



全国最佳助学读物策划机构
中国民营书业十大品牌实力机构



教材 全析

全程高效学习方案



YZLI0890161355

总主编 严 军 本册主编 李连方

用一本好书 圆人生梦想

- ★ “春雨奖学计划”指定用书
- ★ 千锤百炼 全国课改名校一线名师3年磨一剑
- ★ 品质领先 高效学习拓展成功新捷径

数学 必修②

金四导·国标人教A版



全国最佳助学读物策划机构
中国民营书业十大品牌实力机构



联合推荐

下载名校密卷
名师解疑释难

教材 全析

全程高效学习方案



YZLI0890161355

总主编 严军
本册主编 李连方
撰稿 蒋国群 姚杰
周国玘 赵联博

数学 必修②

金四导·国标人教A版

中国少年儿童新闻出版总社
中国少年儿童出版社

图书在版编目(CIP)数据

金四导. 高中数学. 2:必修/严军主编;李连方编写.
北京:中国少年儿童出版社,2008.6(2011.7重印)
ISBN 978-7-5007-8948-2

I. 金… II. 严… III. 数学课-高中-教学
参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 066204 号



配国标人教 A 版

“春雨奖学金计划”指定用书
金四导·教材全析
数 学
必修②

出版发行: 中国少年儿童新闻出版总社

中国少年儿童出版社

出 版 人: 李学谦

执行出版人: 赵恒峰

总 主 编: 严 军

主 编: 李连方

责任编辑: 贺泽红

责任校对: 李 玉

封面设计: 春雨教育美编室

美术编辑: 周建明

责任印务: 李建国

地 址: 北京市东四十二条 21 号

电 话: 010-64132053

E-mail: dakaiming@sina.com

邮政编码: 100708

传 真: 010-64132053

印刷: 山东日照伟星印务有限公司

开本: 880×1230 1/16

2011 年 7 月第 1 版第 2 次印刷

字数: 1350 千字

ISBN 978-7-5007-8948-2/G·6475

经销: 新华书店

印张: 50

印数: 5000 册

定价: 105.00 元(共 5 册)

图书若有印装问题,请及时向印务部联系退换。

版权所有,侵权必究。

春雨馨语(二十三)

毅力是一种 快乐的持续

在这个世界上,当你想有所成就的时候,最先想到的应该是找到自己的原始冲动,然后用毕生的时间全力以赴、梦萦魂牵地去实现它。

所谓原始冲动,就是你自己的天赋所在,你最狂热最感兴趣,不做就会死的那件唯一的事情。

每天用你最喜欢的方式做你最喜欢的事情,这是一种莫大的幸福。然后,每天重复这种快乐的做事方式和做事心情,久而久之,形成习惯。天长日久,这种习惯就会成为性格,性格决定命运。性格不是天生的,性格就是这样培养出来的。所以,要让你的命运出现转机,就要找到自己最喜欢的事情。

当你因为兴趣而做一件事情的时候,这个世界上就没有毅力和坚持之类的事情。外人看到的你的毅力,仅仅是因为你做这件事情时那种快乐的心情。其实,在这个世界上,“毅力”是根本不存在的品质,因为所谓的“毅力”是因为快乐而可以长期做一件事情并不放弃的态度。所以,毅力是一种快乐,不是一种痛苦。从这个角度上来说,有些懒惰的人,并不是他们真的懒惰,而是因为他们没有找到自己的原始冲动并把它培养成习惯而已。

我自己是最好的例子。我初中的时候找到自己的最爱是英语,然后用自己喜欢的方式学习它。比如,每天早晨都坐在奶奶身边读英语,每天读半个小时。奶奶不懂英语,但是每天都夸我:“俺乖乖读得真好!”我很有成就感,每天坐在奶奶身边读英语。奶奶就闭着眼睛静静地听着。我觉得,每天早晨,陪着奶奶读英文是世界上最幸福的事情。我从初一读到初三,从高一读到高三,大学里依然坚持晨读。慢慢地,同学们对我的英语成绩只能羡慕而无法超越。我晨读英语的习惯,是一种幸福的坚持,没有感觉到丝毫的痛苦。我也没想到,晨读英语需要毅力,它只是我的原始冲动而已。

还有一个例子,一个我非常欣赏的男人的故事。他是一个防盗系统安装工程师,他的工作就

就是每天去客户的门前安装防盗器械,每次挖洞的时候,他的文字灵感就如“滔滔江水,连绵不绝”。每当此时,他就会坐在梯子上,把他喷薄而出的美丽文字记录下来。当年的他,就是这样,一边干活一边记录下这些让他兴奋不已的文字精灵。半年下来,居然积累了200多首歌词。他选出自己最得意的100首装订成册,寄了100份到各大唱片公司。没想到泥牛入海,毫无音信。但他并不伤心,因为他对文字有发自内心的热爱,像喷涌而出的岩浆,火红火红的,谁都拦不住。他是因为热爱而写,不是为了别的。我觉得,这个男人心中最柔软的部分已经留给了他的最爱——具有缠绵情怀的中国汉字。1997年7月7日凌晨,他像往常一样去安装防盗系统。这时有人打电话给他,他坐在梯子上接了电话,这个打电话给他的人叫做吴宗宪。

故事的结局是,工程师成为海峡两岸最具声望的歌词作者,他写的歌词包括《东风破》、《菊花台》、《青花瓷》等,他的名字叫方文山。周杰伦歌曲中大部分经典的歌词都出自他的神来之笔。

找到你自己的原始冲动,那么,坚持,就成为了一种快乐的持续。这种持续,才是真正的毅力。

“一切的现在都孕育着未来

未来的一切都生长于它的昨天

希望,并且为它奋斗

请将这一切放在你的肩上……”



我们的目标是： 将教材讲深、讲透、讲到位

致读者

亲爱的同学们：

这是一柄神奇的金钥匙，为你打开通向桂冠的大门；

这是一座心灵的桥梁，连接着你高远的志向、你的梦想和你书海搏击的身姿。

在新学期到来之际，《教材全析》带着春雨名师的体温，带着春雨人殷殷的嘱托与期盼，悄然来到你的身边。

依据最新《课程标准》，将各学科的全部重点、难点、疑点和易错点一网打尽，全方位的精细讲解与分层级的梯度练习无缝对接——《教材全析》事半功倍的奇妙功效将让你在使用途中渐次感知。

本章综合视窗

以背景问题、趣味问题、数学史掌故或科技前沿问题，激发学生学习、探究的兴趣。

教材知识详析

全面、深入解析教材重、难点，将教材讲深、讲透、讲到位。

教材知识拓展

围绕教材的延伸、拓展、演绎、整合的知能增长点，达到全面、渗透的要求。

课标题型探究

源于教材而高于教材，全面提升学生的发散思维与创新能力。

常见误区分析

举例讲解本节出现的常错、易错题，对解题方法进行总结和归纳。

第一章

空间几何体

本章综合视窗

情境导入

人从出生的那一刻开始就生活在三维空间里，我们感知到的是三维空间里的各式各样的几何体。如：建筑、雕塑、机器零件、生活用品，而这些几何体主要是由简单几何体组成的。

空间图形如何在平面内画出来呢？我们可以画它的直观图，但作为机械加工的零件，有直观图还不够，因为直观图不能准确地表示实际角度与距离，而用二维平面上的适当投影来表示三维物体的方法（三视图）即很好地解决了这个问题。这种方法在建筑学、军事学、机械制图等方面都有极大的实用价值。

方法指导

第1节：本节采用从整体到细节的认知规律。

(1) 本节先展示大量几何体的实物、模型、图片等，让学生感受空间几何体的整体结构，然后再引导学生抽象出空间几何体的结构特征。这样安排的好处是：先从整体上认识空间几何体，再深入到细节的认识，更符合我们的认识规律。

(2) 在学习本节知识时，可先观察大量的实物或图片，讨论各图的结构特征，提出适当的分类标准，然后进一步研究各种图形。

1.1 空间几何体的结构

课标要求导航

1. 理解柱、锥、台、球的结构特征。
2. 了解棱柱、棱锥、棱台的底面、侧面、侧棱、顶点的意义。
3. 了解圆柱、圆锥、圆台的底面、母线、侧面、轴的意义。
4. 了解与正方体、球有关的简单组合体及其结构特征。
5. 能根据条件判断几何体的类型。

教材知识详析

要点1 棱柱的结构特征

(1) 如图 1.1-1，有两个面互相平行，其余各面都是四边形，并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行，这些面围成的几何体叫做棱柱。两个互相平行的面叫做棱柱的底面，简称底；其余各面叫做棱柱的侧面；两个面的公共边叫做棱柱的棱；相邻侧面的公共边叫做棱柱的侧棱；侧面与底面的公共顶点叫做棱柱的顶点。

(2) 棱柱的分类：底面是三角形、四边形、五边形……的棱柱分别叫三棱柱、四棱柱、五棱柱……

(3) 棱柱的表示法：用表示上、下底面多边形的顶点来表示，如：三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 。

关键提醒

对棱柱的概念应正确理解，准确把握，它有两个本质特征：(1) 有两个面(底面)互相平行；(2) 其余各面(侧面)每相邻两个面的公共边(侧棱)都互相平行。因此，棱柱有两个面互相平行，其余各面都是平行四边形的几何体“不一定是棱柱”。

【案例1】下列说法正确的是()。

- A. 棱柱的侧面都是矩形
- B. 棱柱的侧棱都相等

教材知识拓展

拓展点1 圆柱、圆锥、圆台的侧面展开图

(1) 圆柱

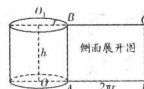


图 1.1-8

典例题型探究

类型一 综合应用题

【例1】(要点1)如图 1.1-13，在长方体纸盒 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB=a$ ， $BC=b$ ， $CC_1=c$ ，并且 $a>b>c>0$ ，在纸盒外表面点 A 处有一只

图 1.1-13

常见误区分析

【例1】如图 1.1-16 所示，三棱柱 $ABC-A'B'C'$ 的所有棱长均为 a ， $\angle A'AB = \angle A'AC = 60^\circ$ ，求其全面积。

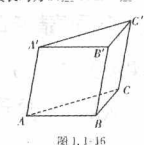


图 1.1-16

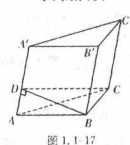


图 1.1-17

【错因分析】误区1：把斜棱柱误认为是直棱柱，错误套用公式。误区2：利用直截面求侧面积思路不清，这实际上是一种“割补”的思想，也是“转化”的思想。

让学习快乐、高效、无障碍

也许，你是“春雨教育”图书的老朋友；也许，你是春雨人的新相识，选择了怀抱理想的春雨人，选择了曾托举数千学子成功跨入清华、北大之门的“春雨教育”品牌图书，你就选择了快乐的学习历程，选择了胜利的桂冠，选择了梦想的成功！

关注“春雨奖学计划”吧。如果你成功了，别忘了让我们分享你的经验和喜悦。我们盼望你成为“龙虎榜”中的一员，盼望你的照片和你的学习感悟成为激励下一届同学的生动资料。

你搏击的路上，有《教材全析》一路相伴，那是春雨人在为你的拼搏加油，那是春雨人在为你的成功喝彩！

本章知识能力提升平台

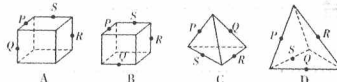
教材全析
JIAOCAI QUANXI

知能提升训练

夯实基础

- (要点1)下列说法中，正确的是()。
A. 棱柱的面中，至少有两个面互相平行
B. 棱柱的两个互相平行的面一定是棱柱的底面
C. 棱柱中各侧棱的长相等
D. 棱柱的侧面是平行四边形，但它的底面一定不是平行四边形

- (要点1,2)下列各图是正方体或正四面体，点P、Q、R、S分别是所在棱的中点，这四个点中不共面的是()。



- (要点1)现有一个长方体水箱，从水箱里面量得它的深是30 cm，底面的长是25 cm，宽是20 cm。设 $0 < a \leq 8$ ，水箱里盛有深为 a cm 的水，若往水箱里放入棱长为10 cm 的立方体铁块，则水深为()。
A. 2 cm B. 10 cm
C. $(a+2)$ cm D. $\frac{5}{4}a$ cm

- (要点6)如图(1)所示，一只装了水的密封瓶子，其内部可以看成是由半径为1 cm 和半径为3 cm 的两个圆柱组成的简单几何体。当这个几何体如图(2)水平放置时，液面高度为

知识网络串联



专题高考表现

高考考点内容	主要考查题型	命题热点提示
1. 棱柱、棱锥、棱台的侧面积	2010·江西理·16 2009·湖南文·11	1. 求棱柱、棱锥、棱台的侧面积或表面积时，注意利用公式。
2. 棱柱、棱锥、棱台的体积	2010·江西理·16 2009·湖南文·11 2008·广东理·12 2007·广东理·12	1. 求棱柱、棱锥、棱台的体积时，注意利用公式。
3. 球、圆柱、圆锥、圆台的表面积和体积	2010·湖南文·11 2009·湖南文·11 2008·广东理·12 2007·广东理·12	1. 求球、圆柱、圆锥、圆台的表面积和体积时，注意利用公式。

专题归纳拓展

专题一 空间几何体的结构

梳理：高考中常以选择或填空题形式出现。

【例1】(2010·江西理)如图，在三棱锥 $O-ABC$ 中，三条棱 OA 、 OB 、 OC 两两垂直，且 $OA > OB > OC$ ，分别经过三条棱 OA 、 OB 、 OC 作一个截面平分三棱锥的体积，截面面积依次为 S_1 、 S_2 、 S_3 ，则 S_1 、 S_2 、 S_3 的大小关系为

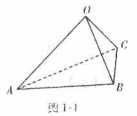


图 1-1

【解析】考查立体图形的空间感和数学知识的运用能力，通过补形，借助长方体验证结论。特殊化，令边长为1,2,3，得 $S_1 < S_2 < S_3$ 。

【解答】 $S_1 < S_2 < S_3$ 。

【点拨】巧妙地利用特殊值求解。

【例2】(2010·湖北文)圆柱形容器内盛有高度为3 cm 的水，若放入三个相同的球(球的半径与圆柱的底面半径相等)后，水恰好淹没最上面的球(如图1-2所示)，则球的半径是_____ cm。

【解析】设球半径为 r ，则由 $3V_{\text{水}} + V_{\text{球}} = V_{\text{柱}}$ 可得 $3 \times \frac{1}{3} \pi r^2 \times 3 + \pi r^2 \times 8 = \pi r^2 \times 6r$ ，解得 $r = 4$ 。

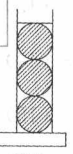


图 1-2

教材习题详解

P₁ 思考

它们可以用一个平行于四棱锥或者三棱锥的底面的平面去截棱锥而剩下的底面与截面之间的部分。

P₂ 探究

用一个平行于棱锥底面的平面去截棱锥，底面与截面之间的多面体叫做棱台。原棱锥底面与截面叫做棱台的下底面和上底面，其余各面叫做侧面；各侧面与侧面的交线叫做侧棱，所有棱与棱的交点叫做顶点。

P₃ 探究

圆锥可以看作是以一直角三角形的一条直角边所在的直线为旋转轴，其余两边旋转形成的面所围成的旋转体。其中，固定的那条直角边所在的直线为轴，另一直角边旋转得到的面叫做底面，斜边旋转得到的面为侧面，顶点与底面圆周上的任意一点的连线段叫做母线。

遨游数学世界

数学直觉

在美国的佛罗里达州的一次大规模的中学数学竞赛中，应考学生多达83万人，试题共50道，其中第44题是这样的：一个正三棱锥和一个正四棱锥，所有的棱长都相等，则重合一个面后还有()个暴露面。

知能提升训练

每节精选习题，紧扣考点，题题精彩，让学生在训练中体验成功的喜悦。

教材习题详解

对教材中的习题均给出提示，益教益考。

遨游数学世界

精选与本课时相关联的课外资料，拓宽学生的视野知识面，提升学生的综合素养。

知识网络串联

运用网络图形形成知识框架，帮助学生形成能力谱系。

专题高考表现

显示本章若干高考考点及内容，列举最新高考题，使考点内容、命题规律尽收眼底。

专题归纳拓展

精选最新高考题和模拟题，按照本章要点整合新考点，并给出精析、解答与点拨。



学科王

www.xuekewang.com
全国中小学教育资源门户

一线名师的擂台 学生家长的帮手

"学科王"教学资源网五大秘籍

秘籍木 之独木不成林——试卷悬赏

1. 全国各省、市(州)、县(区)高三质量调研、统考、联考与一、二、三模考试卷(任一套全科,含答案),若被采用,可获得100~400元报酬;单科(含答案),若被采用,可获得20~40元报酬。
2. 高考结束5天内,本省高考全真试卷(全科,含答案),若被采用,可获得100~400元报酬;单科(含答案),若被采用,可获得20~40元报酬。
3. 原创“自命题”和“改编题”(含解析和答案),一经采用,每道题可获得20~100元报酬。
4. 中考结束10天内,各地市或省中考试卷(全科,含答案),若被采用,可获得200~300元报酬;单科(含答案),若被采用,可获得20~30元报酬。
5. 学期末,将本校小学、初中、高中原创单元卷、月考卷、期中卷、期末卷、专题复习卷收集齐全并在下学期开学前邮寄至“学科王”教学资源网,一经采用,可获得如下报酬:
 - (1) 一校全年级、全学科(含答案),可获得3000~6000元报酬;
 - (2) 一校全年级、单学科(含答案),可获得1000~2000元报酬;
 - (3) 一校全学科、一个年级(含答案),可获得1000~2000元报酬。

秘籍金 之金玉满堂来——赚遍网站

1. 上传资料赚点:上传教育资源至本站(含试卷、课时练习、课件、教案、讲义等),通过审核,均可获得相应点数。用户可凭点数在网上消费下载精品教学资料,或兑换现金。如是正在悬赏的资料,奖励将更加丰厚。
2. 资源纠错赚点:当您发现本站的资料重复或错误时,可在专门投诉区发帖,将资料重复或者资料错误的地址复制到您所发帖子里,并指出错因。经编辑核实后,您将获得网站送出的奖励积分。
3. “主题工作室”赚点:本站为有丰富教学资源和有志共享共建教学资源库的教师建立专门“工作室”,为您个性化开发定制专题页面,参与网站建设和资源收集,优先约请您主编或参与编写春雨教育集团的教辅图书。
4. 活跃用户赚点:本站为会员提供了大量的赚点方式,如:免费注册,注册就送积分;每日登陆也会有积分赠送;如向本站提出各种好建议并被采纳,更会有丰厚的积分奖励。本站同时对宣传“学科王”、推荐新人的会员进行积分奖励;还将组织各种定期或不定期的活动,幸运用户将有意外惊喜。
5. 积分兑换:1人民币元=10学科王智币=1000学科王积分,积分兑换成智币后,可用于网站下载试卷或兑换现金等。每满50元即可兑换,无上限,可随时申请要求支付。网站个人账户内的每次积分变动都将站内短消息形式进行通知。

秘籍水 之物以稀为贵——资源交换

作为教师,一方面手中有大量的稀缺教学资源,但同时又有很多自己想要的教学资源无法获取,怎么办?

本站专为教师提供了资源交换平台,教师可以将自己手中的资源拿来悬赏,或直接进行交换,第一时间掌握各地教考进度和教学动态。

秘籍土 之积土以成山——互动答疑

1. 学生在学习中遇到的问题家长无法解决,又不敢或无法请教老师;
 2. 父母想为孩子请家教,可费用较高;
 3. 听了很多学长的学习方法,就是找不到适合自己的;
 4. 买了不少课外辅导书,可不会做的题还是有不少;
 5. 想通过帮助他人解决学习疑难问题以获得快乐体验和智慧成长,但不怎么有机会;
 6. 教师想通过讨论教学难点、热点,认识更多“教学和教研能手”,但没有合适的平台。
- 遇到上述情况,您可求助“学科王”专门开发的免费“互动答疑”平台。无论帮助他人或寻求帮助,您都会有意想不到的收获!

秘籍火 之行行出状元——成果出版

1. 收集一个地市小升初试卷(至少语、数两学科),且每学科试卷套数不低于18套;或只收集一个学科不低于18套试卷但有一定的包销量(≥ 3000 册),每学科可获得2000~2500元报酬。
2. 收集一个省小升初试卷至少语、数两学科,且每学科试卷套数不低于24套,涵盖全省60%以上地市(须含省会城市);或只收集一个学科不低于18套试卷但有一定的包销量(≥ 3000 册),每学科可获得2500~3000元报酬。
3. 地市命题的省,收集该省90%以上地市中考试卷(全科,含答案),可获得2000~3000元报酬。
4. 收集一个省地市统一命题的高考模拟试卷(一、二、三轮全科,含答案),且每学科试卷套数不低于20套,涵盖全省80%以上地市(须含省会城市);或收集某一学科不低于20套试卷但有一定包销量(≥ 3000 册),每学科可获得800~1200元报酬。

您还会获得的是:

1. 《小升初试卷精选》《中考试卷精选》《高考模拟试卷精选》等出版物的署名权。
2. 在吉林教育出版社主管的期刊《教师论坛》上发表论文的优先权,并可参加“1课3练杯”教育教学改革论文大奖赛。

“学科王”教学资源网: www.xuekewang.com 通讯地址:南京市鼓楼区中山北路88号建伟大厦17楼春雨教育集团“学科王”教学资源网收

邮 编: 210009 电话: 025-68801918 / 68801919 电子邮箱: xkw@xuekewang.com

第一章 空间几何体

本章综合视窗	(1)
1.1 空间几何体的结构	
课标要求导航	(1)
教材知识详析	(1)
教材知识拓展	(3)
课标题型探究	(4)
知能提升训练	(5)
教材习题详解	(6)
遨游数学世界	(7)
1.2 空间几何体的三视图和直观图	
1.2.1 中心投影与平行投影	
1.2.2 空间几何体的三视图	
课标要求导航	(7)
教材知识详析	(7)
教材知识拓展	(8)
课标题型探究	(8)
知能提升训练	(9)
教材习题详解	(11)
1.2.3 空间几何体的直观图	
课标要求导航	(11)
教材知识详析	(11)
教材知识拓展	(12)
课标题型探究	(13)
知能提升训练	(14)
教材习题详解	(15)
1.3 空间几何体的表面积与体积	
1.3.1 柱体、锥体、台体的表面积与体积	
课标要求导航	(17)

教材知识详析	(17)
教材知识拓展	(18)
课标题型探究	(19)
知能提升训练	(19)
教材习题详解	(21)
1.3.2 球的体积和表面积	
课标要求导航	(22)
教材知识详析	(22)
教材知识拓展	(22)
课标题型探究	(23)
知能提升训练	(24)
教材习题详解	(25)
遨游数学世界	(26)

本章知识能力提升平台	(27)
------------	------

第一章综合能力测评	(31)
-----------	------

第二章 点、直线、平面之间的位置关系

本章综合视窗	(35)
2.1 空间点、直线、平面之间的位置关系	
2.1.1 平面	
课标要求导航	(36)
教材知识详析	(36)
教材知识拓展	(37)
课标题型探究	(38)
知能提升训练	(38)
遨游数学世界	(40)
2.1.2 空间中直线与直线之间的位置关系	
课标要求导航	(41)
教材知识详析	(41)
教材知识拓展	(41)

课标题型探究	(42)
--------	------

知能提升训练	(43)
--------	------

教材习题详解	(44)
--------	------

遨游数学世界	(45)
--------	------

2.1.3 空间中直线与平面之间的位置关系

2.1.4 平面与平面之间的位置关系

课标要求导航	(46)
--------	------

教材知识详析	(46)
--------	------

教材知识拓展	(46)
--------	------

课标题型探究	(47)
--------	------

知能提升训练	(47)
--------	------

教材习题详解	(49)
--------	------

2.2 直线、平面平行的判定及其性质

2.2.1 直线与平面平行的判定

课标要求导航	(50)
--------	------

教材知识详析	(50)
--------	------

教材知识拓展	(50)
--------	------

课标题型探究	(51)
--------	------

知能提升训练	(51)
--------	------

教材习题详解	(53)
--------	------

2.2.2 平面与平面平行的判定

课标要求导航	(53)
--------	------

教材知识详析	(53)
--------	------

教材知识拓展	(54)
--------	------

课标题型探究	(54)
--------	------

知能提升训练	(55)
--------	------

教材习题详解	(56)
--------	------

2.2.3 直线与平面平行的性质

2.2.4 平面与平面平行的性质

课标要求导航	(57)
--------	------

教材知识详析	(57)
--------	------

教材知识拓展	(57)
--------	------

课标题型探究	(58)
--------	------

知能提升训练	(59)
--------	------

教材习题详解	(60)
--------	------

遨游数学世界	(61)
--------	------

2.3 直线、平面垂直的判定及其性质

2.3.1 直线与平面垂直的判定

课标要求导航	(62)
--------	------

教材知识详析	(62)
--------	------

教材知识拓展	(63)
--------	------

课标题型探究	(63)
--------	------

知能提升训练	(64)
--------	------

教材习题详解	(66)
--------	------

2.3.2 平面与平面垂直的判定

课标要求导航	(67)
--------	------

教材知识详析	(67)
--------	------

教材知识拓展	(68)
--------	------

课标题型探究	(68)
--------	------

知能提升训练	(69)
--------	------

教材习题详解	(71)
--------	------

2.3.3 直线与平面垂直的性质

2.3.4 平面与平面垂直的性质

课标要求导航	(72)
--------	------

教材知识详析	(72)
--------	------

教材知识拓展	(72)
--------	------

课标题型探究	(73)
--------	------

知能提升训练	(73)
--------	------

教材习题详解	(75)
--------	------

遨游数学世界	(76)
--------	------

本章知识能力提升平台	(77)
------------	------

第二章综合能力测评	(81)
-----------	------

第三章 直线与方程

本章综合视窗 (87)

3.1 直线的倾斜角与斜率

3.1.1 倾斜角与斜率

课标要求导航 (87)

教材知识详析 (87)

教材知识拓展 (88)

课标题型探究 (89)

知能提升训练 (90)

教材习题详解 (91)

3.1.2 两条直线平行与垂直的判定

课标要求导航 (92)

教材知识详析 (92)

教材知识拓展 (92)

课标题型探究 (93)

知能提升训练 (93)

教材习题详解 (95)

3.2 直线的方程

3.2.1 直线的点斜式方程

课标要求导航 (96)

教材知识详析 (96)

教材知识拓展 (97)

课标题型探究 (97)

知能提升训练 (98)

教材习题详解 (99)

3.2.2 直线的两点式方程

课标要求导航 (100)

教材知识详析 (100)

教材知识拓展 (100)

课标题型探究 (101)

知能提升训练 (101)

教材习题详解 (103)

3.2.3 直线的一般式方程

课标要求导航 (103)

教材知识详析 (103)

教材知识拓展 (104)

课标题型探究 (104)

知能提升训练 (105)

教材习题详解 (106)

3.3 直线的交点坐标与距离公式

3.3.1 两条直线的交点坐标

课标要求导航 (108)

教材知识详析 (108)

教材知识拓展 (108)

课标题型探究 (109)

知能提升训练 (109)

教材习题详解 (111)

遨游数学世界 (112)

3.3.2 两点间的距离

课标要求导航 (112)

教材知识详析 (112)

教材知识拓展 (112)

课标题型探究 (112)

知能提升训练 (113)

教材习题详解 (115)

3.3.3 点到直线的距离

课标要求导航 (115)

教材知识详析 (115)

教材知识拓展 (117)

课标题型探究 (117)

知能提升训练 (118)

教材习题详解 (120)

遨游数学世界 (121)

本章知识能力提升平台 (122)

第三章综合能力测评	(125)
-----------	-------

第四章 圆与方程

本章综合视窗	(128)
--------	-------

4.1 圆的方程

4.1.1 圆的标准方程

课标要求导航	(129)
教材知识详析	(129)
教材知识拓展	(129)
课标题型探究	(129)
知能提升训练	(130)
教材习题详解	(132)

4.1.2 圆的一般方程

课标要求导航	(133)
教材知识详析	(133)
教材知识拓展	(134)
课标题型探究	(134)
知能提升训练	(135)
教材习题详解	(136)
遨游数学世界	(137)

4.2 直线、圆的位置关系

4.2.1 直线与圆的位置关系

课标要求导航	(138)
教材知识详析	(138)
教材知识拓展	(139)
课标题型探究	(139)
知能提升训练	(140)
教材习题详解	(142)

4.2.2 圆与圆的位置关系

课标要求导航	(143)
教材知识详析	(143)

教材知识拓展	(144)
--------	-------

课标题型探究	(144)
--------	-------

知能提升训练	(145)
--------	-------

教材习题详解	(147)
--------	-------

4.2.3 直线与圆的方程的应用

课标要求导航	(147)
--------	-------

教材知识详析	(147)
--------	-------

教材知识拓展	(147)
--------	-------

课标题型探究	(148)
--------	-------

知能提升训练	(149)
--------	-------

教材习题详解	(150)
--------	-------

4.3 空间直角坐标系

4.3.1 空间直角坐标系

课标要求导航	(152)
--------	-------

教材知识详析	(153)
--------	-------

教材知识拓展	(153)
--------	-------

课标题型探究	(153)
--------	-------

知能提升训练	(154)
--------	-------

教材习题详解	(155)
--------	-------

4.3.2 空间两点间的距离公式

课标要求导航	(155)
--------	-------

教材知识详析	(155)
--------	-------

教材知识拓展	(156)
--------	-------

课标题型探究	(156)
--------	-------

知能提升训练	(157)
--------	-------

教材习题详解	(158)
--------	-------

遨游数学世界	(159)
--------	-------

本章知识能力提升平台	(160)
------------	-------

第四章综合能力测评	(163)
-----------	-------

必修②模块综合能力测评卷	(166)
--------------	-------

第一章

空间几何体

本章综合视窗

情境导入

人从出生的那一刻开始就生活在三维空间里,我们感知到的是三维空间里的各式各样的几何体.如:建筑、雕塑、机器零件、生活用品,而这些几何体主要是由简单几何体组成的.

空间图形如何在平面内画出呢?我们可以画它的直观图,但作为机械加工的零件,有直观图还不够,因为直观图不能准确地表示实际角度与距离,而用二维平面上的适当投影来表示三维物体的方法(三视图)即很好地解决了这个问题.这种方法在建筑学、军事学、机械制图等方面都有极大的实用价值.

本章主要学习空间简单的几何体如柱、锥、台、球及其组合体的结构特点.学习空间几何体的三视图和直观图、空间几何体的表面积与体积.

本章将学习

专题一、空间几何体的结构.

重点:让学生感受大量空间实物及模型,概括出柱、锥、台、球的结构特征.

难点:如何概括柱、锥、台、球的结构特征.

专题二、空间几何体的三视图和直观图.

重点:画出组合体的三视图,用斜二测画法画空间几何体的直观图.

难点:识别三视图所表示的空间几何体.

专题三、空间几何体的表面积与体积.

重点:掌握柱、锥、台、球的表面积和体积计算公式.

难点:球的表面积与体积.

方法指路

第1节:本节采用从整体到细节的认知规律.

(1)本节先展示大量几何体的实物、模型、图片等,让学生感受空间几何体的整体结构,然后再引导学生抽象出空间几何体的结构特征.这样安排的好处是:先从整体上认识空间几何体,再深入到细节的认识,更符合我们的认识规律.

(2)在学习本节知识时,可先观察大量的实物或图片,讨论各图的结构特征,提出适当的分类标准,然后进一步研究各种图形.

第2节:本节采用的是由简单到复杂的学习方法.

在学习本节知识时,应先复习初中介绍的三视图有关知识,然后多动手画出现实生活中各种较简单几何体的三视图.教材利用正六边形的直观图,介绍了斜二测画法的基本步骤和具体方法及注意问题,接着又介绍了较复杂的几何体的画法,采用的是由简单到复杂的方法,为我们学习本节知识铺设了由易到难的道路.

第3节:学习本节知识主要采用类比的方法.

本节一开始的“思考”从学生熟知的正方体和长方体的展开图入手,分析展开图与其表面积的关系,可以达到两个目的:一是复习表面积的概念,二是介绍表面积的求法;然后教材利用“探究”要求学生类比正方体、长方体的表面积,讨论棱柱、棱锥、棱台的表面积问题,接着又引导同学们研究圆柱、圆锥、圆台的表面积求法,层层深入,步步递进.

1.1 空间几何体的结构

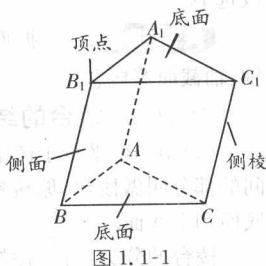
课标要求导航

1. 理解柱、锥、台、球的结构特征.
2. 了解棱柱、棱锥、棱台的底面、侧棱、侧面、顶点的意义.
3. 了解圆柱、圆锥、圆台的底面、母线、侧面、轴的意义.
4. 了解与正方体、球有关的简单组合体及其结构特征.
5. 能根据条件判断几何体的类型.

教材知识详析

要点1 棱柱的结构特征

(1)如图1.1-1,有两个面互相平行,其余各面都是四边形,并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行,这些面围成的几何体叫做棱柱.两个互相平行的面叫做棱柱



的底面,简称底;其余各面叫做棱柱的侧面;两个面的公共边叫做棱柱的棱;相邻侧面的公共边叫做棱柱的侧棱;侧面与底面的公共顶点叫做棱柱的顶点.

(2)棱柱的分类:底面是三角形、四边形、五边形……的棱柱分别叫三棱柱、四棱柱、五棱柱……

(3)棱柱的表示法:用表示上、下底面多边形的顶点来表示,如:三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$.

关键提醒 对棱柱的概念应正确理解,准确把握,它有两个本质特征:(1)有两个面(底面)互相平行;(2)其余各面(侧面)每相邻两个面的公共边(侧棱)都互相平行.因此,棱柱有两个面互相平行,其余各面都是平行四边形.但是“有两个面互相平行,其余各个面都是平行四边形的几何体”不一定是棱柱.

【案例1】 下列说法正确的是().

- A. 棱柱的侧面都是矩形
- B. 棱柱的侧棱都相等

- C. 由六个大小一样的正方形组成的图形是正方体的展开图
D. 棱柱的侧棱总与底面垂直

【精析】 根据棱柱的概念解题.

【解答】 选项 A 错误, 因为棱柱的侧面可以是平行四边形; 选项 B 正确, 由定义可知棱柱的侧面是平行四边形, 所有侧棱都相等; 对于选项 C, 正方体是由六个大小一样的正方形组成的空间图形, 而展开图是平面图形, 所以选项 C 错误; 对于选项 D, 侧棱可以与底面垂直, 也可以与底面不垂直, 所以选项 D 错误. 故选 B.

【关键提醒】 对于棱柱应了解其主要特征, 如: 侧面为平行四边形, 侧棱相等, 当侧棱与底面垂直时为直棱柱, 底面是正多边形的直棱柱为正棱柱等.

要点 2 棱锥的结构特征

(1) 如图 1.1-2, 有一个面是多边形, 其余各面都是有一个公共顶点的三角形, 由这些面围成的多面体叫做棱锥. 这个多边形叫做棱锥的底面或底; 有公共顶点的各个三角形叫做棱锥的侧面; 相邻侧面的公共边叫做棱锥的侧棱; 各侧面的公共顶点叫做棱锥的顶点.

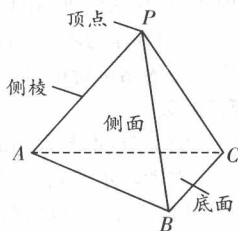


图 1.1-2

(2) 棱锥的分类 (按底面多边形的边数分): 底面是三角形、四边形、五边形……的棱锥分别叫做三棱锥、四棱锥、五棱锥……

(3) 棱锥的表示法: 用表示顶点和底面各顶点的字母来表示, 如: 三棱锥 $P-ABC$.

【关键提醒】 (1) 棱锥有一个面是多边形, 其余各面都是三角形, 但“有一个面是多边形, 其余各面都是三角形的几何体未必是棱锥”.

(2) 一个锥柱至少有四个面, 所以三棱锥也叫四面体.

【归纳整理】 如果一个棱锥的底面是正多边形, 且顶点在底面上的射影是底面的中心, 这样的棱锥叫正棱锥.

【案例 2】 下列命题中, 是真命题的是 ().

- A. 顶点在底面上的射影到底面各顶点的距离相等的三棱锥是正三棱锥
B. 底面是正三角形, 各侧面是等腰三角形的三棱锥是正三棱锥
C. 底面三角形各边分别与相对的侧棱垂直的三棱锥是正三棱锥
D. 底面是正三角形, 并且侧棱都相等的三棱锥是正三棱锥

【精析】 以上各选项都赋予三棱锥不同的条件, 若为真命题, 给予必要证明; 若为假命题, 仅举一反例即可.

【解答】 对于选项 A, 到三角形各顶点距离相等的点为三角形外心, 该三角形不一定为正三角形, 故该命题为假命题. 对于选项 B, 如三棱锥 $P-ABC$ 中, $\triangle ABC$ 为正三角形, 且 $PA=AB, PA=AC, PB=PC$, 则 $\triangle PAB, \triangle PAC, \triangle PBC$ 都为等腰三角形, 但 $PA \neq PB=PC$, 故该命题为假命题. 对于选项 C, 顶点在底面上的射影为底面三角形的垂心, 底面为任意三角形的棱锥皆可, 故该命题为假命题. 对于选项 D, 顶点在底面上的射影为底面三角形的外心, 又底面三角形为正三角形, 因

此, 外心即中心, 故该命题为真命题.

要点 3 圆柱、圆锥、圆台的结构特征

(1) 如图 1.1-3, 圆柱、圆锥、圆台可以分别看作以矩形的一边、直角三角形的一直角边、直角梯形中垂直于底边的腰所在的直线为轴, 将矩形、直角三角形、直角梯形绕轴旋转一周形成的曲面所围成的图形. 这样的图形称为旋转体, 这根轴称为旋转轴. 旋转轴叫做所围成的旋转体的轴; 在轴上的这条边的长度叫做这个旋转体的高; 垂直于轴的边旋转而成的圆面叫做这个旋转体的底面; 不垂直于轴的边旋转而成的曲面叫做这个旋转体的侧面; 无论旋转到什么位置, 不垂直于轴的边都叫做旋转体侧面的母线.

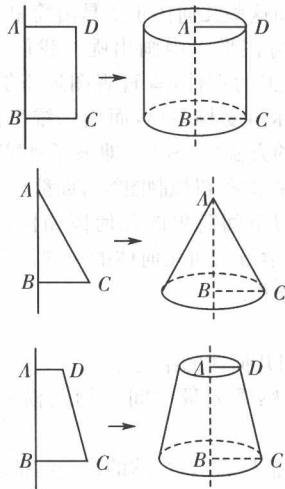


图 1.1-3

(2) 棱柱与圆柱统称为柱体; 棱锥与圆锥统称为锥体.

【案例 3】 给出下列说法:

- ① 圆柱的轴截面是过母线的截面中面积最大的一个;
② 圆柱不是旋转体;
③ 圆柱的任意两条母线所在的直线是互相平行的;
④ 在圆柱的上底面、下底面的圆周上各取一点, 则这两点的连线是圆柱的母线.

其中, 正确的说法有 ().

- A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个

【精析】 根据圆柱的定义及性质进行判断.

【解答】 圆柱的轴截面是矩形, 一边为圆柱的母线, 一边为圆柱的底面直径, 其面积最大, 所以①正确; 圆柱是矩形绕其一边旋转一周所成的几何体, 所以②错误; 圆柱的任两条母线平行且相等, 所以③正确; 在圆柱的上底面、下底面的圆周上各取一点, 这两点的连线可能不在侧面上, 所以④错误. 故选 B.

【关键提醒】 掌握圆柱各部分的名称, 如: 母线、底面、轴、轴截面等概念.

要点 4 棱台的结构特征

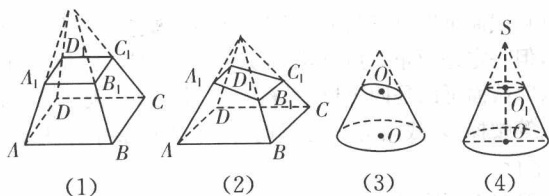
(1) 用一个平行于棱锥底面的平面截棱锥, 底面与截面之间的部分叫做棱台. 原棱锥的底面和截面分别叫做棱台的下底面和上底面.

棱台的分类: 由三棱锥、四棱锥、五棱锥……截得的棱台

分别叫做三棱台、四棱台、五棱台……

(2)棱台与圆台统称为台体.

【案例 4】 判断如图 1.1-4 所示的几何体是不是台体,为什么?



1.1-4

【精析】 充分利用空间几何体的结构特征.

【解答】 (1)(2)(3)都不是台体. 因为(1)中 AA_1, DD_1 交于一点, 而 BB_1, CC_1 交于另一点, 不能还原成锥体, 故不是台体; (2)中上、下两个底面不平行, 故不是台体; (3)中 $\odot O$ 与 $\odot O_1$ 不平行, 故不是台体; (4)是台体, 因为它用平行于圆锥 SO 底面的平面截圆锥 SO 而得.

【顿有所悟】 判断一个几何体是否为简单几何体, 或者是哪类几何体, 一定要紧扣简单几何体的结构特征, 不能想当然地作出判断.

要点 5 球的结构特征

(1)球也可以由一个平面图形旋转得到. 以半圆的直径所在的直线为旋转轴, 半圆面旋转一周形成的旋转体叫做球体, 简称球. 半圆的圆心叫做球心; 半圆的半径叫做球的半径; 半圆的直径叫做球的直径.

(2)球的表示: 球常用表示球心的字母 O 表示, 如: 球 O .

【案例 5】 一个正方体内接于一个球, 过球心作一截面, 如图 1.1-5, 则截面的可能图形是().

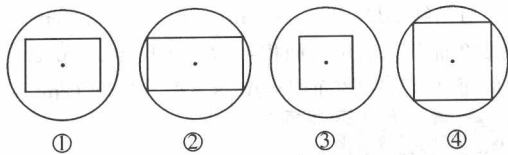


图 1.1-5

- A. ①③ B. ②④
C. ①②③ D. ②③④

【精析】 当截面平行于正方体的一个侧面时, 得③; 当截面过正方体的体对角线时, 得②; 当截面不平行于任何侧面也不过对角线时, 得①; 但无论如何都不能截出④.

【解答】 C.

要点 6 简单组合体的结构特征

简单组合体构成的基本形式:

- (1)由简单几何体拼接而成;
(2)由简单几何体截去或挖去一部分.

【关键提醒】 对于简单组合体的结构特征的描述, 只需说明它是由什么样的几何体构成的即可.

【归纳整理】 (1)球的截面性质: ①球心和截面圆心的连线垂直于截面; ②球心到截面的距离 d 与球的半径 R 及截面圆的半径 r 有如下关系: $r = \sqrt{R^2 - d^2}$.

(2)球与其他几何体组成的几何体通常在试题中以相切

或相接的形式出现, 解决此类问题常利用截面来表现这两个几何体之间的关系, 从而将空间问题转化成平面问题, 对于球的内接长方体, 正方体, 截面一要过球心, 二要过长方体或正方体的体对角线, 才有利于解题.

【案例 6】 如图 1.1-6(1)(2)所示, 绕虚线旋转一周后形成的立体图形是由哪些简单几何体组成的?

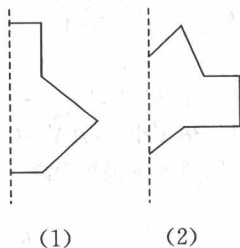


图 1.1-6

【精析】 解答本题的关键是过图形中的折点向旋转轴作垂线, 即可判断旋转以后所得的几何体的形状.

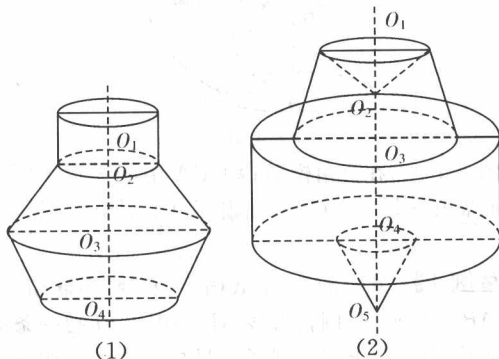


图 1.1-7

【解答】 如图 1.1-7(1)(2)所示, 其中(1)由一个圆柱 O_1O_2 和圆台 O_2O_3 、圆台 O_3O_4 组成; (2)由一个圆锥 O_4O_5 , 一个圆柱 O_3O_4 及一个圆台 O_1O_3 中挖出圆锥 O_1O_2 组成.

【关键提醒】 对于不规则的平面图形绕轴旋转的问题, 要对原平面的图形通过向轴作垂线, 作适当的分割, 再根据圆柱、圆锥、圆台的特征进行判断.

教材知识拓展

拓展点 1 圆柱、圆锥、圆台的侧面展开图

(1)圆柱

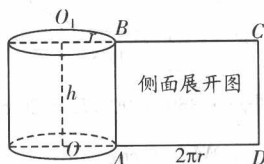
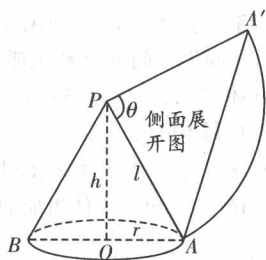


图 1.1-8

如图 1.1-8, 在矩形 OO_1BA 中, $OO_1=AB=h=l$, $AO=r$, 圆柱的侧面展开图是一个矩形, 在矩形 $ABCD$ 中, $AD=BC=2\pi r$, $BD=\sqrt{l^2+4\pi^2 r^2}$, BD 是 B 绕圆柱侧面一周到 A 的最短距离.

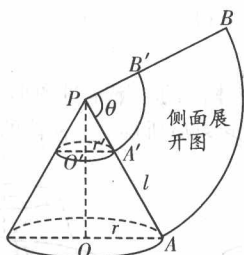
(2)圆锥



1.1-9

如图 1.1-9, 在 $\text{Rt}\triangle OPA$ 中, $l^2 = h^2 + r^2$, 圆锥的侧面展开图是一个扇形, 在扇形 PAA' 中 $c = \widehat{AA'} = 2\pi r$, AA' 为从 A 出发绕圆锥的侧面一周再回到 A 的最短距离.

(3) 圆台



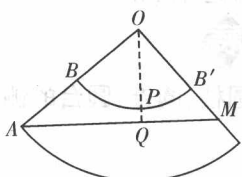
1.1-10

如图 1.1-10, 在直角梯形 $OO'A'A$ 中, $l^2 = h^2 + (r - r')^2$, 圆台侧面展开图是一个扇环, 在扇环 $AA'B'B'$ 中, $c' = \widehat{A'B'} = 2\pi r'$, $c = \widehat{AB} = 2\pi r$.

【案例 1】 圆台的上、下底面半径分别为 5 cm, 10 cm, 母线长 $AB = 20$ cm, 从圆台母线 AB 的中点 M 拉一条绳子绕圆台侧面转到点 A , 求: (1) 绳子的最短长度; (2) 在绳子最短时, 上底圆周上的点到绳子的最短距离.

【精析】 利用侧面展开图, 求点 A 到 M 的线段长; 只要求得圆台所在圆锥的顶点 O 到 AM 的最小值 OQ , $OQ - OB$ 即为所求.

【解答】 (1) 如图 1.1-11, 将侧面展开, 绳子的最短距离为侧面展开图中 AM 的距离, $\theta = \frac{10-5}{20} \cdot 360^\circ = 90^\circ$.



1.1-11

设 $OB' = L'$, 则 $\frac{5}{L'} \cdot 360^\circ = 90^\circ$, $L' = 20$ cm.

$\therefore OA = 40$ cm, $OM = 30$ cm.

$\therefore AM = \sqrt{OA^2 + OM^2} = 50$ cm.

即绳子最短长度为 50 cm.

(2) 作 $OQ \perp AM$ 于点 Q , 作弧 BB' 于点 P , 则 PQ 为所求的最短距离.

$\therefore OA \cdot OM = AM \cdot OQ$,

$\therefore OQ = 24$ cm.

故 $PQ = 24 - 20 = 4$ cm, 即上底圆周上的点到绳子的最短距离为 4 cm.

顿有所悟 运用展开图将空间问题转化为平面问题是常用的方法.

拓展点 2 正方体的截面形状的探究

通过尝试、归纳, 有如下结论:

(1) 截面可以是三角形: 等边三角形、等腰三角形、一般三角形, 但一定是锐角三角形, 不能是直角三角形、钝角三角形;

(2) 截面可以是四边形: 平行四边形、矩形、菱形、正方形、梯形、等腰梯形, 截面为四边形时, 这个四边形中至少有一组对边平行;

(3) 截面不能是直角梯形;

(4) 截面可以是五边形: 截面五边形必有两组分别平行的边, 同时有两个角相等, 截面五边形不可能是正五边形;

(5) 截面可以是六边形: 截面六边形对边分别平行, 对角分别相等; 特别地可以是正六边形.

【案例 2】 直平行六面体的侧棱长是 100 cm, 底面相邻边长分别为 23 cm 和 11 cm, 底面的两条对角线的比是 $2:3$. 求它的两个对角面的面积.

【精析】 本题关键是求出底面两条对角线的长, 可以引进辅助未知数 x , 设两条对角线的长为 $2x$ 和 $3x$, 求出 x 即可得到对角面积.

【解答】 如图 1.1-12 是直平行六面体 AC_1 , 它的两个对角面都是矩形, 侧棱 AA_1 是矩形的高. 又 $AB = 23$ cm, $AD = 11$ cm, $AA_1 = 100$ cm, $BD:AC = 2:3$, 设 $BD = 2x$, $AC = 3x$.

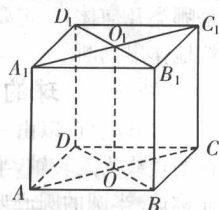


图 1.1-12

由平行四边形对角线的性质, 得 $BD^2 + AC^2 = 2(AB^2 + AD^2)$.

$\therefore (2x)^2 + (3x)^2 = 2(23^2 + 11^2)$.

化简, 得 $13x^2 = 1300$, 解得 $x = 10$.

$\therefore$ 对角线 $BD = 2x = 20$ (cm), $AC = 3x = 30$ (cm).

故对角面 BDD_1B_1 的面积 $= BD \times BB_1 = 2000$ (cm²),

对角面 ACC_1A_1 的面积 $= AC \times AA_1 = 3000$ (cm²).

课标题型探究

类型一 综合应用题

【例 1】 (要点 1) 如图 1.1-13, 在长方体纸盒 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = a$, $BC = b$, $CC_1 = c$, 并且 $a > b > c > 0$, 在纸盒外表面点 A 处有一只蜘蛛, 在纸盒外表面点 C_1 处有一只苍蝇, 问蜘蛛沿怎样的路线行走才能以最短的路程逮着苍蝇, 最短距离是多少?

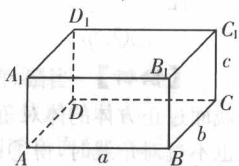
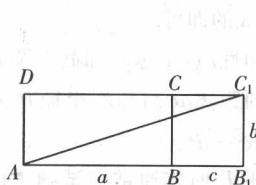


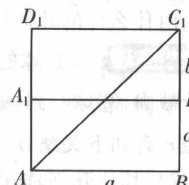
图 1.1-13

【精析】 本题是一个新颖的实际问题, 在空间中难以计算点 A 、 C_1 间的最短距离, 需将长方体的侧面展成平面图形, 在平面内解决该问题, 同时注意不同的展开方式.

【解答】 将长方体相邻的两个面展开有三种情形:



(1)



(2)

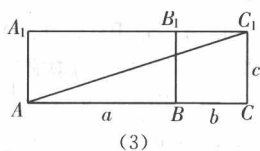


图 1.1-14

图(1)(2)(3)中 AC_1 的长分别为:

$$(1) \sqrt{(a+c)^2 + b^2} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 2ac};$$

$$(2) \sqrt{a^2 + (b+c)^2} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 2bc};$$

$$(3) \sqrt{(a+b)^2 + c^2} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 2ab}.$$

$$\because a > b > c > 0,$$

$$\therefore ab > ac > bc > 0.$$

故蜘蛛越过棱 A_1B_1 直走时路程最短, 最短路程为

$$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 2bc}.$$

【归纳·演绎】 在立体几何中, 将空间问题转化为平面问题是一种重要和常用的方法. 几何体表面上两点间的最短距离及相关的证明与计算问题, 原则上都要化归到平面中加以处理. 这是因为在平面里, 我们已经知道“平面上两点之间线段最短”, 所以只要把立体的侧面展开, 然后再求这两点间的连线段的长度就可以了.

类型二 探究创新题

【例2】 (要点3) 下列说法中, 正确的是().

- A. 有两个面平行, 其余各面都是四边形的几何体叫棱柱
- B. 有两个面平行, 其余各面都是平行四边形的几何体叫棱柱
- C. 有一个面是多边形, 其余各面都是三角形的几何体叫棱锥
- D. 棱台各侧棱的延长线交于一点

【解析】 如图 1.1-15(1), 平面 $ABC \parallel$ 平面 $A_1B_1C_1$, 但图中的几何体每相邻两个四边形的公共边并不都互相平行, 故不是棱柱. 故 A、B 都不正确; 棱锥有一个面是多边形, 其余各面都是有一个公共顶点的三角形, 即必须有一个公共顶点. 如图 1.1-15(2), 每个面都是三角形, 但形成的几何体不是棱锥. 故 C 不正确; 棱台是用一个平行于底面的平面去截棱锥得到的, 其各侧棱的延长线一定交于一点, 故 D 正确.

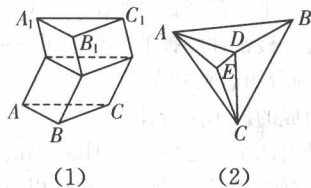


图 1.1-15

【解答】 D.

【分析·对比】 要熟练掌握各类几何体的概念, 把握好各类几何体的性质, 有意识地培养一定的空间想象能力.

常见误区分析

【例1】 如图 1.1-16 所示, 三棱柱 $ABC-A'B'C'$ 的所有棱长均为 a , $\angle A'AB = \angle A'AC = 60^\circ$, 求其全面积.

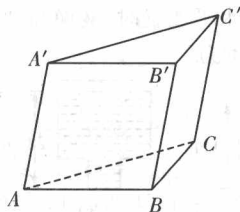


图 1.1-16

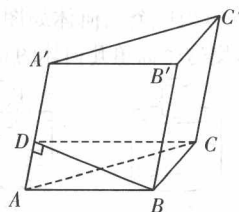


图 1.1-17

【错因分析】 误区 1: 把斜棱柱误认为是直棱柱, 错误套用公式. 误区 2: 利用直截面求侧面积思路不清, 这实际上是一种“割补”的思想, 也是“转化”的思想.

【正确解答】 如图 1.1-17 所示, 过点 B 作 $BD \perp AA'$ 于点 D , 连接 CD , 则 $\triangle BAD \cong \triangle CAD$.

$$\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ.$$

$$\therefore AD \perp CD.$$

$$\therefore \triangle BCD \text{ 为直截面.}$$

$$\therefore \angle BAD = 60^\circ, AB = a,$$

$$\therefore BD = \frac{\sqrt{3}}{2}a.$$

$$\therefore \triangle BDC \text{ 的周长为 } (\sqrt{3} + 1)a.$$

$$\text{则 } S_{\text{侧}} = (\sqrt{3} + 1)a^2, S_{\text{底}} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2.$$

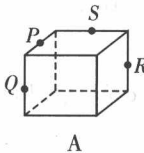
$$\therefore S_{\text{全}} = S_{\text{侧}} + 2S_{\text{底}} = \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} + 1\right)a^2.$$

【要点提示】 要注意“等积变换”“分割求和”“拼补求差”等解题思路.

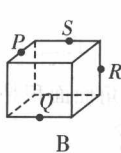
知能提升训练

夯基固本

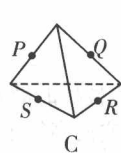
- (要点1) 下列说法中, 正确的是().
 - A. 棱柱的面中, 至少有两个面互相平行
 - B. 棱柱的两个互相平行的平面一定是棱柱的底面
 - C. 棱柱中各条棱的长相等
 - D. 棱柱的侧面是平行四边形, 但它的底面一定不是平行四边形
- (要点1、2) 下列各图是正方体或正四面体, 点 P 、 Q 、 R 、 S 分别是所在棱的中点, 这四个点中不共面的是().



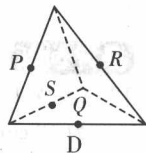
A



B



C



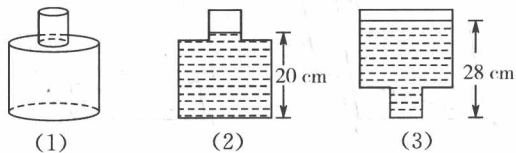
D

- (要点1) 现有一个长方体水箱, 从水箱里面量得它的深是 30 cm, 底面的长是 25 cm, 宽是 20 cm. 设 $0 < a \leq 8$, 水箱里盛有深为 a cm 的水, 若往水箱里放入棱长为 10 cm 的立方体铁块, 则水深为().

- A. 2 cm
- B. 10 cm
- C. $(a+2)$ cm
- D. $\frac{5}{4}a$ cm

- (要点6) 如图(1)所示, 一只装了水的密封瓶子, 其内部可以看成是由半径为 1 cm 和半径为 3 cm 的两个圆柱组成的简单几何体. 当这个几何体如图(2)水平放置时, 液面高度为

20 cm, 当这个几何体如图(3)水平放置时, 液面高度为 28 cm, 则这个简单几何体的总高度为().



(第4题)

- A. 29 cm B. 30 cm
C. 32 cm D. 48 cm

综合应用

- (要点5)球面上有三点 A, B, C , 已知 $AB=18, BC=24, AC=30$. 且球心到平面 ABC 的距离为半径的 $\frac{1}{2}$, 那么这个球的半径为_____.
- (要点6)以正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的 8 个顶点中的 4 个为顶点, 且 4 个面均为直角三角形的四面体是_____. (只要写出一个四面体即可)
- (拓展点2)用一个平面去截一个几何体, 若截面是三角形, 则这个几何体可能是_____.
- (要点1)若长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的一条对角线 $AC_1=8\sqrt{2}$, $\angle C_1AA_1=45^\circ$, $\angle C_1AB=60^\circ$, 则 $AD=$ _____.
- (拓展点2)边长为 5 的正方形 $ABCD$ 是圆柱的轴截面, 则从点 A 沿圆柱的侧面到相对顶点 C 的最短距离是_____.
- (要点1)正三棱柱的底面边长为 a , 过下底面的一条边的一个截面与底面成 60° 的角, 且与对棱相交于一点, 则截面三角形的面积为_____.
- (要点1)长方体的对角线长是 8, 若长、宽、高分别是 a, b, c , 且 $a+b+c=14$, 求它的表面积.

探究创新

- (要点1)正六棱柱的最大对角面面积是 24 cm^2 , 底面周长为 12 cm, 求它的高等于多少?

[参考答案与点拨]

- A 2. D 3. D 4. A 5. $10\sqrt{3}$ 6. A_1-ABC
- 棱柱、棱锥、棱台 8. $4\sqrt{2}$ 9. $\sqrt{\frac{\pi^2}{4}+1}$ 10. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$
- 表面积为 132 12. 6 cm

教材习题详解

P₄ 思考

它们可以用一个平行于四棱锥或者三棱锥的底面的平面去截棱锥而剩下的底面与截面之间的部分.

P₄ 探究

用一个平行于棱锥底面的平面去截棱锥, 底面与截面之间的多面体叫做棱台. 原棱锥底面与截面叫做棱台的下底面和上底面, 其余各面叫做侧面; 各侧面与侧面的交线叫做侧棱, 所有棱与棱的交点叫做顶点.

P₅ 探究

圆锥可以看作是以一直角三角形的一条直角边所在的直线为旋转轴, 其余两边旋转形成的面所围成的旋转体. 其中, 固定的那条直角边所在的直线为轴, 另一直角边旋转得到的面叫做底面, 斜边旋转得到的面为侧面, 顶点与底面圆周上的任意一点的连线段叫做母线.

P₆ 探究

圆台可以由直角梯形绕垂直上下底边的腰旋转一周得到或者绕等腰梯形的上下底边的中点的连线旋转一周得到.

P₆ 探究

棱柱和棱锥都是棱台的特殊情况. 棱台的上、下底面是相似的, 当棱台的上底面变成与下底面全等时就是棱柱; 而上底面变成一个点时就是棱锥.

P₇ 练习

- (1)圆锥. (2)长方体. (3)圆锥与圆柱组合而成的组合体. (4)由一个六棱柱挖去一个圆柱体得到的组合体.
- (1)五棱柱. (2)圆锥. 3. 略

P₈ 习题 1.1

A 组

- (1)C (2)C (3)D (4)C
- (1)不是台体, 因为此几何体的侧棱不相交于一点, 不是由平行于“底面”的平面截棱锥截得的. (2)(3)也不是台体, 因为不是由平行于棱锥和圆锥的底面的平面截得的几何体.
- (1)由圆锥和圆台组合而成的简单组合体. (2)由四棱锥和四棱柱组合而成的简单组合体.
- 这个几何体是由两个同心的球面围成的几何体.
- 制作过程略. 制作过程说明平面图形可以折叠成立体图形, 立体图形可以展开为平面图形.

B 组

- 剩下的几何体是棱柱, 截去的几何体也是棱柱, 它们分别是五棱柱和三棱柱.
- 左侧几何体的主要结构特征: 圆柱和棱柱组成的简单组合体; 中间几何体的主要结构特征: 下部是一个圆柱截去一个圆柱组成的简单组合体, 上部也是一个圆柱截去一个圆柱组成的简单组合体. 右侧几何体的主要结构特征: 下部是一个圆柱, 上部是