{i=1}^{\infty}A_i$.

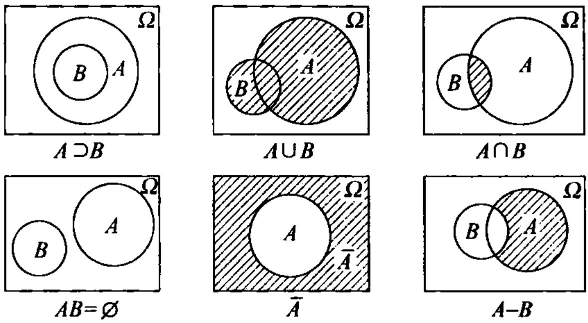

图 1.1

(4) 事件的交(积): 若 A,B 同时发生时, C 才发生, 则称 C 为 A,B 的交(积), 记为 $C=A\cap B=AB$.

n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的交(积)记为 $\bigcap\limits_{i=1}^{n}A_i$, 无穷可列个事件的交记为 $\bigcap\limits_{i=1}^{\infty}A_i$.

(5) 互不相容(互斥)事件: 若 A,B 不能同时发生, 即 $AB=\varnothing$, 则称 A,B 为互不相容事件, 又称互斥事件. 任何两个不同的基本事件为互斥事件.

(6) 对立事件: 若 $AB=\varnothing$, 且 $A\cup B=\Omega$, 则称 A,B 互为对立事件, 记为 $A=\bar{B}$ 或 $B=\bar{A}$. $\bar{A}$ 是 A 的对立事件. $\bar{A}$ 可读作"A 非"或"非 A".

(7) 事件的差: $A-B=A-AB=A\bar{B}$.

6 事件的运算

(1) 交换律: $A\cup B=B\cup A, AB=BA$.

(2) 结合律：$A\cup B\cup C=(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$，

$ABC=(AB)C=A(BC)$.

(3) 分配律：$(A\cup B)C=AC\cup BC$，

$(AB)\cup C=(A\cup C)(B\cup C)$.

(4) 德摩根律(又叫对偶律)：

$$\overline{A\cup B}=\overline{A}\,\overline{B},\quad \overline{AB}=\overline{A}\cup\overline{B};$$

对 n 个事件有

$$\overline{\bigcup_{i=1}^{n}A_i}=\bigcap_{i=1}^{n}\overline{A}_i,\quad \overline{\bigcap_{i=1}^{n}A_i}=\bigcup_{i=1}^{n}\overline{A}_i,$$

分别读作“并的非等于非的交”及“交的非等于非的并”.

1.1.2　例题分析

例 1.1　对下面的 3 个随机试验，确定它们的样本空间：

(1) E_1：掷一个均匀的骰子，观察朝上一面出现的点数；

(2) E_2：某人射击一个目标，若击中目标，射击就停止，记录射击的次数；

(3) E_3：任取一只灯管，连续使用，直到损坏为止，记录它的寿命.

解　确定随机试验的样本空间是概率论的基本问题，也是重要问题. 做法是：先分析基本事件，如果可以列出就把它列出来，它的全体就是样本空间.

(1) E_1 中，因为骰子是六面体，基本事件共有 6 个：1,2,3,4,5,6，所以样本空间为 $\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$. 这是有限型样本空间.

(2) E_2 中，因为射击是一次一次地进行的，若击中目标，不再进行下次射击，若未击中目标，射击就要进行下去，因此它的基本事件为 1,2,3,…，所以样本空间为 $\Omega=\{1,2,3,\cdots\}$. 这是无限可列型样本空间.

(3) E_3 中，寿命是用时间表示的，时间是连续的，是不可列

的.因此它的样本空间表示为$\Omega=\{t|t\geqslant 0\}$,这是无限不可列型样本空间.

例 1.2 在例1.1的E_1中.

(1) 设事件A表示“出现奇数点”,事件B表示“点数小于5”,事件C表示“大于3的偶数点”,试用集合表示下列事件:$A\cup B$,$A\cup B\cup\overline{C}$,AB,$A-B$,ABC;

(2) 对A,B验证德摩根律.

解 本题采用列举法解之.例1.1中已写出:$\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$;由题意知:$A=\{1,3,5\}$,$\overline{A}=\{2,4,6\}$,$B=\{1,2,3,4\}$,$\overline{B}=\{5,6\}$,$C=\{4,6\}$,$\overline{C}=\{1,2,3,5\}$.

(1) $A\cup B=\{1,3,5\}\cup\{1,2,3,4\}=\{1,2,3,4,5\}$;

$A\cup B\cup\overline{C}=\{1,2,3,4,5\}\cup\{1,2,3,5\}=\{1,2,3,4,5\}$;

$AB=\{1,3,5\}\cap\{1,2,3,4\}=\{1,3\}$;

$A-B=A\overline{B}=\{1,3,5\}\cap\{5,6\}=\{5\}$;

$ABC=\{1,3\}\cap\{4,6\}=\varnothing$.

(2) 由(1)知$\overline{A\cup B}=\{6\}$,又$\overline{A}\overline{B}=\{2,4,6\}\cap\{5,6\}=\{6\}$,所以很明显看出$\overline{A\cup B}=\overline{A}\overline{B}$;

又由(1)知$\overline{AB}=\{2,4,5,6\}$,$\overline{A}\cup\overline{B}=\{2,4,6\}\cup\{5,6\}=\{2,4,5,6\}$,很明显看出$\overline{AB}=\overline{A}\cup\overline{B}$.

例 1.3 考察居民对3种报纸A,B,C的订购情况.设事件A,B,C分别表示订购报纸A,B,C,试表示下列事件:(1)只订购A;(2)只订购A及B;(3)只订购A或B;(4)只订购一种报纸;(5)正好订购两种报纸;(6)至少订购1种报纸;(7)不订购任何报纸.

解 首先要正确理解各个事件的含义,在这个基础上,不难写出各个事件:(1)$A\overline{B}\,\overline{C}$;(2)$AB\overline{C}$;(3) $A\overline{B}\overline{C}\cup\overline{A}B\overline{C}$;(4)$A\overline{B}\overline{C}\cup\overline{A}B\overline{C}\cup\overline{A}\overline{B}C$;(5) $AB\overline{C}\cup\overline{A}BC\cup A\overline{B}C$;(6)$A\cup B\cup C$;(7)$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$或$\overline{A\cup B\cup C}$.

例 1.4 设A,B,C表示3个非不可能随机事件,试将下列事