普通高等教育“十二五”规划教材·应用型本科系列

高等数学

（下册）

主　编　徐玉民　于新凯
副主编　肖晓丹　王　艳

科学出版社

普通高等教育"十二五"规划教材·应用型本科系列

高等数学

（下册）

主　编　徐玉民　于新凯
副主编　肖晓丹　王　艳

科学出版社
北　京

内 容 简 介

本书分上、下两册.上册内容包括函数、极限、连续,导数与微分,中值定理与导数的应用,不定积分,定积分,定积分的应用、广义积分初步.下册内容包括空间解析几何与向量代数,多元函数及其微分法,重积分,曲线积分与曲面积分,无穷级数,微分方程.书中每章都配有习题和本章学习要点.

本书是编者多年教学经验的总结,可用作独立学院非数学各专业学生的教材,也可作为相关人员的参考书.

图书在版编目(CIP)数据

高等数学.下册/徐玉民,于新凯主编.—北京:科学出版社,2011
普通高等教育"十二五"规划教材·应用型本科系列
ISBN 978-7-03-032927-1

Ⅰ.高… Ⅱ.①徐…②于… Ⅲ.高等数学-高等学校-教材
Ⅳ.O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第249032号

责任编辑:王 静 王剑虹 相 凌 房 阳/责任校对:宋玲玲
责任印制:张克忠/封面设计:华路天然工作室

科学出版社出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码:100717
http://www.sciencep.com

北京市文林印务有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2012年1月第 一 版 开本:787×1092 1/16
2012年1月第一次印刷 印张:24
字数:550 000

定价:43.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

河北省独立学院教材编委会

总　　序

独立学院作为高等教育创新的产物，经过10余年的快速发展，已经取得了令人瞩目的成绩，为高等教育大众化和深化高等教育改革发挥了重要作用. 同时，也应看到独立学院在办学定位、培养目标、培养过程等诸多方面与一般公办本科院校存在着“同质化”倾向.

根据教育部关于独立学院培养适应地方、区域经济和社会发展需要的“本科应用型高级专门人才”指示精神，河北省独立学院进行了长期的调查和研究，从社会需求入手，对办学定位、培养目标、培养规格进行论证，明确了各自的人才培养目标，完成了人才培养的顶层设计，为推进教育教学改革奠定了基础；并定期召开独立学院专题研讨会，共同交流和探讨教育教学研究与改革问题.

2010年7月在河北工业大学城市学院召开了“河北省独立学院教材建设研讨会”，会议达成了“以校际间合作课题组的形式，合力打造‘应用型本科’系列教材”的共识. 由河北省独立学院教材编委会组织编写、科学出版社出版的“应用型本科系列”教材终于陆续正式出版，这既是河北省独立学院优化课程内容和课程体系的研究成果，也是推动教师改革教学方法，改变“同质化”教学状况，培养基础扎实、专业能力较强、适应社会发展需求的高素质应用型人才的一项基础性工作.

本系列教材的主参编人员由独立学院教学经验丰富、治学严谨、教学效果好的优秀教师组成；他们来自不同的学校，以课题组研究的形式和高度的社会责任感，发挥各自的教学专长，分工协作，共同研究和讨论编写大纲、体例和书稿.

正式推出的教材是经部分独立学院试用，并根据教学效果修改书稿后出版的. 教材是体现教学内容和教学要求的知识载体，是保障和提高教学质量的重要基础. 以教材建设为抓手，改革和完善人才培养方案，优化课程体系，整合课程内容，稳步推进和深化教育教学改革，是保证独立学院健康持续发展、办出特色、培养高素质“应用型”本科人才的重要手段. 因此，我们将继续加强校际间合作，根据独立学院的专业特点和培养规格，深入研究，不断完善，努力编写出在国内有影响、特色鲜明的应用型本科系列教材.

河北省独立学院教材编委会

2011年8月

前　言

编者按照高等学校本科高等数学的教学基本要求，结合10年来在燕山大学里仁学院开展的高等数学“适应性教学”实践，吸收了河北工业大学城市学院高等数学教学的经验，针对独立学院学生的学习需求和学习能力编写了本书．希望能够为本科三批学生的学习和发展提供一本适用的教材．

本书的编写，力图实现：

1．满足不同学习基础和不同层次学习目标的需求．教学内容分为三个层次：基本教学要求，较高教学要求，发展教学要求．前二者在教学内容中体现，其中较高教学要求用“*”予以区分；发展教学要求在习题中（四）体现．同时，为扩大知识视野，增加了选读内容，用“#”标明．

2．促使学生独立完成学习过程．课后完成的学习任务分为四个层次：（一）帮助学生从基本概念上理解学过的知识；（二）供学生在课后复习时同步完成，指明具体使用的方法并给出参考答案；（三）要求学生完成的作业，学生应运用学过的知识进行分析，选择方法，不提供参考答案，培养学生的独立思考能力；（四）发展教学要求，供学有余力的学生完成．结合教学进程为实现进一步深造的学习目标奠定一个坚实的数学基础．

3．激发学生自主学习的积极性．通过设置单元检测题，由学生自己及时检测学习效果，检查学习中的问题，调整学习安排，养成自主学习的习惯．

燕山大学里仁学院和河北工业大学城市学院的部分教师结合教学实践经验，参加了本书的编写工作．

参加上册编写的有：张波（第一章）、李秀菊（第二章）、鄂成国（第三章）、贠小青（第四章）、于颖（第五章）、牛燕影（第六章、习题答案），上册书由牛燕影、郭献洲统稿．

参加下册编写的有：张丽超（第七章）、秦雅玲（第八章）、陆瑶（第九章）、张洁（第十章）、杨洋（第十一章）、肖晓丹（第十二章），下册书由肖晓丹、王艳统稿．

全书由徐玉民、于新凯统稿．

编　者

2011年6月

目　录

下　册

第七章　空间解析几何与向量代数

在中学数学中，我们已经学过平面解析几何. 平面解析几何是建立在平面直角坐标系的基础上，使平面上的点与一对有序数组构成的一一对应关系，把平面上的曲线与方程对应起来，从而用代数方法研究几何问题. 平面解析几何是学习一元微积分必不可少的知识. 要学习多元函数微积分，则必须掌握空间解析几何. 为此，我们应首先掌握工程技术中广泛应用的向量代数. 它也是学习空间解析几何的重要工具.

第一节　空间直角坐标系

一、空间直角坐标系

在空间一定点 O 引出三条互相垂直的数轴，它们有相同的坐标原点 O 和相同的长度单位，三个轴分别称为 Ox 轴（横轴）、Oy 轴（纵轴）、Oz 轴（竖轴），简称 x 轴、y 轴和 z 轴，统称为坐标轴，O 称为坐标原点. 三个轴的位置符合右手法则，即右手的拇指、食指和中指互相垂直，若拇指指向 Ox 轴正向，食指指向 Oy 轴正向，那么中指就指向 Oz 轴的正向，这样便建立了一个空间直角坐标系（图 7-1）.

每两个坐标轴决定一个平面，称为坐标平面，显然有三个坐标平面. 分别称为 xOy 面、yOz 面和 zOx 面，简称为 xy 面、yz 面和 zx 面.

三个坐标面把空间分为八个部分，称为八个卦限，依次用Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ、Ⅴ、Ⅵ、Ⅶ和Ⅷ表示（图 7-1）.

对于空间一点 M，过 M 分别作与 x 轴、y 轴和 z 轴垂直的平面，与各坐标轴的交点分别为 P、Q 和 R，这三点在三轴上的坐标依次为 x、y 和 z（图 7-2）.

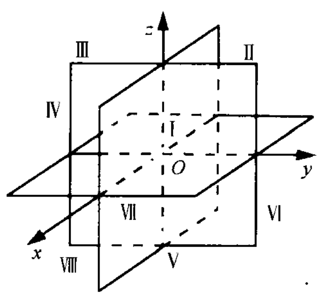

图 7-1

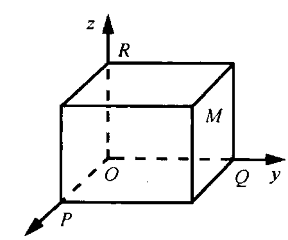

图 7-2

反之,给定一组有序的数 x、y 和 z,分别在 x 轴、y 轴和 z 轴上取坐标 x、y 和 z 的点 P、Q 和 R,然后过 P、Q 和 R 分别作垂直于 x 轴、y 轴和 z 轴的平面,三个平面交于空间的一点 M. 这样我们便建立了空间点 M 和一组有序的数 x、y 和 z 之间一一对应关系. 称 x、y 和 z 为点 M 的坐标,记作 (x,y,z),并依次称为横标、纵标和竖标.

坐标面和坐标轴上的点有如下特征:坐标面上的点有一个坐标为零,如 xy 面上点有 $z=0$;yz 面上点有 $x=0$;zx 面上点有 $y=0$. 坐标轴上的点有两个坐标为零,如 x 轴上点有 $y=z=0$;y 轴上点有 $x=z=0$;z 轴上点有 $x=y=0$.

八个卦限中的点的坐标正负号由表 7-1 确定.

表 7-1

卦限	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ
符号	$(+,+,+)$	$(-,+,+)$	$(-,-,+)$	$(+,-,+)$
卦限	Ⅴ	Ⅵ	Ⅶ	Ⅷ
符号	$(+,+,-)$	$(-,+,-)$	$(-,-,-)$	$(+,-,-)$

读者不难看出:两点关于坐标面对称,其对应的坐标特征如何;两点关于坐标轴对称,其坐标特征如何;两点关于坐标原点对称,其坐标特征如何. 以上问题作为练习留给读者思考.

二、两点间的距离公式

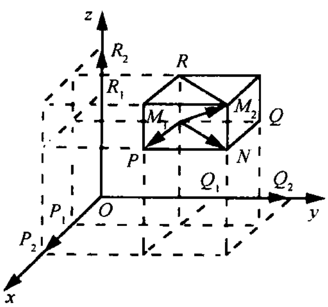

图 7-3

已知两点 $M_1(x_1,y_1,z_1)$ 和 $M_2(x_2,y_2,z_2)$,求两点间的距离 $|M_1M_2|$(图 7-3).

由图 7-3 可见

$$\begin{aligned}|M_1M_2|^2 &= |M_1N|^2+|NM_2|^2\\ &=|M_1P|^2+|PN|^2+|NM_2|^2\\ &=|P_1P_2|^2+|Q_1Q_2|^2+|R_1R_2|^2.\end{aligned}$$

由于 $|P_1P_2|=|x_2-x_1|$, $|Q_1Q_2|=|y_2-y_1|$, $|R_1R_2|=|z_2-z_1|$,于是

$$|M_1M_2|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}.$$

特别地,O 到 $M(x,y,z)$ 的距离为

$$|OM|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}.$$

例 7-1-1 求两点 $M_1(2,0,-2)$ 和 $M_2(-3,-1,5)$ 间的距离.

解 $|M_1M_2|=\sqrt{(-3-2)^2+(-1-0)^2+(5+2)^2}=5\sqrt{3}$.

例 7-1-2 在 z 轴上求与两点 $A(-4,1,7)$ 和 $B(3,5,-2)$ 等距离的点.

解 设所求点为 $M(0,0,z)$,由已知条件有

$$|MA|=|MB|,$$

即

$$\sqrt{(0+4)^2+(0-1)^2+(z-7)^2}=\sqrt{(0-3)^2+(0-5)^2+(z+2)^2}$$

化简后得

$$z=\frac{14}{9}.$$

所以 M 点的坐标为 $\left(0,0,\frac{14}{9}\right)$.

练习题 7-1　（见习题七）
（二）2.

第二节　向量及其线性运算

一、向量概念

在实际问题中，我们所研究的量有两类：一类是数量，它仅用数值大小就可以表示，如面积、体积、质量、温度等；另一类量，仅用数值大小表示还不够，还需要说明它们的方向，如力、速度、加速度等.

我们称既有大小又有方向的量为向量或矢量，向量用有向线段来表示. 以 M_1 为起点、M_2 为终点的有向线段所表示的向量记作 $\overrightarrow{M_1M_2}$，也可以用一个字母表示，如 $\boldsymbol{a}$（图 7-4）. 有向线段的长度表示向量的大小，有向线段的方向为向量的方向. 向量的大小称为向量的模，用 $|\overrightarrow{M_1M_2}|$ 或 $|\boldsymbol{a}|$ 表示. 模为 1 的向量称为单位向量，记作 $\overrightarrow{M_1M_2^0}$ 或 $\boldsymbol{a}^0$. 模为零的向量称为零向量，记作 $\boldsymbol{0}$，零向量的方向是不确定的.

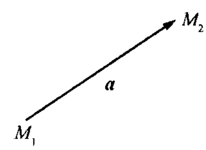

图 7-4

在实际问题中，有些向量与起点有关，有些向量与起点无关. 数学仅研究与起点无关的向量，这类向量称为自由向量. 下面如无特殊说明，所研究的向量就是自由向量.

由上面的规定，我们认为两个向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 如果大小相等、方向相同，那么它们就是两个相等的向量，记作 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$，也就是说向量在空间中可以任意进行平行移动.

二、向量的加减法

由力学上两个力的合力的平行四边形法则，我们来定义两个向量的加法.

1. *向量的加法*

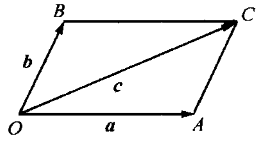

图 7-5

设两个向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 有共同的起点 O，作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，以 $\overrightarrow{OA}$ 和 $\overrightarrow{OB}$ 为邻边作平行四边形 $OACB$（图 7-5），则称对角线向量 $\overrightarrow{OC}$（记 $\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$）为 $\overrightarrow{OA}$ 和 $\overrightarrow{OB}$ 的和，记作

$$\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\text{ 或 }\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}.$$

这种求和向量的方法称为平行四边形法则.

由图 7-5 可见 $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$，这又说明把 $\boldsymbol{b}$ 的起点放在 $\boldsymbol{a}$ 的终点上，则以 $\boldsymbol{a}$ 的起点为起点，$\boldsymbol{b}$ 的终点为终点的向量 $\boldsymbol{c}$ 就是 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和，这种求向量和方法称为三角形法则.

向量的加法满足如下运算规则：

(1) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$（交换律）；

(2) $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$（结合律）.

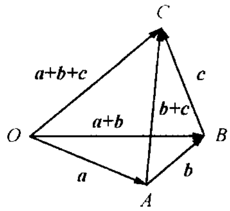

图 7-6

交换律成立可用三角形法则说明，由图 7-5 可见

$$\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}.$$

结合律成立可用图 7-6 说明：$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{c}$，所以

$$\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BC}=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}.$$

另一方面，$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$，所以

$$\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}),$$

故 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$.

2. 向量的减法

我们定义向量的减法为向量加法的逆运算. 若 $\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}$，则称 $\boldsymbol{c}$ 为 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差，记作 $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$.

由图 7-7 可见，将 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的起点放在一起，则以 $\boldsymbol{b}$ 的终点为起点，$\boldsymbol{a}$ 的终点为终点的向量就是 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$.

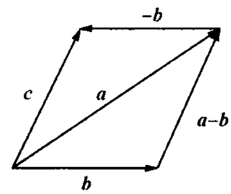

图 7-7

我们把与向量 $\boldsymbol{b}$ 的模相等方向相反的向量称为 $\boldsymbol{b}$ 的负向量，记作 $-\boldsymbol{b}$. 由图 7-7 可见

$$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b})=\boldsymbol{c}.$$

三、向量与数的乘法

设 λ 为一实数，$\boldsymbol{a}$ 为一向量，我们定义 $\lambda\boldsymbol{a}$ 为一向量：当 $\lambda>0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 同向，且有 $|\lambda\boldsymbol{a}|=|\lambda||\boldsymbol{a}|=\lambda|\boldsymbol{a}|$；当 $\lambda<0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 反向，且有 $|\lambda\boldsymbol{a}|=|\lambda||\boldsymbol{a}|=-\lambda|\boldsymbol{a}|$；当 $\lambda=0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$.

由定义可得如下运算法则：

(1) $\lambda(\mu\boldsymbol{a})=(\lambda\mu)\boldsymbol{a}$（$\lambda,\mu$ 为实数）；

(2) $(\lambda+\mu)\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{a}$；

(3) $\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\lambda\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$.

这些法则可通过向量与数量乘法的定义来说明，这里从略.

由向量与数的乘法，可以把单位向量和负向量表示如下：

(1) 设 $\boldsymbol{a}$ 为非零向量，与 $\boldsymbol{a}$ 方向相同模为 1 的单位向量可表示为

$$\boldsymbol{a}^0=\frac{1}{|\boldsymbol{a}|}\boldsymbol{a},\quad 即\ \boldsymbol{a}=|\boldsymbol{a}|\boldsymbol{a}^0;$$

(2) $\boldsymbol{a}$ 的负向量表示为 $-\boldsymbol{a}=(-1)\boldsymbol{a}$.

例 7-2-1　设有平行四边形 $ABCD$，其中 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$M$ 是对角线的交点. 试用 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{MA}$、$\overrightarrow{MB}$、$\overrightarrow{MC}$ 和 $\overrightarrow{MD}$（图 7-8）.

解
$$\overrightarrow{MC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})=\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}),$$
$$\overrightarrow{MD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB})=\frac{1}{2}(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}),$$
$$\overrightarrow{MA}=-\overrightarrow{MC}=-\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}),$$
$$\overrightarrow{MB}=-\overrightarrow{MD}=\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}).$$

例 7-2-2　设有等腰梯形 $ABCD$，其中$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\angle A=60°$. 试用 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 表示$\overrightarrow{BC}$、$\overrightarrow{CD}$、$\overrightarrow{AC}$和$\overrightarrow{BD}$(图 7-9).

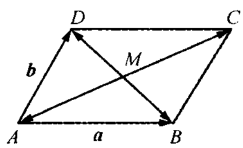

图 7-8

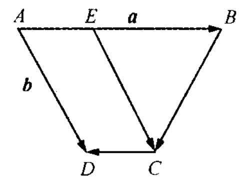

图 7-9

解　作 $EC\parallel AD$，$\triangle BEC$ 为等边三角形，因此有$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{EC}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{EB}=|\boldsymbol{b}|\boldsymbol{a}^0=\frac{|\boldsymbol{b}|}{|\boldsymbol{a}|}\boldsymbol{a}$，于是
$$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{EC}-\overrightarrow{EB}=\boldsymbol{b}-\frac{|\boldsymbol{b}|}{|\boldsymbol{a}|}\boldsymbol{a},$$
$$\overrightarrow{CD}=-\overrightarrow{DC}=-\overrightarrow{AE}=-(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{EB})=-\left(\boldsymbol{a}-\frac{|\boldsymbol{b}|}{|\boldsymbol{a}|}\boldsymbol{a}\right)=\frac{|\boldsymbol{b}|-|\boldsymbol{a}|}{|\boldsymbol{a}|}\boldsymbol{a},$$
$$\overrightarrow{BD}=\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a},$$
$$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}=\boldsymbol{b}+\frac{|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|}{|\boldsymbol{a}|}\boldsymbol{a}.$$

练习题 7-2　（见习题七）
(二)6.

第三节　向量的坐标

一、向量在轴上的投影

首先给出两向量的夹角概念. 设有向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$，在空间一点 O 作$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，称$\angle AOB=\varphi$ 为两向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角，其中 $0\leqslant\varphi\leqslant\pi$，记作$(\widehat{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}})$或$(\widehat{\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}})$. 向量与轴的夹角也可类似定义.

所谓空间一点 M 在轴 u 上的投影，即过点 M 作与轴 u 垂直的平面，该平面与轴 u 的交点为 M'，称点 M'为点 M 在轴 u 上的投影.