

► 21世纪通信网络技术丛书



ELSEVIER  
爱思唯尔

App  
li  
cation

网络通信与工程应用系列

# 分布式信源编码

## ——原理、算法及应用

Distributed Source Coding:  
Theory, Algorithms, and Applications

[英] Pier Luigi Dragotti [美] Michael Gastpar 著

刘荣科 译



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

<http://www.phei.com.cn>

21 世纪通信网络技术丛书  
——网络通信与工程应用系列

# 分布式信源编码 ——原理、算法及应用

Distributed Source Coding  
——Theory, Algorithms, and Applications

[英] Pier Luigi Dragotti [美] Michael Gastpar 著  
刘荣科 译

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

## 内 容 简 介

本书深入系统地阐述了分布式信源编码的基本原理,广泛精辟地介绍了各种应用,全面地反映了国际上在分布式信源编码领域的最新进展与研究成果。全书分为两大部分:第一部分阐述分布式信源编码原理,介绍不同类型信源在分布式环境下的性能界限,从变换、量化、零误差编码角度讨论分布式编码与传统编码的不同之处,并专门针对稀疏信号的分布式压缩进行研究探讨;第二部分介绍分布式信源编码的算法与应用,给出了实际的分布式编码框架,并针对麦克风阵列、分布式视频压缩、多视点视频压缩、超光谱图像压缩以及生物安全等应用领域提供了基于分布式编码原理的解决方案。

本书逻辑严谨、细致全面、图文并茂、生动详细,既可以作为研究生的理论教材,也可作为工程师的参考手册。

Distributed Source Coding : Theory, Algorithms, and Applications

Pier Luigi Dragotti, Michael Gastpar

Original ISBN-13: 978-0-12-374458-2

Copyright © 2009 by Elsevier. All rights reserved

Authorized Simplified Chinese translation edition published by the Proprietor.

ISBN-13: 9789812729248

Copyright © 2011 by Elsevier (Singapore) Pte Ltd. All rights reserved.

Printed in China by Publishing House of Electronics Industry under special arrangement with Elsevier (Singapore) Pte Ltd.

This edition is authorized for sale in China only, excluding Hong Kong SAR and Taiwan. Unauthorized export of this edition is a violation of Copyright Act. Violation of this Law is subject to Civil and Criminal Penalties.

本书简体中文版专有出版权由 Elsevier (Singapore) Pte Ltd. 授予电子工业出版社在中国大陆出版与发行。未经许可之出口,视为违反著作权法,将受法律之制裁。

本书封底贴有 Elsevier 公司防伪标签,无标签者不得销售。

版权贸易合同登记号 图字:01-2011-3916

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究。

### 图书在版编目(CIP)数据

分布式信源编码:原理、算法及应用/(英)德拉古蒂(Dragotti, P.L.), (美)盖斯特帕(Gastpar, M.)著;刘荣科译.—北京:电子工业出版社,2011.9

(21世纪通信网络技术丛书.网络通信与工程应用系列)

书名原文:Distributed Source Coding: Theory, Algorithms, and Applications

ISBN 978-7-121-14524-7

I. ①分… II. ①德… ②盖… ③刘… III. ①信源编码—通信理论 IV. ①TN911.21

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第180685号

责任编辑:曲昕

印刷:北京天宇星印刷厂

装订:三河市鹏成印业有限公司

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编 100036

开本:787×1092 1/16 印张:14.75 字数:377千字

印次:2011年9月第1次印刷

印数:4000册 定价:49.00元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系,联系及邮购电话:(010)88254888。

质量投诉请发邮件至 zlt@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线:(010)88258888。

# 出版说明

为了促进和推动我国通信产业的发展，迎合国家在 21 世纪的中长期信息通信技术的发展规划，电子工业出版社通信出版分社特策划了一套《21 世纪通信网络技术丛书》。这套丛书根据不同的技术应用层面，又细分为 4 个系列：《移动通信前沿技术系列》、《3GPP LTE 无线通信新技术系列》、《物联网技术与应用开发系列》和《网络通信与工程应用系列》。

《移动通信前沿技术系列》是以移动通信技术（3G 技术）的应用现状与发展情况为导向，结合新一代移动宽带系统（4G 技术）的逐步建立，全面介绍当今移动通信领域涉及的前沿关键技术与热点技术，以理论创新和技术突破为主。

《3GPP LTE 无线通信新技术系列》是以 TD-LTE、WCDMA-LTE、cdma2000-LTE、WiMAX-LTE 的新技术与新标准为主攻方向，以 3GPP 中 LTE 标准的关键技术在无线、宽带、高速、资源中的有效管理和实现为主。LTE 作为无线通信技术的一个重要的长期演进计划，代表了国内外无线通信领域的最新发展需求和解决方案。以新一代移动宽带通信技术为主。

《物联网技术与应用开发系列》是下一代 ICT（信息通信技术）产业的新增长点之一。将物联网技术与应用开发单独列为一个系列主要是从无处不在的应用宽泛性和无所不能的移动互联网对人们生活和工作的深刻影响而构建的。物联网是互联网的自然延伸，以 IP 技术为核心，是一种架构在基于 IPv4/IPv6 的各种网络上的综合应用和通信能力。根据它的四个层面——感知、传输、处理和应用，通过技术与应用开发的紧密结合去推动物联网工程应用的进一步发展。以物联网技术开发应用为主。

《网络通信与工程应用系列》是以构建网络的体系结构、标准、协议为目标所开展的现代无线、移动、宽带通信网络的规划与优化，以及结合工程应用的成功案例所提出来的。以移动通信网络工程应用为主。

为了提升本套丛书的影响力，依托各高等院校在通信领域从事科研、教学、工程、管理的具有丰富的理论与实践经验的专家、教授；各科研院所的研究员；国内有一定规模和研发实力的科技公司的一线研发人员，以及国外知名研究实验室的专家、学者等组成编写和翻译队伍，力求实现内容的先进性、实用性和系统性；力求内容组织循序渐进、深入浅出；理论阐述概念清晰、层次分明、经典实例源于实践；力求很强的可读性和可操作性。

本套丛书的主要读者对象是广大从事通信网络技术工作的各科研院所和公司的广大工程技术人员；各高等院校的专业教师和研究生；刚走上工作岗位的大学毕业生；以及与此相关的其他学科的技术人员，供他们阅读和参考。

本套丛书从 2008 年上半年开始陆续推出，希望广大读者能关注它，多对本套丛书提出宝贵意见与建议，欢迎通过电子邮箱 [wchn@phei.com.cn](mailto:wchn@phei.com.cn) 进行探讨、交流和指正，以便今后为广大读者奉献更多、更好的优秀通信技术类图书。

电子工业出版社  
通信出版分社

## 译者序

随着现代通信技术的飞速发展，通信的内容和形式发生了天翻地覆的变化，新应用也层出不穷。分布式信源编码（DSC）应运而生，它提供一种新型的编解码框架，成为国际上令人瞩目的研究热点。本书正是综合当前分布式信源编码最新理论及应用研究成果而成的一部学术著作。

✍ 本书具有以下三个特点：

- 理论深刻，分析透彻。本书前半部分从信息论角度深入阐述了分布式信源编码的基本原理，逻辑严密，由简入繁，层层深入，全面论述了各种情况下分布式信源编码的性能界限，综合了广大研究者关于分布式信源编码理论的重要成果，对分布式信源编码理论研究者和学习者无疑是一本全面且高端的参考资料。
- 资深学者，权威力作。本书的每个章节均由 DSC 领域的资深学者撰写，书中所阐述的内容均是他们关于 DSC 问题的思想结晶，在国际权威杂志上发表，反映了当前最前沿的研究成果，因此能够为广大读者提供权威参考。
- 内容全面，结构合理。本书从理论分析到实际算法设计，全面囊括了 DSC 领域的关键研究成果，从基础理论入手，逐层过渡到实际应用，涵盖的内容丰富全面且精辟入里，必将成为 DSC 领域的经典读本。

译者所在课题组从 2006 年开始研究分布式信源编码及其分布式视频编码，2007 年成功获批国家自然科学基金，开展研究基于 DSC 原理的超光谱图像压缩技术。作为 DSC 领域的权威参考资料，原著为译者的研究工作提供了便利。课题组遂考虑组织将此书翻译成中文，与广大中国科研人员分享。

本书翻译和校对由刘荣科负责，课题组潘旭洲、吕小倩、王岩、侯毅、袁鑫等参与第一部分基础理论的翻译，岳志、王健蓉、段瑞枫、关博深、时琳、温伟、刘庸民、李满庆、吕毅等参与第二部分算法与应用的翻译。本书的出版得到课题组及电子工业出版社通信出版分社的王春宁博士和曲昕编辑的大力支持和帮助，在此表示感谢。由于时间有限，加之译者水平有限，特别是一些新的专业术语尚无统一标准译法，翻译中的错误和不妥之处在所难免，敬请广大读者及同行专家批评指正。

译者

2011 年 6 月于北京

# 前 言

在传统的信源编码问题中，通常只有一个编码器，利用信源内部的冗余达到压缩的目的。但是，在无线传感器网络或者摄像机网络等应用场合中，通常包含多个在空间上相互独立的编码器，此时无法将所有数据传送到一个中心点再进行压缩，而需要分别独立进行压缩，由此产生的信源编码问题称为分布式信源编码（DSC, Distributed Source Coding）。该理论首先在 20 世纪 70 年代提出，但是直到近十年，随着基础理论进一步发展，分布式信源编码才取得了实质性进展，原因是学者发现了分布式信源编码与噪声信道纠错码之间具有密切的联系。20 世纪 90 年代，信道纠错码取得了突飞猛进的发展，涌现了 Turbo 码和 LDPC (Low-Density Parity Check) 码等高效信道码。通过这些高效的信道纠错码，我们可以实现性能良好的分布式信源编码。

同时，分布式信源编码的思想对视频压缩也产生了相当大的影响。通常情况下，视频压缩是一个集中式的压缩问题。而利用分布式信源编码原理，我们可以把视频每一帧单独进行压缩。这种算法不仅具有优良的压缩效果，而且有许多优势，例如，将编码器的复杂度转移到了解码器。

本书总结了近十年来的研究成果。全书可以分为两部分，第一部分讲述理论基础，第二部分介绍算法与应用。

第 1 章由 Eswaran 和 Gastpar 撰写，从经典结论开始，总结了分布式信源编码理论的发展。该章重点强调了直接信源编码和非直接（或加噪）信源编码的区别：在分布式场景下，二者具有本质性区别。尤其在考虑编码器数量的标度律时，区别尤为明显，非直接编码的标度律截然不同。通常情况下，压缩与变换是紧密联系的，我们自然会想到将传统的集中式变换编码扩展到分布式编码中去。在第 2 章中，Chaisinthop 和 Dragotti 实现了该想法，概述了已有的分布式变换编码。在第 3 章中，Rebollo-Monedero 和 Girod 阐述了分布式信源编码的量化问题。分布式情况下需要一组新的工具对量化器进行优化，本章给出了迄今为止的部分研究结果。有效的分布式信源编码通常具有一个误差概率，随着码长增加，该误差概率趋近于零。在第 4 章中，Tuncel、Nayak、Kouligi 和 Rose 考虑误差概率必须为零的情况，此时对速率有更严格的要求。在第 5 章中，Goyal、Fletcher 和 Rangan 将分布式信源编码的思想与稀疏信号模型联系起来。随着压缩感知的发展，稀疏信号模型在近年来得到了广泛的关注。

本书的第二部分侧重于算法和实际应用。近几十年来，这方面的发展相比理论基础更为显著。第 6 章由 Guillemot 和 Roumy 撰写，概述了基于 Turbo 码和 LDPC 码的 DSC 技术，并给出了丰富的实例。第 7 章由 Roy、Ajdler、Konsbruck 和 Vetterli 撰写，将 DSC 技术用于麦克风阵列中，并且用明确的空间模型来描述采样环境以及信源相关性。第 8 章由 Peteira, Brites 和 Ascenso 撰写，概述了 DSC 思想在视频编码中的应用：将一个视频流逐帧编码，对当前帧进行编码时，将前一帧和后一帧当做边信息。本章首先介绍 Berkeley 和 Stanford 最早提出的分布式视频编码方案，然后详细描述了经过改进的视频编码方案（也称为 DISCOVER 方案）。在第 9 章中，Nayak、Song、Tuncel 和 Roy-Chowdhury 考虑了多视角视频编码的问题，提出了将 DSC 技术用于多视角视频压缩中的方案。第 10 章由 Cheung 和 Ortega 撰写，研究

了将 DSC 技术应用于超光谱图像压缩的问题。最后，在第 11 章中，Vetro、Draper、Rane 和 Yedidia 将 DSC 用于生物安全中，具有一定的创新性。当用人的指纹、虹膜或者遗传基因做密码时，由于人的指纹、虹膜或者基因是固定的，所以出于安全性考虑，不能直接保存原始的生物信息，使用 DSC 思想可以获得该问题的一种解决方案。

本书的主要目标在于，为那些对分布式信源编码感兴趣的工程师、研究者和学生提供有益的参考。到目前为止，该理论的很多研究成果在不同的期刊和会议上已经发表，希望该书能够为这个不断发展的研究领域提供综合的研究视角。

本书的完成离不开各位作者的热情和努力。我们非常荣幸能够与该领域最优秀的研究者合作。他们满怀热情地投入到该工作中，给我们提供了各部分精彩的章节。从他们身上，我们受益匪浅。同时，我们还要感谢这些章节的评论专家。他们拿出宝贵时间给出了具有建设性的意见。最后，感谢出版社的全体人员——尤其是高级组稿编辑 Tim Pitts 以及 Melanie Benson，感谢他们的持续帮助。

Pier Luigi Dragotti, London, UK  
Michael Gastpar, Berkeley, California, USA

# 目 录

## 第一部分 原理

<b>第 1 章 分布式信源编码基础</b> .....	(2)
1.1 引言.....	(2)
1.2 集中式信源编码.....	(2)
1.2.1 无损信源编码.....	(2)
1.2.2 有损信源编码.....	(3)
1.2.3 记忆信源的有损信源编码.....	(4)
1.2.4 实际中的问题.....	(5)
1.3 分布式信源编码.....	(6)
1.3.1 无损信源编码.....	(6)
1.3.2 有损信源编码.....	(7)
1.3.3 编码器与解码器互通信息.....	(9)
1.4 远程信源编码.....	(10)
1.4.1 集中式情况.....	(10)
1.4.2 分布式: CEO 问题.....	(12)
1.5 联合信源-信道编码.....	(14)
致谢.....	(16)
附录 A: 定义及注记.....	(16)
A.1 注记.....	(16)
A.1.1 集中式信源编码.....	(17)
A.1.2 分布式信源编码.....	(18)
A.1.3 远程信源编码.....	(18)
参考文献.....	(19)
<b>第 2 章 分布式变换编码</b> .....	(23)
2.1 引言.....	(23)
2.2 集中式变换编码基础.....	(23)
2.2.1 变换编码概论.....	(23)
2.2.2 无损压缩.....	(24)
2.2.3 量化器.....	(25)
2.2.4 比特分配.....	(26)



2.2.5	变换	(26)
2.2.6	线性估计	(28)
2.3	分布式 KLT 变换	(28)
2.3.1	问题描述和注记	(29)
2.3.2	二端信源	(30)
2.3.3	多端情况和分布式 KLT 算法	(33)
2.4	其他变换方法	(34)
2.4.1	含边信息的分布式变换编码	(34)
2.4.2	解码端含边信息的信源编码的高速率分析	(34)
2.5	基于 FRI 信号的分布式压缩的新方法	(35)
2.5.1	二维 FRI 信号的抽样条件	(35)
2.5.2	实例: TBLP 编码	(36)
2.6	小结	(39)
	参考文献	(40)
<b>第 3 章</b>	<b>分布式信源编码的量化</b>	<b>(42)</b>
3.1	引言	(42)
3.2	问题的形成	(44)
3.2.1	注记	(44)
3.2.2	网络分布式信源编码	(44)
3.2.3	成本、失真和速率度量	(44)
3.2.4	最优量化和重建函数	(45)
3.2.5	示例: 边信息的量化	(46)
3.3	最佳量化器的设计	(46)
3.3.1	最优化条件	(46)
3.3.2	分布式情况下的 Lloyd 算法	(47)
3.4	实验结果	(48)
3.5	高速率分布式量化	(50)
3.5.1	原始信源的高速率 WZ 量化	(50)
3.5.2	加噪信源的高速率 WZ 量化	(52)
3.5.3	高速率网络分布式量化	(54)
3.6	最新实验结果	(57)
3.7	小结	(58)
	参考文献	(59)
<b>第 4 章</b>	<b>零误差分布式信源编码</b>	<b>(62)</b>
4.1	引言	(62)
4.2	图论相关知识	(64)

4.2.1	VLZE 编码与图论	(64)
4.2.2	基本定义和注记	(65)
4.2.3	图熵	(66)
4.2.4	图容量	(68)
4.3	补图熵和 VLZE 编码	(68)
4.4	网络扩展	(70)
4.4.1	扩展 1: 无边信息的 VLZE 编码	(70)
4.4.2	扩展 2: 含边信息的 VLZE 编码	(71)
4.5	VLZE 编码设计	(73)
4.5.1	最佳编码设计的难度	(73)
4.5.2	限制码长的编码难度	(75)
4.5.3	指数时间复杂度的最优 VLZE 编码设计算法	(76)
4.6	小结	(77)
	参考文献	(78)
<b>第 5 章</b>	<b>稀疏信号的分布式编码</b>	<b>(79)</b>
5.1	引言	(79)
5.1.1	稀疏信号	(79)
5.1.2	压缩采样的信号恢复	(80)
5.2	分布式信源编码的压缩采样	(81)
5.2.1	模型假设	(82)
5.2.2	分析	(83)
5.2.3	仿真结果	(86)
5.3	基于信息论的解决方案	(87)
5.4	结论: 压缩采样的发展	(88)
5.5	量化器性能和量化误差	(89)
	致谢	(89)
	参考文献	(90)

## 第二部分 算法及应用

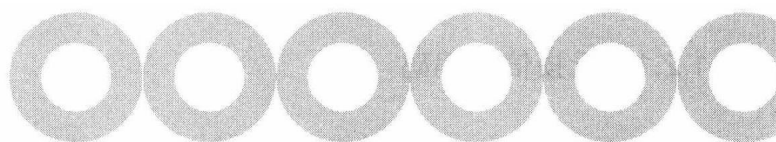
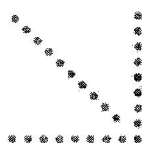
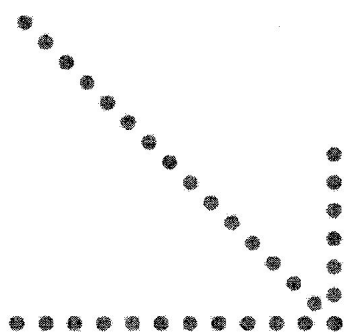
<b>第 6 章</b>	<b>Slepian-Wolf 编码器设计</b>	<b>(94)</b>
6.1	引言	(94)
6.2	非对称 SW 编码	(94)
6.2.1	非对称 SW 编码原理	(95)
6.2.2	基于信道码的 SW 编码器设计	(97)
6.2.3	速率自适应	(99)
6.3	对称式 SW 编码	(101)

6.3.1	时分复用法	(102)
6.3.2	校验位法	(102)
6.3.3	伴随式法	(103)
6.3.4	信源分解	(105)
6.3.5	速率自适应	(106)
6.4	高级论题	(107)
6.4.1	基于信源编码的实际编码设计	(107)
6.4.2	非二进制信源的情况	(108)
6.4.3	$M$ 个信源的情况	(109)
6.5	小结	(109)
	参考文献	(109)
<b>第 7 章</b>	<b>麦克风阵列的分布式压缩</b>	<b>(112)</b>
7.1	引言	(112)
7.2	声场空时特性的演进	(112)
7.2.1	录音场景	(113)
7.2.2	频谱特性	(115)
7.2.3	空时采样和重建	(116)
7.3	惠更斯模型	(119)
7.3.1	模型设置	(119)
7.3.2	编码方案	(120)
7.3.3	率失真函数	(121)
7.4	双耳助听器结构	(125)
7.4.1	结构	(125)
7.4.2	编码方法	(126)
7.4.3	率失真函数	(127)
7.5	小结	(130)
	致谢	(130)
	参考文献	(131)
<b>第 8 章</b>	<b>分布式视频编码：基本理论、编解码原理及性能</b>	<b>(133)</b>
8.1	引言	(133)
8.2	分布式视频编码的基础	(134)
8.3	早期 WZ 视频编码构架	(136)
8.3.1	斯坦福 WZ 视频编/解码器	(136)
8.3.2	伯克利 WZ 视频编码	(138)
8.3.3	早期 WZ 视频编解码的对比	(139)
8.4	WZ 帧视频编解码未来的发展	(140)

8.4.1	提升 RD 性能	(140)
8.4.2	移除反馈信道	(142)
8.4.3	提高抗差错性能	(143)
8.4.4	提供可扩展性	(143)
8.5	DISCOVER Wyner-Ziv 视频编解码	(144)
8.5.1	变换和量化	(146)
8.5.2	Slepian-Wolf 编码	(147)
8.5.3	边信息生成	(148)
8.5.4	相关噪声建模	(149)
8.5.5	重建	(149)
8.6	DISCOVER 编解码性能	(150)
8.6.1	性能评估环境	(150)
8.6.2	RD 性能评估	(152)
8.6.3	复杂度	(162)
8.7	小结	(167)
	致谢	(168)
	参考文献	(168)
<b>第 9 章</b>	<b>基于分布式信源编码原理的多视点视频编码</b>	<b>(171)</b>
9.1	引言	(171)
9.2	跟踪模型	(171)
9.2.1	刚性物体的图像外观模型	(172)
9.2.2	3D 运动和光照的反向合成估计	(173)
9.3	分布式压缩方案	(175)
9.3.1	特征提取与编码	(176)
9.3.2	帧的类型	(177)
9.3.3	边信息的类型	(177)
9.4	实验结果	(178)
9.5	结论	(183)
	参考文献	(183)
<b>第 10 章</b>	<b>超光谱图像分布式压缩</b>	<b>(185)</b>
10.1	引言	(185)
10.1.1	超光谱图像压缩: 发展现状	(186)
10.1.2	概述	(187)
10.2	超光谱图像压缩	(187)
10.2.1	数据特性	(187)
10.2.2	带内冗余和带间相关性	(188)

10.2.3	已有的超光谱压缩技术的限制	(189)
10.3	基于 DSC 的超光谱图像压缩	(189)
10.3.1	基于 DSC 的超光谱压缩的潜在优势	(190)
10.3.2	DSC 用于超光谱图像压缩面临的挑战	(191)
10.4	实例设计	(191)
10.4.1	针对超光谱图像无损压缩的 DSC 技术	(192)
10.4.2	基于小波变换的超光谱图像有损及无损 SW 编码	(193)
10.4.3	使用集合理论的多光谱图像分布式压缩	(197)
10.5	小结	(197)
	参考文献	(197)
<b>第 11 章</b>	<b>生物数据安全</b>	<b>(201)</b>
11.1	引言	(201)
11.1.1	研究目的	(201)
11.1.2	结构与系统的安全性	(201)
11.1.3	本章内容安排	(202)
11.2	相关工作	(202)
11.3	基于 Syndromes 的生物安全技术概论	(204)
11.3.1	符号表示	(204)
11.3.2	注册与认证	(204)
11.3.3	性能指标: 安全性和鲁棒性	(205)
11.3.4	安全性表示	(206)
11.3.5	基于 Syndrome 编码的加密算法	(208)
11.4	虹膜系统	(209)
11.4.1	注册和认证	(209)
11.4.2	实验结果	(210)
11.5	指纹系统: 建模方法	(211)
11.5.1	指纹的细节图	(212)
11.5.2	指纹细节图的建模和运动	(212)
11.5.3	安全性和鲁棒性实验评估	(214)
11.5.4	建模法的补充说明	(215)
11.6	指纹系统: 基于变换的方法	(216)
11.6.1	特征矢量的特性	(216)
11.6.2	特征变换算法	(217)
11.6.3	安全性和鲁棒性的实验评估	(218)
11.7	小结	(220)
	参考文献	(221)

# 第一部分 原理



# 第 1 章 分布式信源编码基础

## 1.1 引 言

数据压缩是信号处理技术中最早也是最重要的问题之一。经典的例子是 1838 年出现的摩尔斯码，其原理是对英文中出现频率较高的字母（如 e,t 等）进行较短的编码。香农在 1948 年创立了一套完善的理论。在这套理论中，原始的信源信息用一串比特来表示（或者说，由某套预定的字符集中的一个来表示）。在传统意义上，所有待压缩的信息都存储在同一个地方，这就是所谓的集中式编码。然而，随着多媒体、传感器以及 Ad Hoc 网络的出现，目前最重要的压缩问题是分布式编码的问题：信源的信息分布在几个相互分离的编码端。本章概述了自 1973 年开始，30 多年来 Slepian 和 Wolf 对分布式信源编码的基本性能界限的研究。信源编码可以分为无损压缩和有损压缩（本章尽量给出闭式解）；也可以分为直接压缩和远程压缩。在直接压缩中，编码器直接处理信息，而在远程压缩中，编码器只能通过一个含有噪声的观察过程间接地处理信息（一个典型的例子是 CEO 问题）。本章发现，直接压缩和远程压缩有时具有出人意料的性能差异。最后，本章讨论了信源在有噪信道中进行通信的问题，即香农分离定理。

## 1.2 集中式信源编码

### 1.2.1 无损信源编码

信源编码的基本准则是描述信源的比特序列能够完全包含原始信源的信息。我们可以从以下两方面理解该准则。首先，可以将信源映射到不同长度的二进制字符串，并尽可能使这些字符串的长度最短。当信源的某些输出序列比其他序列出现的概率更大时，就可以实现压缩。出现概率越大的序列对应的比特串长度就越短。对于集中式信源编码来说（参见图 1.1 所示），有很多这样的编码（如 Huffman 编码、L-Z 编码，以及算术编码）。然而，对于分布式信源编码来说，这种方法并非十分有效。无损信源编码的第二条途径是，将每  $L$  个信源序列样值映射为长度固定为  $N$  的一串比特，同时在重建的时候允许有小的误差。这里，“小”的意思是，当信源序列长度趋于无穷的时候，重建的错误概率近似为零。更重要的是，这些比特串足够作为信源的典型序列。我们可以通过  $N$  和  $L$  的比值  $N/L$  来衡量无损信源编码的性能。 $R=N/L$ ，是指在允许小的重建错误率下的可达速率。

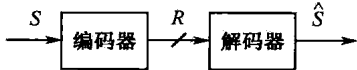


图 1.1 集中式信源编码

无损编码及可达速率的定义可参见附录 A（定义 A.6 和 A.7）。无损信源编码的主要结论如下。

**定理 1.1** 某离散信源  $\{s(n)\}_{n>0}$ , 信源熵为  $H_\infty(S)$ 。如果  $R > H_\infty(S)$ , 则  $R$  为无损信源编码的可达速率; 如果  $R < H_\infty(S)$ , 那么  $R$  是无损信源编码的不可达速率。

对于独立同分布信源以及马尔科夫信源的情况, 本定理的证明可参见香农理论<sup>[1]</sup>。对于一般情况, 本定理的证明可参见文献[2]。

### 1.2.2 有损信源编码

在很多信源编码问题中, 并不能仅用可达速率来描述信源的无损压缩。在更多情况下, 实数信源用有限的比特率不可能实现无损重建。例如, 某独立同分布信源, 在  $[0,1]$  上均匀分布, 样值序列用  $B_1 B_2 B_3 \dots$  表示。这里, 每个二进制数字是独立同分布的, 并且取值 0 或 1 的概率均为  $1/2$ 。因此任何一个样值的熵都是无穷大的。由定理 1.1 可得, 用有限的比特率无法实现完全重建。

然而, 我们可以用最小平均失真  $D$  下的可达速率来描述上述信源。平均失真  $D$  由失真函数  $d(\cdot, \cdot)$  确定。 $d(\cdot, \cdot)$  是信源与重建信息之间的一个非负映射, 其确切表示由实际情况决定, 通常指均方误差, 即  $d(s, \hat{s}) = |s - \hat{s}|^2$ 。

直观看来, 可达速率  $R$  越大, 引起的失真  $D$  越小。在有损信源编码中, 我们的目的是研究速率和失真之间的关系。无损编码及可达速率的正式定义参见附录 A (定义 A.8 和 A.9)。出人意料的是, 速率和失真的最优化问题可以用一个单符号优化问题简洁地表示, 称为率失真函数。通常有以下定理:

**定理 1.2** 离散无记忆信源  $\{S(n)\}_{n>0}$ , 失真函数定义为  $d: S \times \hat{S} \rightarrow R^+$ , 如果  $R > R_S(D)$ , 那么在失真为  $D$  时,  $R$  是可达速率, 其中

$$R_S(D) = \min_{\substack{p(\hat{s}|s) \\ E[d(S, \hat{S})] \leq D}} I(S; \hat{S}) \quad (1.1)$$

$R_S(D)$  为率失真函数。相反地, 如果  $R < R_S(D)$ , 那么对于失真  $D$  来说,  $R$  是不可达速率。

本定理的证明参见文献[3]。需注意的是, 当  $D > 0$  时,  $R = R_S(D)$  为可达速率<sup>[4]</sup>。

与无损压缩的情况不同, 要确定率失真函数需要解决的是一个优化问题。Blahut -Arimoto 算法<sup>[5,6]</sup>以及其他的算法<sup>[7]</sup>都在致力于使计算更加高效。

定理 1.2 陈述的是离散无记忆信源以及某一种失真度量的情况。在适当的条件下, 它可以扩展到连续信源。也就是说, 该定理适用于在均方误差失真情况下的无记忆高斯信源, 即二次高斯的情况。因此, 我们将式 (1.1) 应用于定理 1.2, 得到如下结论。

**命题 1.1** 无记忆高斯信源  $\{S(n)\}_{n>0}$ , 满足  $S(n) \sim N(0, \sigma^2)$ , 失真函数定义为  $d(s, \hat{s}) = (s - \hat{s})^2$  则

$$R_S(D) = \frac{1}{2} \log^+ \frac{\sigma^2}{D} \quad (1.2)$$

对于一般的连续信源, 率失真函数是很难确定的, 因此通常不会精确地计算率失真函数, 而是根据香农理论<sup>[8]</sup>, 找到其上下界。已经证明, 在适当的假设下, 针对高速率系统<sup>[9]</sup>, 差值失真 ( $d(s, \hat{s}) = f(s - \hat{s})$ ) 的香农下界是严密的。



设二次失真无记忆信源为  $\{S(n)\}_{n \geq 0}$ , 方差为  $\sigma_s^2$ , 熵功率为  $Q_s$  (熵功率的定义见 A.4), 则它的上、下界可以表示为<sup>[10]</sup>

$$\frac{1}{2} \log \frac{Q_s}{D} \leq R_s(D) \leq \frac{1}{2} \log \frac{\sigma_s^2}{D} \quad (1.3)$$

从表 1.1 中我们可以看出, 式 (1.3) 中的边界对于无记忆高斯信源是严密的。

表 1.1 常见分布的方差和熵功率

信源类型	概率密度函数	方差	熵功率
高斯分布	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi e \sigma^2}} e^{-(x-\mu)^2 / 2\sigma^2}$	$\sigma^2$	$\sigma^2$
拉普拉斯分布	$f(x) = \frac{\lambda}{2} e^{-\lambda x-\mu }$	$\frac{2}{\lambda^2}$	$\frac{e}{\pi} \cdot \frac{2}{\lambda^2}$
均匀分布	$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2a}, & -a \leq x - \mu \leq a \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$	$\frac{a^2}{3}$	$\frac{6}{\pi e} \cdot \frac{a^2}{3}$

如图 1.2 所示, 条件信源编码考虑的问题是, 向编码器和解码器提供一个相关信源, 在同样的失真要求下尽量降低码率。定义 A.10 和 A.11 详细描述了这个问题。

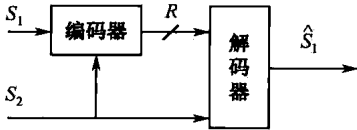


图 1.2 条件率失真

定理 1.3 无记忆信源  $S_1$ , 边信息  $S_2$  在编码端和译码端可知,  $(S_1(k), S_2(k))$  独立同分布, 失真函数  $d: S \times \hat{S} \rightarrow R^+$ , 条件率失真函数为

$$R_{S_1|S_2}(D) = \min_{\substack{P(\hat{S}_1|S_1, S_2) \\ E[d(S_1, \hat{S}_1)] \leq D}} I(S_1; \hat{S}_1 | S_2) \quad (1.4)$$

本定理的证明参见文献[11]。

率失真理论给出了率失真函数随码长增大时的收敛性, 从而可以获得任何有限码长的率失真函数的收敛性。Pillc<sup>[4]</sup>和 Omura<sup>[12]</sup>最先对该问题进行了研究。在文献[13]中, Marton 定义了信源编码的错误指数, 她考虑了无记忆信源的最佳率失真码书超过失真  $D$  的概率的上、下界, 并将其表示为码长的函数。

### 1.2.3 记忆信源的有损信源编码

举例说明, 高斯信源为  $S, S(i) \sim N(0, 2)$ , 其中  $\bar{Y}(k) = (S(2k-1), S(2k))$  的协方差矩阵为

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

其中,  $\bar{Y}(k)$  是关于  $k$  独立同分布的。离散傅里叶变换为

$$\tilde{S}(2k-1) = \frac{1}{\sqrt{2}} (S(2k-1) + S(2k)) \quad (1.6)$$

$$\tilde{S}(2k) = \frac{1}{\sqrt{2}} (S(2k-1) - S(2k)) \quad (1.7)$$

协方差矩阵为