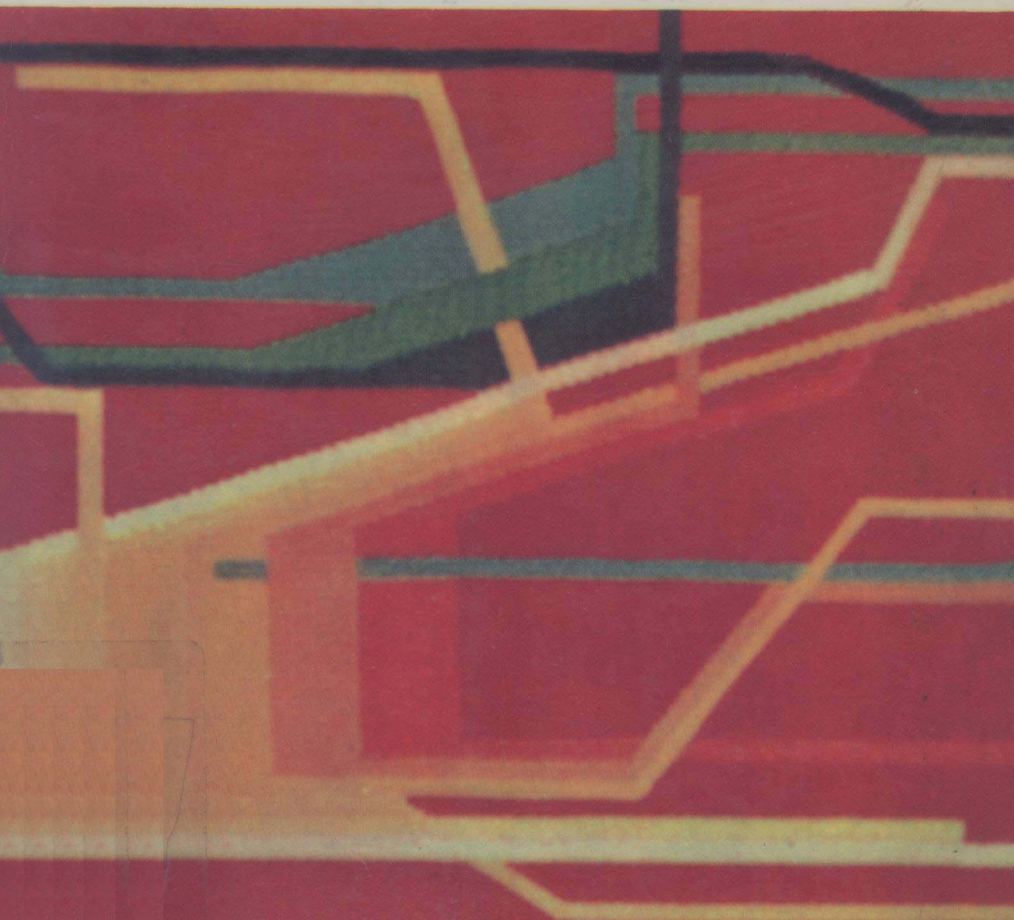


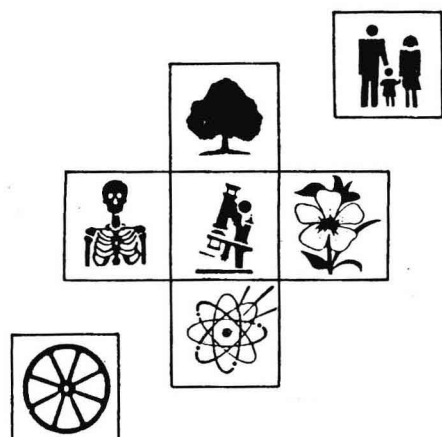
科學月刊叢書 ⑤

教授爲何教不好

莫理斯・克蘭因 著

方祖同 譯





教授爲何教不好

作 者：莫理斯・克蘭因

譯 者：方祖同

科學月刊叢書 5

中華民國七十三年十一月初版

教授爲何教不好

作 者：莫理斯·克蘭因

譯 者：方祖同

出版者：財團法人台北市科學出版事業基金會出版部

發行者：科學月刊社

台北市羅斯福路三段125號11樓之4

電話：351-2872・321-4821

郵撥帳戶：0018482-3

印刷者：瑞翔彩色印刷公司

定 價：精裝 150 元整・平裝 120 元整

版權所有・不准翻印

行政院新聞局出版事業登記證局版臺業字第0666號

●如有缺頁、破損、跳印或裝訂脫落請寄回調換

目 錄

原 序	7
第一章 惡性循環	11
第二章 美國數學教育的起源	19
第三章 現時數學研究的性質	35
第四章 研究與教學間的對立	55
第五章 大學部學生教學的貶值	73
第六章 偏狹的數學家	83
第七章 純正的數學家	101
第八章 方向錯誤的中學教育	115
第九章 洞口初見光亮：小學教育	129
第十章 荒唐的市場： 對教科書的聲討	147
第十一章 義不容辭的一些改革	165
附 錄：參 考 書 目	189

那一種精神更為高貴？是忍受命運殘酷地向你
投擲石塊和箭矢，還是拿起武器對抗無窮煩惱，加
以抗拒和制止？

莎士比亞 William Shakespeare



荷蘭畫家杜勒 (Albrecht Durer) 木版畫「憂鬱一世」。

原 序

確有教授爲我深喜和尊敬，如若他們不爲惡習束縛，很能勝任教育年年…或在無法補救前，設法除去弊害。

盧 梭 *Jean-Jacques Rousseau*

這是對文理學院教育提出指控的一本書。常有人提起各級教育的缺失，但我們為什麼要特別把焦點專注在大學部的教育呢？文理學院是美國整個教育系統的心臟，它們所教育的青年，成為未來的領導人物或文化水準的保持者；它們讓學生有必備基礎與背景得以進一步研習法律、醫藥、牙醫、會計等專業知識；它們為科學家和工程師準備基本的學術課程；它們教育中小學教師而影響到各級教育。文理學院雖未明說訓練學院的教師，但其中男女學生會照着在大學部接受的教育方式，從事將來的工作。

本書注重大學的數學教育。但是，所檢討到的各點，有很多也適用於其他學科。經由與衆多同事商談，並參閱最近才發表的一些書刊，我更加肯定實情確屬如此。

縱使實情容或不盡然，數學教育亦非只是教讀、寫、算，三者之一的問題。數學不僅是文化長河的一條主要支流、科技文明的骨幹，以及財務和保險結構的基礎。此外，數學在社會科學、生物學和醫藥學方面的價值亦不容忽視。對學生來說，不問將來會不會經常用到這門知識，正常可靠的教學法極為重要。數學的失敗，使得他們喪失自信，這種損害影響到對

整個教育的態度。

數學教育已經形成大災難。只要隨便問一位學院的畢業生，四分之三的三分之二是多少就知道了，假如碰巧他說出了正確答案，再追問一下，就會發現他顯得沒有把握。一般對這一學科的共同了解，就是認為它是無法了解的。根據他們在學校學習的經驗，成人對這一學科的反應是畏懼交織着蔑視，且通常以後者占的成分更多。甚至在其他方面受到良好教育的人，並不將數學看在眼下，以對其無知沾沾自得。

大學教育何以淪落到如此不堪的程度？過分強調研究似應列為罪魁禍首。大學重視研究立場，所據的理由是：研究工作不僅有助於知識的增進，並且對良好教學也極關重要。我認真地檢討這項主張發現研究工作和大學部教學正處於對立的立場。「不出版就完蛋」不只威脅教授，更實際的後果是「教師全神灌注在寫研究報告，學生當然會完蛋」。為爭取研究教授，大學必需以提高薪給、減少教學負擔，並給與研究專門科目的自由。由於經費有限，大學就採用歪着處理其他事務，尤以大學部的教育為然。

雖然，大學的政策是教育缺失的根源，教授只是接受這種政策，但教授也難辭其咎。他們有力量、對學生負有道義責任。而且大多數教授已獲得到終身教職，具有相當的獨立性，已無過分注重研究的必要。但面對誘惑時，教授却和常人一樣，例如研究有更好的薪給，發生回應，難怪會積極爭取研究工作，進而利用這種地位謀取物質利益—像從撰寫亂糟糟的教科書賺版稅等。大多數忽視教學法的教授，似乎心安理得毫無內疚之感，他們以教自己有興趣的課程為樂，相對地犧牲了學生的需要和興趣。由於中小學教師也修習這類課程，所以這種偏好對各級教育的品質產生了惡性循環。

沒有能治一切疑難雜症的萬應靈丹。但理性地分析一下我們大學教育的情況，或可理出一條有助於改進的坦途，而且只要現有可資運用的人力、設備和經費，就可以辦到。

在這裡所提出的客觀論點，雖然有本書附錄參考書目中的各種統計記錄來加強可信度，不過許多主張和意見還是屬於我個人的，所幸這些判斷

到底根據了個人將近五十年來在教學、研究和行政方面的經驗。這其中的大部份時期，我在大學部和研究所任教，而且有十一年出任某一主要大學大學部數學系主任。在研究方面，我在「高級研究所」任研究助理兩年，參加戰時研究三年，以及負責美國某一最著名研究所數學部門達二十年之久。我我曾應邀在很多學院和大學講演並在幾處擔任訪問教授，相信，我對上述這些學校、機構的情況有直接的了解。

對大學政策和實務的批評，並非少見。在美國，談論高等教育的書籍很多，如討論管理不善、教育缺乏績效、浪費、行政部門和教授團之間的隔閡等。不幸，這些作者似乎相信，要保持客觀，就必需輕描淡寫。他們舉出贊成和反對的論點，可是，一旦提出如何改革的意見，就不免含糊不清。使你覺得這些作者都很怕作出結論，或者未能把握住問題的癥結。如此兩面討好的作風，要歸咎於大學教師的膽怯，或者由於確實不曾認清重點。凜於良知，我們不應再繼續猶豫下去，更明確地說，碰到問題，不能再這樣輕描淡寫一下就算應付過去了。試想以百萬計的學生受過大學教育，他們若得到這種經驗，會嚴重影響他們的一生。誠然，在我們社會裡，大學有很多責任和任務，可是，教育文理學科學生是不容否定的基本項目。對這項首要功能，如抱模稜兩可的態度，無異是放棄職責。

我殷切希望本書能為各階層讀者效勞。若大學行政主管關心其組織成效，應即重行考慮大學的重點和政策。家長，其中許多人甚至犧牲一些生活必需的事物，以送子女進入學院，應注意其子女受到的待遇；大學的聲望並非健全教育方式的保證。立法人員分撥教育經費，應確知款項如何使用。

即使研究教授也不能置身事外。對數學生命的最大威脅來自數學家自己，其最有殺傷力的武器就是惡劣的數學法。數學作為文理學科教育的一科，可能即將消逝，正像希臘文和拉丁文已經消逝；或現代外國語文研習正逐漸消失一樣。

總之，大眾如果相信國民教育是有效率的民主政府最確實的保證，自己就應關懷關鍵性教育機構的運作。

本書原稿承William Magus教授(紐約工藝研究所)，George Booth教授(紐約市立大學，布魯克林學院)，Murray S. Klamkin教授(亞伯達大學)審閱並賜指教，謹此敬申謝意。他們樂於相助並不表示支持本書的內容。本書出版多虧Julie Garristt小姐周詳用心的編輯及其他遠超過其職責的貢獻。最後，應對內子Helen細讀原稿，提出批評以及準時校稿，深致感激之情。

莫理斯·克蘭因Morris Kline

1977年六月

第一章 惡性循環

在自我為中心的圓裏，一圈一圈旋繞，他真是神童；只有自我主義者才離不開圓周和中心。

費爾斯 Sarah Fells

彼得·藍德斯發覺自己陷入了惡性循環中。他剛從「享譽」大學得到主修數學的博士學位，經強力推薦在「可敬」大學擔任教職。現在所面對的問題是他講授的對象，包括未來的工程師、社會科學家、物理學家、中小學教師、一般文理學科學生，還有像他自己一樣希望成為數學家的學生。彼得充分了解各別科系的興趣重點不同，也知道每個學生進入學院的動機和準備各異，但自信他所接受的典型博士教育能勝任目前的這門教育工作。

他藉反省自己接受教育的經過，以建立正確心態。小學課程大致不錯。有如曉得一塊糖的價錢，總會知道五塊糖應付多少。當然，也有一些演算令人迷惑。例如，兩個分數相除為什麼要將除數的分子分母顛倒過來再和被除數相乘，就弄不大清楚，似乎只有老師才知道什麼是對的。他經常說，這是規則、原理和定律。正像行為的規則一樣，算術也用到一些規則。至於原理就更像校長所訂的法則，最具權威性。談到定律，誰都知道有地方性法律、州訂的法律、全國性法律、甚至像十誡裡的誡律，全都必需服從。為了是否違犯定律，彼得雖然感到有些緊張，但他是活潑愉快的。

無論如何，該做什麼都很清楚，而且答案也都確定。

檢討中學教育，彼得回想到某些疑問：所教的數學究竟有何價值；老師為何強調兩個整數之和為一整數；為何必需證明每一線段有而且只有一個中點。老師顯然確想使每個人不會誤解這些基本事實，畢竟老師最知道那些是該做的。彼得更記起一位老師熱愛二次式。在導出這一公式時，得意洋洋宣稱：「大家注意，我們現在能解答任何二次方程式。」可是，固執的彼得請問老師，為什麼每個人都需要解任何二次方程式。老師的答覆是令彼得感到畏縮的輕蔑眼光。顯然，自己所提的問題一定是愚蠢的。

他又回憶在學習幾何時，也有類似的經驗。經過冗長而費力的演證後，老師證明了：兩個三角形，如對應邊相等則兩個三角形全等。隨即面向學生，似乎期待大家鼓掌讚賞。彼得又大膽說出：「這是顯而易見的事，一個三角形是一個堅實形體，如用三根木棒做一個三角形自然無法改變其大小和形狀。」這是彼得在五歲玩組合玩具時就知道的。老師以明顯藐視的口吻回答說：「誰在談木棒？我們只關心三角形。」

雖然另外還有幾項令人不快的意外事件，彼得仍然喜愛數學，相信老師，並順從其要求，同時，老師所給的確定解答，使他以及其他學生感到很大滿足。因為深信自己喜愛數學，所以進入學院後選作主修學科。一開頭，稍為有點困擾，他將選課表送給指導老師。可是，這位老師並不知道「分班前測驗分數」4.5的意思，認為滿分應為10分，那4.5分不免嫌低。但後來還是核准了，彼得終於獲得註冊。

進入學院，第一堂課碰巧是英文。使他驚奇的是走進教室裡面，已經坐滿了五百名學生。教授上堂後，隨即講課，講完匆匆離開，顯然很忙碌。彼得從不知道他的大名。不過，名字實在不重要，因為教授也不在意，沒有問過任何一位學生的姓名。彼得想，就是每一次另換五百名學生，教授也不會注意到。學期報告一定要繳，但由研究生批給分數。這位研究生堅持「Who shall I Call next？」這個句子是對的，儘管它和彼得在中學裡所學的不一樣。彼得起先為班上人數太多以及感情冷漠的教學方式所困惑，不過，隨即發覺只憑聽講就能通過英文課程，也就大為開懷。

第二堂課是社會科學裡一門學科，由於另一種原因也使彼得感到驚奇。站在教授講臺位置的，是一位年輕人，比他大不了幾歲。這位講師授課時顯得很緊張，不歡迎提出問題。整個學期這門功課只教了課本最前的一部份。

第三堂課—數學—更使彼得大吃一驚。他走進一間大講堂，在大講堂最低處的教授講臺上，不是一個人是一個大盒子，實在是一座電視機。彼得進去後，隨即聽到這個盒子開始播講，所有的學生趕忙抄寫筆記。有很多座位即使能看到影像，也看不清楚。如若早點到講堂，自然可以找到好座位。彼得在學院裡，有幾門數學課程是很費勁的從聽和看電視節目學習的。

雖然不是必修課程，彼得也選修了幾門物理學科。他曾聽說過，數學可以應用到物理方面，因而想知道究竟應用到那些。物理教授時常談到無窮小，並說有些無窮小可以略而不計。可是，數學教授提出告誡，說這種概念和做法是不準確而且錯誤的。彼得深信數學和物理教授顯然由於未曾相互溝通，所以說法不同。但是，兩者所用的方法應能協調而取得一致。他很想找教授請教這一問題，不幸竟無法如願。一位教授實際不住在本市，家在美京華盛頓。另一位經常在大學之外擔任顧問工作，第三位在工作室接見學生的時間只限於星期天上午六至八時。

到了三、四年級，班上人數較少，通常由資深老師授課。不過有許多教授完全不顧他們自己指定的課本，時間都花在把他筆記本上的資料抄到黑板上。教授不停的抄，學生同樣也不停的抄。教授從他的筆記本抬起頭來，只查看黑板，好像學生都在黑板後面。

雖說如此，彼得仍然孜孜不倦，終於獲得學士學位進入研究所。他在研究所的經過和大多數其他學生一樣，很難和教授接觸。「課程說明」裡所說的內容也和教授所教的沒有關聯。每位教授只講他專門研究的項目，一副旁若無人的樣子；而對於世界上其他人正在進行的事，也是一樣視若無睹。因此，彼得學到像範疇論、無限 Abel 群、同胚可微分、非交換環、以及其他各種專門科目。

博士候選人必需撰寫論文。找一位論文指導老師好像在荒漠裡覓甘泉。彼得的教授曾提示就某些題目寫論文，後來發覺這些題目不但早有人寫過，並且業已出版。歷經多次試探，他終於就「殆完善數」這個題目寫了一篇，取得博士學位。

有了博士資格，彼得自覺在學院教書已有準備。在接受「可敬」大學的教職後，系主任提供他所教幾門課程的綱要，告訴他各門課程所用的教科書。興高采烈但也很夠風度的彼得，熱忱的進行自己的職務。他始終很喜歡數學，確信自己能將對這項學科的熱誠和了解帶給他的學生。系主任也告訴他要獲得晉升和永久教職就得做研究工作。這項要求並未減低彼得的銳氣，因為耳濡目染，他知道數學家總得做研究，並且深信他曾受的訓練足以勝任研究工作。

可是，事情隨即開始逼到彼得頭上。作為新進人員，彼得教的是大學部一、二年級學生。第一門課程教的是文理學科學生。這些學生不會專門或時常用到數學，他們選修這一門課程是為了符合取得學位的條件，或者也想對這一學科多瞭解一點。彼得發覺許多學生代數程度很差，因此想先複習一下負數。在說明負數的意義時，他提醒學生負數可用來表示零下溫度，又為了強調溫度為負數的物理意義，還指出水的冰點在華氏32度，所以溫度為負數低於冰點很多。就教學法而言，這個例子舉得很好。不過，彼得立即看出學生的注意力也跟着凍結了，直到上完這堂課他還不能將之解凍。

後來在教這一課程時，彼得談到另一項題目。由於他偏愛代數，想到學生或許喜歡學一點代數方面的新東西。有種算術是只管整數除以12所得的餘數。為使講解具體起見，彼得就用時鐘來說明這種算術，作為實際例證。計時要省略掉十二的倍數，所以十點鐘後四小時是兩點鐘。就因為提到時鐘，使得學生都在看手錶，顯然在計算每一分鐘，直到下課為止。

彼得又再設法談一個新題目，即孔尼斯堡橋的問題。約在兩百年前，東普魯士的孔尼斯堡居民，對依次走過附近七座橋，並不得通過任何橋兩次的問題，激起好奇的興趣。這一問題也引起十八世紀最偉大數學家尤拉

(Leonhard Euler) 的注意。尤拉不久就用巧妙的方法說明，這條路線無法找到。可是，村民並不知道這項結果，多年來仍然在陽光普照的下午，從一條路線換到另一條路線走着玩。當彼得在燈光黯淡的教室裡提出這一問題時，全班忽然呈現一片冷漠。

彼得的另一班是準備修習工程的學生，確信他們會重視數學，就介紹布氏代數給他們。這是數學家及邏輯學家布爾 (George Boole) 創設的代數，業已應用到電路設計。由於提到電路，引起一些學生的興趣，所以彼得對布氏代數進行解說。後來有一位學生請問如何應用這一代數於設計電路，不幸由於彼得只受過純粹數學訓練，無法答覆這一問題。他不得不承認這一點，但立即覺察到學生明顯的失望和不滿，認為他們受騙了。在解說和闡釋其他數學題目過程中，彼得也發覺工程學生注重的，只是能用於製造實物的規則，對數學本身並無興趣。

準備修習醫科的學生也並不更傾心於數學。他們的態度是：醫生無需用到數學，只不過由於學物理課程要先修數學。不過，他們甚至對物理課程的價值也認為不無可疑。物理科學家和社会科學家抱持相同的態度，即數學只是工具。他們關心實在世界和實在的人，數學當然不是那實在界的一部份。

彼得後來被分到未來中小學教師班上任教。他對小學教師不抱太多希望，因為這些學生將來要教各門功課，自不會對數學有強烈興趣。但是，未來中學教師是教各別科目的，深望他們能重視他的講授。可是，每次介紹新題目後，學生提出的第一個問題就是，「我們將來要教這些嗎？」彼得不知道中學現在教些什麼，或者即將有改變的中學課程表，可能教的又是些什麼，只有老實回答說：「不」，或者「我不知道。」聽到這種答覆，這些未來的教師又退縮到甲壳裡去，彼得的講授祇好從無法穿透的甲壳表面反射回來。

彼得的一項希望，是想從主修數學的學生處獲得對他熱忱教學的回應。當然，這些學生重視他所提出的教材。不過，就是這些學生也似乎只想聽過就算。在他說明一項定理或證明時，他們全神貫注。在考試時也能照

樣寫出來。但在討論到這一定理為何有用，或者這一證明方法比另一方法為何更成功或更好，他們就覺得厭煩。

經過幾年勞而無功的努力之後，彼得靜坐沉思。他想將自己和自己的價值觀投射出去，但遭受失敗。文理學科學生看不出數學的價值。主修數學的學生修習數學，像彼得那時一樣，只因為對問題能獲得確定答案而高興，對數學本身並無真正興趣。至於在職業或事業上用到數學的學生，強調必須將教材對他們如何有用立即表現出來，單單只是保證對他們有需要還不夠。因此，彼得開始懷疑每一課程綱要裡的敘述是否真正合宜，或許無形中他浪費了學生的光陰。

彼得決定探討所教教材的價值。第一步，向那些教了五年，二十五年和更久的同事請教，可惜他們對未來的物理科學家、社會科學家、工程師以及中小學教師真正應當學習的，知道的並不比他更多；只是和他一樣拿着綱要「照本宣科」，卻不曉得綱要是誰寫的。

彼得其次從各科各類的教科書著手，他相信其他學校的教授可能已經解決他面對的問題。初初看到出版社的目錄時，大為高興，其中列有書名如：「文理學科用數學」、「生物學者用數學」、「社會科學家用微積分」、「工程師用應用數學」等。他趕快找到這些書，可是內容實在令人大失所望。除了作者姓名和出版社名稱外，各種教科書幾乎無法區分，不論作者在序言裡，或者出版社在廣告裡說是專為文理學科學生，或未來工程師，或商科學生，或未來教師所為，其內容幾乎完全相同。學習數學的動機和數學的功能全未提到。顯然這些作者不知道別人所需要的數學是什麼。

為了給與各別學生適合的教材，顯然需要有各種新課程，同時編寫新教科書，相互配合。這項重大任務自非一個人用幾年時間所能完成。彼得對調查學生的興趣以及寫作計劃態度積極，他希望能藉此勸說學生修習數學並喜愛數學，並使教師的精神因之提高增強。正當令人喜悅的想法在他心中盤旋的時候，另一種使人沮喪的思想，却像天邊黑雲隨即湧到。彼得最近受聘為起碼的教授，但升級和更重要的永久教職尚未取得。如不能得