

工业可行性研究的数量方法

艾彦方

鞍山黑色冶金矿山设计研究院

一九八一年十月

前 言

当前，为加速实现我国社会主义四个现代化的宏伟目标，各行各业都在赶超世界先进水平。作为一个技术经济工作者更无例外，因此，近年来都在努力学习国外的先进理论和经验，并有选择地加以应用。

工业可行性研究是目前国外确定建设项目时普遍采用的方法，被视为投资前阶段的一个重要程序，我国有关方面也十分重视，很多设计研究部门都在学习并进行试编。

为便于学习和应用，特将所看到的一些资料结合我国的具体情况加以阐释，并汇编成本《工业可行性研究的数量方法》。

编制这份资料的目的，是同大家一起学习和研究，使有助于在我国开展工业可行性研究。但由于编者水平低，接触的资料少，工作体会又不多，错误之处，在所难免，希阅者批评指正。

开拓方案及不同生产规模比较方法中所举例题均选自我院采矿科的设计资料，另外，汇编时曾得到中国矿山技术经济研究会和我院技术经济科的领导和同志们的大力支持和帮助，特在此致以谢意。

目 录

绪 言	1
1、工业可行性研究概说	1
2、数量方法的内容	3
第一章 时间因素	6
1.1 时间因素的意义	6
1.2 间断复利法	6
1.3 连续复利法	10
1.4 间断复利法与连续复利法的比较	16
1.5 简短评述与公式摘要	18
第二章 费用计算	20
2.1 总投资	20
2.2 折 旧	35
2.3 产品成本	41
2.4 价格与利润	45
第三章 静态分析法	47
3.1 单位产品投资	47
3.2 对返本年限法的回顾	47
3.3 静态投资收益率	50
3.4 投资偿还期	51
第四章 动态分析法	54
4.1 现金流量	54
4.2 动态分析的简便算法	57
4.3 贴现法	62
4.4 净现值法	72

第五章 特殊的方案比较与设备更换	76
5.1 不同生产规模的比较方法	76
5.2 买矿与建矿的比较	80
5.3 关于补偿贸易经济评价方法的探讨	83
5.4 设备更换	85
第六章 基准收益率	93
6.1 基准收益率的意义	93
6.2 利息率与投资收益率的关系	93
6.3 确定基准收益率的方法	98
6.4 基准收益率的应用	100
第七章 盈亏平衡	102
7.1 成本函数	102
7.2 盈亏平衡点的代数法确定	103
7.3 直接用总金额的确定法	104
7.4 用成本与产量函数的确定法	105
7.5 方案的评价	108
7.6 公式的摘要及例示	110
第八章 灵敏性分析与投资决策的基本原则	114
8.1 灵敏性分析	114
8.2 投资决策的基本原则	116
第九章 成本效益分析与风险情况下的决策	118
9.1 成本效益分析	118
9.2 风险情况下的决策	122
第十章 需求预测	133
10.1 预测的意义	133
10.2 需求预测的特点	134
10.3 预测的方法	137
10.4 消费水平法	137
10.5 最终用途或消费系数法	140

10.6 移动平均法	141
10.7 指数平滑法	143
10.8 单回归法	144
10.9 时间系列: 最小二乘方法	147
10.10 单相关与置信区间	150
10.11 二元线性回归	154
10.12 平均增长率法	157
10.13 戈珀资曲线法	157
10.14 例 示	159
 第十一章 财务分析实例	 167
11.1 财务平衡表	168
11.2 投资偿还期	174
11.3 贴现法计算	176
11.4 净现值法计算	177
 附 录	 178
A e^x 值	179
B 均匀流的现值因子值	182
C 自由度为 γ 的“学生” t 分布的百分位值 $tg\gamma$	184
D 中心时间级数的 $U(n, h)$ 值	186
E 间断报酬率因数	187

绪 言

1、工业可行性研究概说

投资于企业的目的在于满足社会需要并最大限度地获得经济效益。而影响经济效益的因素是非常复杂的，并且很多是互相矛盾的。因此，在一定条件下的投资是否有好的经济效益和效果有多大？不是凭人们的主观想象可以臆测到的。而必须广泛收集技术经济资料，按照制定的数学模式和投资准则进行经济计算和评价，方能得出符合客观经济规律的正确结论。这个程序，人们通常就称之为“工业可行性研究”。

国外将工程项目的发展周期分为投资前、投资和生产三个时期。可行性研究处于投资前时期。

联合国工业发展组织所编的《工业可行性研究手册》（以下简称“手册”）中将工程项目的发展周期划分如下：

工 程 项 目 发 展 周 期	1、投资前时期	1) 鉴别投资机会（项目的设想）
		2) 初步选择阶段（可行性初步研究）
		3) 项目拟订阶段（技术和经济上的可行性研究）
		4) 评价和决定阶段（评价报告）
	2、投资时期	1) 谈判和订立合同阶段
		2) 项目设计阶段
		3) 施工阶段
	3、生产时期	4) 试运转阶段

“项目的设想”又称“机会研究”；“技术和经济上的可行性研究”通常简称为“可行性研究”。

机会研究，可行性初步研究和可行性研究三个阶段的目的和要求都不同。机会研究一般用于编制规划，提出设想的项目，故要求掌握的资料可以很不齐全。通过机会研究可以提出一个项目有无必要去进一步获取详细资料。例如根据初步勘查到的资料作一次机会研究，看对该矿山有无必要进行详细勘探？由于可行性研究所需的研究费用很大，故在此以前应进行一次可行性初步研究，看有无必要做可行性研究。如果初步证明该项工程可行，则进行耗费较大的可行性研究；否则就不进行。

可行性研究是一项繁重的工作，它相当于我国过去的扩大初步设计。必须满足以下三个基本要求：

（1）确实能满足投资者的经济要求；

(2) 能成为银行贷款的根据;

(3) 能为下一阶段的工程设计提供稳固的骨架, 而不在设计中作根本改变。

由此可见, 对可行研究的要求是很高的。在投资前时期, 工程的设计质量和可靠性比时间因素重要。但在投资时期, 时间因素则是关键。机会研究可能只要一个月, 而复杂工程项目的详细的可行性研究可能要 1—2 年。

三种研究的报酬及研究报告中费用的精确程度也是很不同的。国外的一般情况如下:

	研究的报酬 (占投资 %)	费用的允许误差 (%)
机会研究	0.2—1.0	± 30
可行性初步研究	0.25—1.5	± 20
可行性研究小型	1.0—3.0	} ± 10
大型	0.2—1.0	

根据国外的经验, 编好可行性研究必须具备四个基本条件:

- (1) 有一套专门人材;
- (2) 有一套完整资料;
- (3) 有一套先进工具;
- (4) 有一套正确方法。

一般来说, 项目研究小组的成员应包括该项目的各个主要专业人员。根据不同的情况, 任何较大项目的可行性研究小组至少应包括下列人员:

工业经济专家 (研究小组负责人)	一人
市场分析人员	一人
专业工程师和或技术人员	一人以上
机械师和 (或) 工业工程师	一人
土木工程师 (根据需要)	一人
工业管理和财会专家	一人

按照“手册”中的要求, 可行性研究报告应具备下述内容:

- (1) 实施要点;
- (2) 项目背景和历史;
- (3) 市场和工厂生产能力
- (4) 原材料和投入;
- (5) 座落地点和厂址;
- (6) 项目设计;
- (7) 工厂机构和企业管理费用;
- (8) 人力;
- (9) 项目执行时间安排;
- (10) 财务和经济评价。

从可行性研究的内容和深度来看, 它和扩大初步设计基本上是一样的。所不同的

是：

(1) 过去我国对工厂产品实行包销，设计中不管产品销路问题，故没有市场研究这一部分。其实，市场情况是项目是否可行的关键。

(2) 设计中的方案比较，过去一直沿用静态方法，现在改为动态方法。

(3) 过去设计中对项目评价非常简单，内容少，方法旧，且缺乏数量。不能给人提供明晰的概念。

从工厂的角度对项目进行分析，称为“财务评价”；从国家的角度对项目进行分析，称为“经济评价”。本文将要论述到的是“财务评价”。

2、数量方法的内容

按照工业可行性研究的要求，下面将要论述的只限于投资效果和需求预测的数量方法。

投资于生产部门的主要目的，在于增加产品或节省成本。前者表现为新建或扩建企业；后者表现为更新设备，提高机械化、自动化水平。当然，二者并不是截然分开的。更经常的是在增加产品时力求降低成本，在降低成本时也力求增加产品。

无论投资的主要目的何在，在满足国家需要的前提下，努力获得更高赢利，总是一个不变的原则。所以，认真研究经济效果，是一个极其重要的课题。

经济效果是“所得”与“所费”之比，或者说是“产出”(out-put)与“投入”(input)之比。

就能量或机械效率而言，产出与投入的比值，总是小于百分之百的。但在经济领域内，其比值却必须大于百分之百。其表达式是：

$$\text{经济效果} = \frac{\text{价值 (Worth)}}{\text{成本 (Cost)}}$$

$$\text{或} = \frac{\text{价 值}}{\text{劳动消耗量}}$$

在研究投资效果时，一般用下面的式子来表达：

$$\text{收益率 (Rate of return)} = \frac{\text{年净利 (annual net profit)}}{\text{投资 (capital invested)}}$$

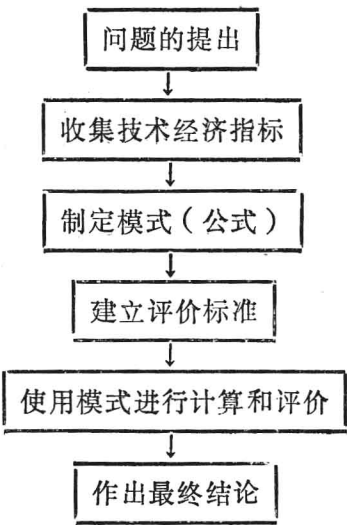
当进行方案比较时，则用下式来考查：

$$\text{大投资方案的超额投资收益率} = \frac{\text{年经营费节约额}}{\text{超额投资}}$$

这也是“所得”与“所费”之比，不过它只是一个静态的概念，比值也不要求超过百分之百，以后将详加论述。

要使投资能获得更大效果，必须采用先进的工艺和设备，必须进行正确的计算和评价。在可行性研究时，要正确评价一个项目和选择方案，必须执行正确的计算和评价程序。

技术经济计算和评价的程序如下：



总的来说，投资效果的分析方法也是成本——效益分析。但由于条件的不同，将使用不同的分析方法。

投资于非工业部门，如培训人材，科学研究，环境保护，公路修建，国防工程等等，是非赢利性的，故一般就使用成本—效益分析方法

投资于工业部门，一般都要获得赢利，属于赢利性投资，不过，这种赢利有的因条件不确定，如资源不清，竞争对手不明，市场情况变化较大等等，具有较大的风险性。在这种情况下，就要采用报偿行列表和决策树分析法。

对于条件比较确定，风险较小的投资，其效果分析大体可以分为静态和动态两类：

分析方法	静态的	(1) 单位产品投资 (2) 投资偿还期 (又名返本年限) (3) 投资收益率 (又名投资效果系数)
	动态的	财务表法 (1) 贴现法 (DCF) — 投资收益率法 (2) 净现值法 (NPV) (3) 年成本法

财务表法有人认为是静态的，但它和静态分析法还略有区别，似属于半静态法。

静态和动态的根本区别在于前者没有考虑金钱的时间价值，而“时间就是金钱”这个概念却是十分重要的。

所谓“金钱的时间价值” (Time Value of money)，就是说资金在生产、流通过程当中能产生新的价值。资金是用货币形式表现的劳动量，把它投入生产或流通领域能产生新的价值—利润。所以，按动态进行投资效果分析是符合客观经济规律的。

但是，静态分析计算比较简单，对于短期投资项目或比较简单的项目，仍是有用的指标，特别是投资偿还期，目前仍作为一个重要的辅助性指标，尤其是有偿还贷款时，更是必须的。投资效果评价包括方案选择和项目评价两部份。

当前，在项目评价（即单方案分析）时，多使用投资收益率、净现值和投资偿还期三个指标。而在用投资和年经营费进行方案选择时多使用投资收益率和现值两个指标。（条件适合时，也可用年成本法）。

应该说明：所谓贴现法（DCF）是将各年的现金折成现值。投资收益率和净现值或现值都是通过 DCF 法来计算的。即是说 DCF 法并不就是投资收益率法。但因大家已成习惯，故本文也未严加区分。

第一章 时 间 因 素

1.1 时间因素的意义

时间因素的重要意义概括为一句名言——时间就是金钱，它具有两个含义：

1、世界上的一切财富都是劳动创造的，都是劳动时间转化而成的，所谓节约，归根结底是劳动时间的节约。换句话说，浪费时间就是浪费金钱。故要求人们充分利用工作时间，我国的谚语说：“一寸光阴一寸金”。指的也就是这个意思。

2、生产资料如金属，能源等等具有一种属性，即使用它所节省的劳动会超过制造它所花费的劳动。其间的差额就是社会利益的本质，基于这个本质，资金投入生产资料的生产就会产生新的价值。经过利益的再分配，形成资金通过生产和流通领域都会增值的概念。故积压资金就是浪费，要求经济工作者加速资金周转。

这里所讲的时间因素指的是这第二个意思。

正由于资金通过生产和流通会增值，故银行贷款必定要求支付利息。利率的高低，取决于资金在生产、流通领域里增值的大小和通货膨胀的状况。

支付利息是金钱时间价值的具体表现，故用它来进行说明。

当年利率为10%时，贷款100元，一年后还将还本100元，利息10元，共计110元。这就是说，一年前的100元相当于一年后的110元；或者说，一年后的110元只等于一年前的100元，如果这100元到期不还利息，到第二年再还本息，那么，不只100元要计两年的利息，而且第一年末的利息10元还得计息1元，共计121元，这就是说，今年的一元钱和明年的一元钱并不等值。

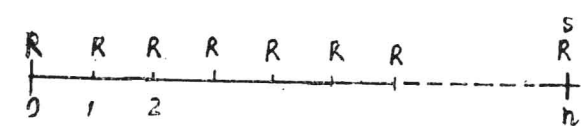
不只如此，现在还认为现时的一元钱和一瞬间后的一元钱都不等值。

按期（年、季、月、日）计息的方法称为“间断复利法”；按瞬间计息的方法称为“连续复利法”。据说连续复利法已在国外广为应用，下面将分别研究其计算方法。

1.2 间断复利法

1.2.1 时间标尺术 (Time Scale Techaique)

要想了解所安排的投资项目里予期的资金流量，经常得依靠时间标尺（各计息期间支付金额示意图）。



标尺下方为计息期间，按年计息时，标尺上的单位是年；一年计息两次时，则标尺上的单位是六个月。依

此类推。上方正对时间标出期末所发生的金额。

P——金钱的现值，在期初；
 S——金钱的未来值，在期末；
 R——金钱的连续定额值，在期末；
 i——利率，一般为年利率；
 n——计息的期数。

1.2.2 复利率 (Compound rate of return)

通常都是按年计息，如说利率 6%，并无其它说明，则指年利率为 6%。
 如说利率 6%，半年计息，则系指每半年末付给 3% 的利息，每年计息两次。
 这里说的 6% 是“名义利率”，其“实际利率”或称“有效利率”是多少呢？
 设名义利率为 I' ，每年计息 K 次，“实际利率” I 可由下列关系式求得：

$$I = \left(1 + \frac{I'}{K}\right)^K - 1$$

如“名义利率”为 6%，每年计息两次，其“实际利率”

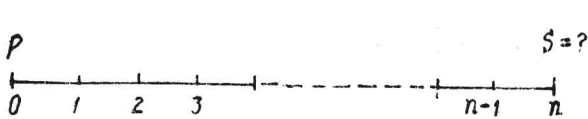
$$I = \left(1 + \frac{0.06}{2}\right)^2 - 1 = 6.09\%$$

所以，“实际利率”大于“名义利率”，这是因为利息又生了利息的关系。不以一年为期的利率可按这个关系式换算成年利率。

如果所给的条件不是“名义利率”，比如说是按月息 1% 计复利，则换算成年利率

$$I = (1 + 0.01)^{12} - 1 = 12.7\%$$

1.2.3 一次偿付复利因数 (Single—Payment Compound—Amount Factor)



已知现值 P ，求 n 期末的未来值即本利和。

P 的时间价值如下：

在第一期末 $P + Pi = P(1+i)$

在第二期末 $P(1+i) + P(1+i)i = P(1+i)^2$

依此类推得 n 期末的款项为

$$S = P(1+i)^n \quad (1.2.1)$$

因数 $(1+i)^n$ 称为一次偿付复利因数，以符号 $Spcaf$ (取英文字头) 表之；但为简明易记起见，现在都用 F_{ci} 表之；所以，这个公式又可写为

$$S = P_{i-n} Spcaf \text{ 或 } = P_{i-n} F_{ci}$$

〔例 1.2.1〕利率 6%，问现金 1,000 元在 10 年后本利和将是若干？

解： $S = P_{i-n} F_{ci} = 1,000 \cdot 0.06_{-10} F_{ci}^{1.7908} = 1,000 \times 1.7908 = 1790.8 \text{ 元}$ (答)

1.7908 即 $(1+0.06)^{10}$ ，在报酬率因数表 (附录 E) 中查得。

1.2.4 一次偿付现值因数 (Single—Payment Present—Worth Factor)

已知未来款项 S ，求在 n 个期间之前的今天的价值 P

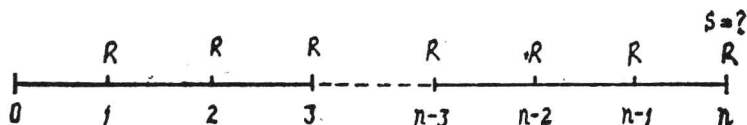
$$P = S \frac{1}{(1+i)^n} = S_{i-n} SPPWf = S_{i-n} F_{pw} \quad (1.2.2)$$

〔例 1.2.2〕利率 6%，问想在 10 年后获得 1,000 元，现在应存入多少款项？

$$\text{解： } P = S_{i-n} F_{PW} = 1,000_{0.06-10} F_{PW}^{0.5583} = 558.3 \text{ 元 (答)}$$

1.2.5 定额序列复利因数 (uniform-series Compound—Amount Factor)

已知连续定额偿付 R ，求共付 n 次后的未来值。



第一笔 R 的期数为 $n-1$ ，第二笔 R 的期数为 $n-2$ ，最后第二笔 R 的期数为 1，而最后第 n 年所付 R 的期数为零，不计息。各笔 R 本利和的合计即未来的总款数额。

$$S = R(1+i)^{n-1} + R(1+i)^{n-2} + \dots + R(1+i)^2 + R(1+i) + R \quad (1)$$

将 (1) 式乘以 $(1+i)$ 得

$$S(1+i) = R(1+i)^n + R(1+i)^{n-1} + \dots + R(1+i)^3 + R(1+i)^2 + R(1+i) \quad (2)$$

由 (2) 式减去 (1) 式得

$$S(1+i) - S = R(1+i)^n - R$$

$$S = R \frac{(1+i)^n - 1}{i} = R_{i-n} \text{uscap} = R_{i-n} F_{RS} \quad (1.2.3)$$

〔例 1.2.3〕某公司每年投资 10,000 元作为员工的退休基金，利率 4%，问 20 年后基金的总值应是多少？

$$\text{解： } S = R_{i-n} F_{RS} = 10,000_{0.04-20} F_{SR}^{29.778} = 297,780 \text{ 元 (答)}$$

1.2.6 基金存储因数 (Sinking—Fund Deposit Factor)

已知予期要获得的未来值 S ，求在 n 个期间内每次应存入多少款项 (R)？

$$R = S \frac{i}{(1+i)^n - 1} = S_{i-n} S_{fd} = S_{i-n} F_{SR} \quad (1.2.4)$$

〔例 1.2.4〕当利率为 4%，问想在 20 年后获得 10,000 元，每年应存入多少款额？

$$\text{解： } R = 10,000_{0.04-20} F_{SR}^{0.0336} = 336 \text{ 元 (答)}$$

1.2.7 资金还原因数 (Capital—Recovery Factor)

已知现值 P ，求在 n 个期间内分期偿付时，每期应付多少？

将式 (1.2.1) 的 $S = P(1+i)^n$ 代入式 (1.2.4)

$$R = S \cdot \frac{i}{(1+i)^n - 1} \text{ 中得}$$

$$R = P \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = P_{i-n} \dot{C}rf = P_{i-n} F_{PR} \quad (1.2.5)$$

〔例 1.2.5〕借外债 100,000 元, 10 年内分期偿付, 若利率为 4%, 问每年平均应偿付多少元?

$$\text{解: } R = 100,000 \cdot 0.04 \cdot 10 F_{PR}^{0.12329} = 12,329 \text{ 元} \quad (\text{答})$$

1.2.8 定额序列现值因数 (uniform-series present—Worth Factor)

已知在 n 个期间内分期付款 R , 求其总额相当于现值若干?

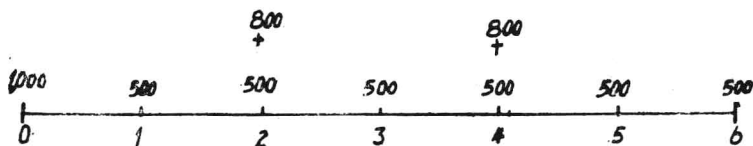
$$P = R \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} = R_{i-n} \text{uspwf} = R_{i-n} F_{RP} \quad (1.26)$$

〔例 1.2.6〕某企业的每年作业成本为 1,000 元, 若利率为 4%, 问 10 年中的总作业成本折成投资为多少元?

$$\text{解: } P = 1,000 \cdot 0.04 \cdot 10 F_{RP}^{8.1109} = 8,111 \text{ 元} \quad (\text{答})$$

1.2.9 公式应用例示

〔例 1.2.7〕现在必须支出 1,000 元, 此后六年中每年年末又支出 500 元, 而且在第二和第四年末还各再支出 800 元, 若年利为 10%, 求 (1) 此支出在六年末的本利和为若干? (2) 需要现金若干?



解: (1) 求本利和

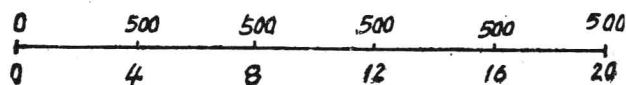
$$S = 1,000 \cdot 0.1 \cdot 6 F_{Ci}^{1.772} + 800 \cdot 0.1 \cdot 4 F_{Ci}^{1.464} + 800 \cdot 0.1 \cdot 2 F_{Ci}^{1.210} + 500 \cdot 0.1 \cdot 6 F_{RS}^{7.716} = 1772 + 1171 + 965 + 3858 = 7769 \text{ 元} \quad (\text{答})$$

(2) 求现值

$$P = 1,000 + 800 \cdot 0.1 \cdot 2 F_{Pw}^{0.8254} + 800 \cdot 0.1 \cdot 4 F_{Pw}^{0.6330} + 500 \cdot 0.1 \cdot 6 F_{RP}^{4.3535} = 1,000 + 660.32 + 506.4 + 2176.5 = 4343.2 \text{ 元} \quad (\text{答})$$

如已先求出本利和, 求现值则更为简单

$$P = 7,769 \cdot 0.1 \cdot 6 F_{Pw}^{0.56227} = 4,343.2 \text{ 元}$$



〔例 1.2.8〕某人预计以后 5 年每年可得年终奖金 500 元, 计划投资于 4% 四次复利的事业, 到第五年末他将有多少钱?

解:

方 法 1

$$S = (500_{0.01-4} F_{SR}^{0.24628})_{0.01-20} F_{RS}^{22.929} = 2,711 \text{元} \quad (\text{答})$$

方 法 2

$$S = (500_{0.01-4} F_{PR}^{0.25629})_{0.01-16} F_{RS}^{17.258} + 500 = 2,711 \text{元} \quad (\text{答})$$

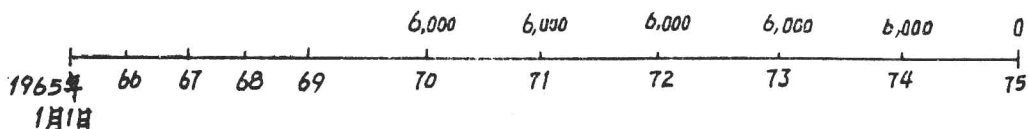
方 法 3

$$S = 500_{0.01-16} F_{Ci}^{1.1726} + 500_{0.01-12} F_{Ci}^{1.1268} + 500_{0.01-8} F_{Ci}^{1.0829} \\ + 500_{0.01-4} F_{Ci}^{1.0406} + 500 = 2,711 \text{元} \quad (\text{答})$$

这些不同的方法都能获得相同的答案,但只有一种是最简单方便的。这就要求有熟练的技巧去运用公式。

〔例1.2.9〕某公司于1965年1月1日开始以一项整款偿付租用厂房5年,租约规定公司可以在下5年内延长租赁,每年于年初给付6,000元。1968年1月1日,公司决定使用部分尚未投资的资金以充作后5年的租金。若利率为5%,问此时应付给若干方为公平?

解:



租金已付到1969年末,1970年1月1日的6,000元是1970年的租金。其次的资金给付都列于时间标尺上,可以维持租赁至1974年底,题目的意思是要在1968年1月1日以一笔整款充作这些偿付之用。这笔款额为:

方 法 1

$$P = (6,000_{0.05-5} F_{RP}^{4.3294})_{0.05-1} F_{PW}^{0.9523} = 24,740 \text{元} \quad (\text{答})$$

方 法 2

$$P = (6,000_{0.05-5} F_{RS}^{5.5256})_{0.05-5} F_{PW}^{0.7462} = 24,740 \text{元} \quad (\text{答})$$

1.3 连续复利法

连续复利法的基本公式是从间断复利公式引导而来的。

令 P = 货币的现值(本金),在期初;

S = 货币的未来值(本利和),在期末;

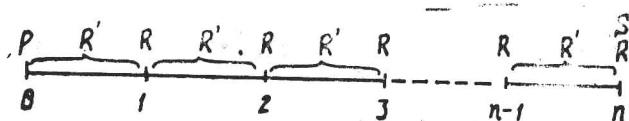
R' = 每个周期连续发生的平均系列值;

R = 每个周期末间断发生的平均系列值;

i = 利率;

n = 周期数

符号在时间标尺上的位置



1.3.1 P 与 S 的关系式

若在一个周期中计算 m 次复

利, 则由间断复利公式

$$S = P(1+i)^n \quad \text{得}$$

$$S = P \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{nm} = P \left[\left(1 + \frac{1}{m/i}\right)^{m/i} \right]^{ni}$$

由微分基本极限式

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{i}{x}\right)^x = e \quad (e = 2.71828)$$

所以, 当 $m \rightarrow \infty$ 时

$$S = Pe^{in} \quad (1.3.1)$$

$$P = Se^{-in} = \frac{S}{e^{in}} \quad (1.3.2)$$

e^{in} 称为“复利因数”, 查附录 A 可得。 e^{-in} 称为“现值因数”。在因数表 $X=in$

[例1.3.1] 1,000 元按年利 6% 进行连续复利, 20 年以后应为多少数额?

解 $X=in = (0.06)(20) = 1.2$ 查附录 A 得 $e^{1.2} = 3.320$

由式 (1.3.1) $S = 1,000(3.3201) = 3,320.10$ 元 (答)

[例1.3.2] 按 6.5% 利率连续复利需投资多少才能在 16 年以后得到 1,200 元?

解: $X = (0.065)(16) = 1.04$ $e^{1.04} = 2.8292$

由式 (1.3.2) $P = \frac{1200}{2.8292} = 424.15$ 元 (答)

1.3.2 R' 与 S 的关系式

这里的 R' 是指在每个周期内收入或支出的固定数额, 而且这个数额是在周期内连续发生的。若一个周期的时间为 t , 则在一个极短的时间 δt 内将收入或支付一个 $R'\delta t$ 。根据式 (1.3.1), δs 值应为 $R'\delta t e^{it}$, 要求 n 个周期的 S 值, 则可予以积分, 得

$$S = \int_0^n R' e^{it} dt$$

$$\text{令 } x = it \quad \text{则 } dx = idt \quad dt = \frac{dx}{i}$$

$$\text{代入上式 } S = \int_0^n R' e^x \frac{dx}{i} = \frac{R'}{i} \int_0^n e^x dx = \frac{R'}{i} e^x \Big|_0^n = \frac{R'}{i} e^{in} - \frac{R'}{i}$$

$$\therefore S = R' \frac{e^{in} - 1}{i} \quad (1.3.3)$$

$$R' = S \frac{i}{e^{in} - 1} \quad (1.3.4)$$

$\frac{e^{in}-1}{i}$ 称为“定额系列复利因数”； $\frac{i}{e^{in}-1}$ 称为“基金存储因数”。

〔例1.3.3〕 某公司每年中连续投资 10,000 元，作为员工的退休基金，利率 4%，问 20 年后基金总值应是多少？

$$\text{解：} x = in = (0.04)(20) = 0.8 \quad e^{0.8} = 2.2255$$

由式 (1.3.3)

$$S = R' \frac{e^{in} - 1}{i} = 10,000 \frac{2.2255 - 1}{0.04} = 306,375 \text{ 元} \quad (\text{答})$$

〔例1.3.4〕 当利率为 4%，想在 20 年后获得 10,000 元，每年中应连续存入多少款项？

$$\text{解：} x = (0.04)(20) = 0.8 \quad e^{0.8} = 2.2255$$

由式 (1.3.4)

$$R' = S \frac{i}{e^{in} - 1} = 10,000 \frac{0.04}{2.2255 - 1} = 326.4 \text{ 元} \quad (\text{答})$$

如果 R' 不是连续发生而是在期末一次收入或支付设为 R ，但计息是连续的，则根据式 (1.3.1)

$$S = Re^{(n-1)i} + Re^{(n-2)i} + \dots + Re^i + R \quad (1)$$

用 e^i 乘 (1) 式得

$$Se^i = Re^{ni} + Re^{(n-1)i} + \dots + Re^{2i} + Re^i \quad (2)$$

(1) - (2) 得

$$S = R \frac{1 - e^{ni}}{1 - e^i} = R \frac{e^{in} - 1}{e^i - 1} \quad (1.3.5)$$

$$R = S \frac{e^i - 1}{e^{in} - 1} \quad (1.3.6)$$

〔例1.3.5〕 改变〔例1.3.3〕的提法：某公司每年年终投资 10,000 元，作为员工的退休基金，利率 4%，问连续复利时 20 年后基金总值应是多少？

$$\text{解：} e^{in} = e^{0.8} = 2.2255 \quad e^i = e^{0.04} = 1.0408$$

由式 (1.3.5)

$$\text{解：} S = R \frac{e^{in} - 1}{e^i - 1} = 10,000 \frac{2.2255 - 1}{1.0408 - 1} = 300,367 \text{ 元} \quad (\text{答})$$

〔例1.3.6〕 改变〔例1.3.4〕的提法：当利率为 4%，问想在 20 年后获得 10,000 元，每年年终应存入多少款项？

$$\text{解：} e^{in} = e^{0.8} = 2.2255 \quad e^i = e^{0.04} = 1.0408$$

由式 (1.3.6)

$$R = S \frac{e^i - 1}{e^{in} - 1} = 10,000 \frac{1.0408 - 1}{2.2255 - 1} = 332.9 \text{ 元} \quad (\text{答})$$