应用型本科数理类基础课程系列教材

大学物理
学习指导与习题详解

主编　刘扬正

科学出版社

应用型本科数理类基础课程系列教材

大学物理
学习指导与习题详解

主编　刘扬正

科学出版社

北　京

前　言

大学物理作为高等院校的一门重要基础课，对学生能力的培养和素质的提高起到了至关重要的作用. 读者在学习大学物理课程的过程中，往往对课程的基本要求把握不够准确，对基本概念、基本原理理解不够透彻，对学习过程中遇到的重点、难点问题不能得到及时的解决. 这些因素影响了课程教学质量的进一步提高和学生学习的积极性. 本书介绍了教学的基本要求，给出了每章的基本概念、基本定理，并对学习过程中遇到的重点、难点问题进行了解析，以方便读者学习. 做一定数量的练习题是学好大学物理的途径之一，读者在解题过程中，可能会出现解题思路不明晰、对用什么物理定律解题没把握等问题. 本书对教材中的全部习题进行了详细解答，在解题过程中力求做到思路清晰、方法简捷，有助于读者拓展解题思路、举一反三、融会贯通.

本书由刘扬正担任主编，孙宏、张伟强、王红兵、杨健担任副主编. 全书分为 13 章，第 1～3 章由张伟强编写；第 4～6 章由杨健编写；第 7、8 章由王红兵编写；第 9～11 章由孙宏编写；第 12、13 章由刘扬正编写. 全书的编写工作由刘扬正组织策划和统稿.

本书的编写工作得到了广大同仁的大力支持，在此表示衷心的感谢. 由于编者水平有限，书中不足之处在所难免，希望广大专家、同行和读者批评指正.

编　者

2011 年 1 月 10 日

目　　录

第 1 章　质点运动学与牛顿定律

1.1　基 本 要 求

（1）了解描述运动的三个必要条件：参考系（坐标系）、物理模型（质点）、初始条件.

（2）理解描述质点运动的基本物理量：位置矢量、位移、速度、加速度的定义和性质，明确这些物理量的矢量性、相对性和速度、加速度的瞬时性.

（3）掌握质点运动学的两类问题：用微分方法由已知的运动学方程求速度、加速度；用积分的方法由已知质点的速度或加速度求质点的运动学方程.

（4）掌握圆周运动的角量表示、角量描述以及角量和线量之间的关系.

（5）了解相对运动的有关概念，并学会应用伽利略速度变换式进行质点相对运动的简单计算.

（6）理解牛顿运动定律的内容和实质，明确牛顿运动定律的使用条件.

（7）掌握用隔离法分析质点受力和解题的基本方法，能用微积分求解变力作用下简单的质点动力学问题.

（8）了解惯性力的概念和特点.

1.2　基 本 概 念

1. 参考系与坐标系

参考系：用以描写物体运动所选用的另一物体.

坐标系：固定在参考系上以确定物体相对于参考物的位置. 常用的坐标系有直角坐标系和自然坐标系.

2. 质点

几何线度可以忽略的物体，任何物体可看成许多质点的集合.

可以将物体简化为质点的两种情况：

（1）物体不变形，不做转动（此时物体上各点的速度及加速度都相同，物体上任一点的运动可以代表所有点的运动）.

(2) 物体本身线度和它的活动范围相比小很多(此时物体的变形及转动显得并不重要).

3. 位置矢量 $\boldsymbol{r}$

用以确定质点位置的矢量,简称位矢,直角坐标系中表示为 $\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$. 位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 与时间 t 的关系又称为质点的运动学方程.

4. 位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 与路程 Δs

位移 $\Delta\boldsymbol{r}$:表示质点位矢的变化,直角坐标系中表示为

$$\Delta\boldsymbol{r}=\Delta x\boldsymbol{i}+\Delta y\boldsymbol{j}+\Delta z\boldsymbol{k}$$

路程 Δs:表示质点经过轨迹的长度.

5. 速度$\boldsymbol{v}$ 与速率 v

平均速度

$$\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t)}{\Delta t}$$

速度$\boldsymbol{v}$

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k}$$

平均速率

$$\bar{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t}$$

速率

$$v=|\boldsymbol{v}|=\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

6. 加速度 $\boldsymbol{a}$

平均加速度

$$\bar{\boldsymbol{a}}=\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\boldsymbol{v}(t+\Delta t)-\boldsymbol{v}(t)}{\Delta t}$$

加速度

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$$

在直角坐标系中

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k}$$

在自然坐标系中

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\,\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_\tau+\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{e}_n=\boldsymbol{a}_\tau+\boldsymbol{a}_n$$

7. 角坐标 $\boldsymbol{\theta}$ 与角位移 $\Delta\boldsymbol{\theta}$

角坐标 θ:表示质点到参考轴端点的连线与参考轴的夹角.

角位移 $\Delta\theta$:表示质点角坐标的变化.

8. 角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 和角加速度 $\boldsymbol{\alpha}$

角速度

$$\boldsymbol{\omega}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{\theta}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}}{\mathrm{d}t}$$

角加速度

$$\boldsymbol{\alpha}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{\omega}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{\theta}}{\mathrm{d}t^2}$$

9. 质点做圆周运动的角量与线量关系

$$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=\frac{R\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=R\omega,\quad a_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{R\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=R\alpha,\quad a_n=\frac{v^2}{R}=R\omega^2$$

10. 力

物体之间的相互作用.力学中常见的力有万有引力、弹性力及摩擦力等.

11. 惯性系和非惯性系

凡是牛顿运动定律成立的参考系,称为惯性系.牛顿定律不成立的参考系称为非惯性系.

1.3 基本规律

1. 伽利略速度变换式

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}'+\boldsymbol{u}$$

即质点相对基本参考系的绝对速度$\boldsymbol{v}$,等于运动参考系相对基本参考系的牵连速度 $\boldsymbol{u}$ 与质点相对运动参考系的相对速度$\boldsymbol{v}'$之和.

2. 牛顿第一定律

任何物体都要保持其静止或匀速直线运动状态,直到外力迫使它改变运动状态为止.

3. 牛顿第二定律

动量为 $\boldsymbol{p}$ 的物体，在合外力 $\boldsymbol{F}=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{F}_i$ 的作用下，其动量随时间的变化率应当等于作用于物体的合外力，即

$$\boldsymbol{F}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}(m\boldsymbol{v})}{\mathrm{d}t}$$

4. 牛顿第三定律

两个物体之间的作用力 $\boldsymbol{F}$ 和反作用力 $\boldsymbol{F}'$，沿同一直线，大小相等，方向相反，分别作用在两个物体上.

5. 力学相对性原理

对于不同的惯性系，牛顿第二定律有相同的形式，在一惯性系内部所做的任何力学实验，都不能确定该惯性系是否相对其他惯性系运动.

1.4 难点分析与问题讨论

1. 描述运动物理量的矢量性

质点的运动常常随着大小和方向的变化而变化，因此描述质点运动的物理量——位置矢量、位移、速度、加速度都是矢量. 它们的运算遵循矢量的运算法则. 并且要注意位移和路程、平均速度和平均速率的区别.

例 1.1 在曲线运动中，$|\Delta\boldsymbol{r}|$ 与 Δr 是否相同？ $|\Delta\boldsymbol{v}|$ 与 $\Delta\boldsymbol{v}$ 是否相同？ $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$ 与 $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$ 有何区别？ $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$ 和 $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ 有何区别？ 请举例说明.

要点与分析 本题考查的是关于位移、速度、加速度的矢量性概念，针对学生对矢量符号容易漏掉或理解不深的问题展开的.

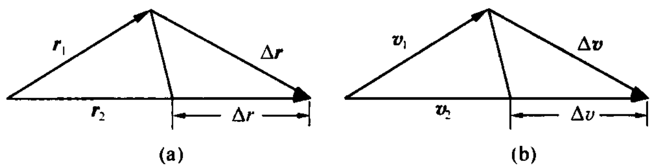
(1) $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 与 $\Delta\boldsymbol{r}$ 不相同，$\Delta\boldsymbol{r}$ 是两矢量之差，即 $\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1$，而 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 是两个矢量的模之差，即 $|\Delta\boldsymbol{r}|=|\boldsymbol{r}_2|-|\boldsymbol{r}_1|$，由附图(a)可见，两者是不同的概念.

(2) 同理 $|\Delta\boldsymbol{v}|$ 与 $\Delta\boldsymbol{v}$ 也不相同，由附图(b)可见.

(3) $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$ 表示质点运动的速度，是矢量，有大小和方向；而 $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$ 是矢径大小的变化率，只有大小，没有方向.

(4) $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{a}$ 是质点运动的加速度；而 $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=a_\tau$ 是质点运动的切向加速度，反映

的是速度大小变化率.

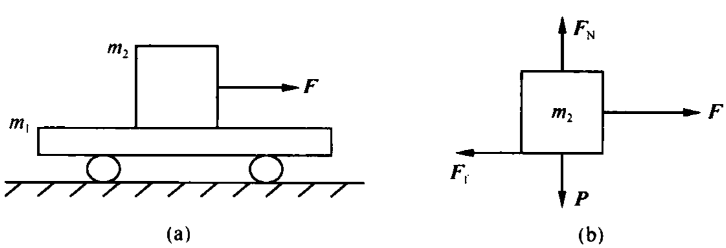


例 1.1 图

2. 弹性力和摩擦力的问题

在受力分析时,比较复杂的是弹性力和摩擦力.弹性力的大小和物体所受的其他力及运动状态有关,比较容易判断的是力的方向,它总是垂直于物体接触点的切面,而它们的大小则往往需要通过牛顿定律求出.同样在解题时要注意的是在实际问题中静摩擦力往往也是未知的,并且不能随意套用公式计算出来,只能根据物体的运动情况和受力分析得到.静摩擦力的方向可先假设,再由计算结果来给予检验,如果计算结果是正值,那么它的方向就与假设相同;如果计算结果是负值,那么它的方向就与假设相反.

例 1.2　如附图(a)所示,一个质量 $m_1=20\text{kg}$ 的小车放在光滑的平面上,其上放有一个质量 $m_2=2.0\text{kg}$ 的木块,木块与小车之间的静摩擦系数 $\mu_0=0.30$,滑动摩擦系数 $\mu=0.25$,用 $F=2.0\text{N}$ 的力在水平方向上拉木块,问木块与小车之间的摩擦力 F_f 多大? 能用 $F_f=\mu F_N$ 来求吗?



例 1.2 图

要点与分析　首先我们要明确 m_1 和 m_2 之间的摩擦是滑动摩擦还是静摩擦? 假设 m_1 与 m_2 之间发生相对滑动,则作用在 m_2 上的滑动摩擦力 F_f 的大小为 $F_f=\mu F_N=\mu mg=0.25\times2.0\times9.8=4.90(\text{N})$,则 $F_f>F$,这是不可能的事.由此说明 m_1 和 m_2 之间无相对滑动.它们之间的摩擦是静摩擦.那么,静摩擦力能否用 $F_{f0}=\mu_0F_N$ 来计算呢? $F_{f0}=0.30\times2.0\times9.8=5.88(\text{N})>F$,显然这也是不可能的事.因此 m_1 和 m_2 之间虽然有静摩擦力,但还没有达到最大静摩擦力.本题中的静摩

擦力只能根据物体的受力情况，用牛顿第二定律求得.

首先，将 m_1 和 m_2 作为整体来考虑，小车与地面间无摩擦，它们在水平方向上只受 $\boldsymbol{F}$ 作用，根据牛顿第二定律有

$$F=(m_1+m_2)a,\quad a=\frac{F}{m_1+m_2}=\frac{2.0}{2+20}=0.09(\mathrm{m\cdot s^{-2}})$$

其次，对木块而言，对其进行受力分析，如附图(b)所示.

根据牛顿第二定律有

$$F-F_\mathrm{f}=m_2a$$

得

$$F_\mathrm{f}=F-m_2a=2.0-2.0\times0.09=1.82(\mathrm{N})$$

从本题可以看出，对静摩擦力的计算不能不加分析地运用 $F_\mathrm{f}=\mu_0F_\mathrm{N}$ 公式，而是要根据物体的受力情况和运动状态，用牛顿第二定律求得.

3. 牛顿运动力学的应用

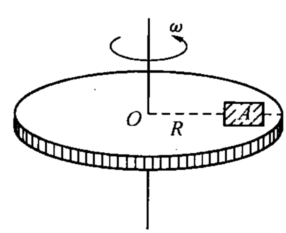
在运用牛顿定律解题时，要注意它仅适用于宏观、低速并能看成质点的物体而且只在惯性系中成立，所以首先一定要先判断是否在其适用范围之内，否则就会有错误的结论；其次是在列出牛顿第二定律的分量式时，要注意力和加速度的方向的确定. 若与坐标轴正方向相同为正，反之为负，若方向一时无法判定，则可先假定一个方向，然后根据计算结果来确定. 同时要根据质点所做运动的情况来选择合适的方程，如果质点做直线运动，那么方程为 $F=ma$ 即可，如果质点做曲线运动(一般是圆周运动)，则方程为

$$\sum F_\tau=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t},\quad \sum F_\mathrm{n}=m\frac{v^2}{\rho}$$

例 1.3 在做匀速转动的水平转台上，与转轴相距 R 处有一体积很小的工件 A，如附图所示. 设工件与转台间静摩擦系数为 μ_s，若使工件在转台上无滑动，则转台的角速度 ω 应满足

(A) $\omega\leqslant\sqrt{\dfrac{\mu_\mathrm{s}g}{R}}$　　(B) $\omega\leqslant\sqrt{\dfrac{3\mu_\mathrm{s}g}{2R}}$

(C) $\omega\leqslant\sqrt{\dfrac{3\mu_\mathrm{s}g}{R}}$　　(D) $\omega\leqslant2\sqrt{\dfrac{\mu_\mathrm{s}g}{R}}$



例 1.3 图

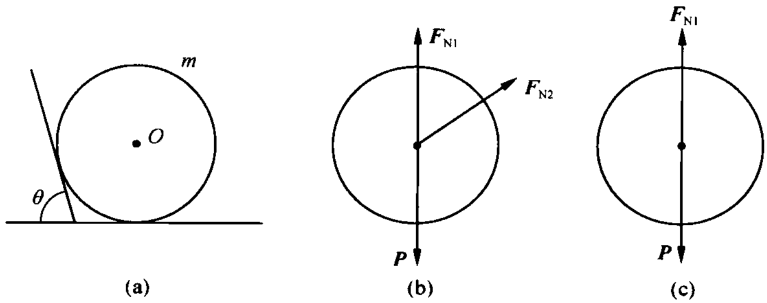
要点与分析 本题考查的是动力学问题，物体所进行的是圆周运动，所以要用的是向心加速度，由此可得到的是向心力. 在本题中，向心力由摩擦力提供，若使工件在转台上无滑动，则

$$f=mg\mu_\mathrm{s}\geqslant m\omega^2R$$

故选(A).

例 1.4 如附图(a)所示,一光滑的圆球,放在光滑的斜面和平面的交接处,问球受几个力作用?

要点与分析 有人会很容易作出如附图(a)所示的受力图. 认为球受三个力:重力 $\boldsymbol{P}$、斜面对球的支持力 $\boldsymbol{F}_{N2}$、平面对球的支持力 $\boldsymbol{F}_{N1}$. 这三个力的合力是水平向右的. 根据牛顿第二定律就得出球具有向右的加速度,显然这样的结论是荒谬的. 那么错在哪呢? 球与斜面虽然是接触的,但是彼此并无相互作用,斜面没有发生形变,也就不存在斜面对球的支持力 $\boldsymbol{F}_{N2}$,所以球只受两个力:重力 $\boldsymbol{P}$ 和平面对球的支持力 $\boldsymbol{F}_{N1}$,如附图(c)所示. 球处于平衡状态.



例 1.4 图

1.5 习题解答

1.1 一质点在平面上运动,已知质点位置矢量的表达式为 $\boldsymbol{r}=at^2\boldsymbol{i}+bt^2\boldsymbol{j}$(其中 a、b 为常量),则该质点做(   )

(A) 匀速直线运动 (B) 变速直线运动

(C) 抛物线运动 (D) 一般曲线运动

解 首先要判断的是质点的轨迹,由质点的位置矢量表达式 $\boldsymbol{r}=at^2\boldsymbol{i}+bt^2\boldsymbol{j}$ 知 $x=at^2$,$y=bt^2$. 消去 t 可得质点的轨迹方程为 $y=\dfrac{b}{a}x$,由此可知质点的轨迹为直线. 其次要判断的是状态的变化,也就是考查速度和加速度,$\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=2at\boldsymbol{i}+2bt\boldsymbol{j}$,$\boldsymbol{a}=2a\boldsymbol{i}+2b\boldsymbol{j}$. 由此可知质点做变速直线运动,故选(B).

1.2 如附图所示,用水平力 $\boldsymbol{F}$ 把木块压在竖直的墙面上并保持静止. 当 $\boldsymbol{F}$ 逐渐增大时,木块所受的摩擦力(   )

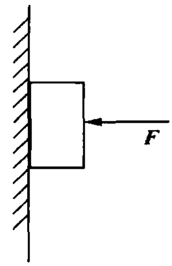
(A) 不为零,但保持不变

(B) 随 $\boldsymbol{F}$ 成正比地增大

(C) 开始随 $\boldsymbol{F}$ 增大,达到某一最大值后,就保持不变

(D) 无法确定

解　由题意可知物体的状态是静止，根据牛顿第二定律物体所受的合外力为零. 在竖直方向上物体受重力和摩擦力两个力的作用，两个力大小相等、方向相反. 故选(A).



习题 1.2 图

1.3　一质点沿 x 轴运动，其速度与时间的关系为 $v=4+t^2(\mathrm{m\cdot s^{-1}})$，当 $t=3\mathrm{s}$ 时，质点位于 $x=9\mathrm{m}$ 处，则质点的运动方程为(　　)

(A) $x=4t+\dfrac{1}{3}t^2-12$　　(B) $x=4t+\dfrac{1}{2}t^2$

(C) $x=2t+3$　　(D) $x=4t+\dfrac{1}{3}t^3+12$

解　因为质点沿 x 轴运动，由 $v=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$有 $\mathrm{d}x=v\,\mathrm{d}t$，通过积分 $\int\mathrm{d}x=\int v\,\mathrm{d}t=\int(4+t^2)\mathrm{d}t$ 得到 $x=\dfrac{1}{3}t^2+4t+C$. 当 $t=3\mathrm{s}$ 时，质点位于 $x=9\mathrm{m}$ 处，可求得 $C=-12$. 故选(A).

1.4　质点做曲线运动，其瞬时速度为$\boldsymbol{v}$，瞬时速率为 v，平均速度为$\bar{\boldsymbol{v}}$，平均速率为 $\bar{v}$，则它们之间的下列四种关系中(　　)是正确的

(A) $|\boldsymbol{v}|=v, |\boldsymbol{v}|=\bar{v}$　　(B) $|\boldsymbol{v}|\neq v, |\bar{\boldsymbol{v}}|=\bar{v}$

(C) $|\boldsymbol{v}|=v, |\bar{\boldsymbol{v}}|\neq\bar{v}$　　(D) $|\boldsymbol{v}|\neq v, |\bar{\boldsymbol{v}}|\neq\bar{v}$

解　$\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}, v=\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}, \bar{\boldsymbol{v}}=\dfrac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}, \bar{v}=\dfrac{\Delta s}{\Delta t}$; $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}s, |\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta s$. 故选(C).

1.5　以下五种运动形式中，$\boldsymbol{a}$ 保持不变的运动是(　　)

(A) 单摆的运动　　(B) 匀速率圆周运动

(C) 行星的椭圆轨道运动　　(D) 抛体运动

(E) 圆锥摆运动

分析　$\boldsymbol{a}$ 保持不变表明物体所受的合外力恒定不变. 故选(D).

1.6　对于沿曲线运动的物体，以下几种说法中(　　)是正确的

(A) 切向加速度必不为零

(B) 法向加速度必不为零(拐点处除外)

(C) 由于速度沿切线方向，法向分速度必为零，因此法向加速度必为零

(D) 若物体做匀速率运动，其总加速度必为零

(E) 若物体的加速度 $\boldsymbol{a}$ 为恒矢量，它一定做匀变速率运动

解　对于沿曲线运动的物体，$a_\tau=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}, a_n=\dfrac{v^2}{\rho}$. 当 $v=0$ 时，a_τ 可以等于零；当 $v\neq0$ 时，$a_n\neq0$. 故选(B).

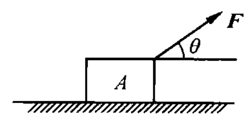
1.7　一运动质点在某瞬时位于矢径 $\boldsymbol{r}(x,y)$的端点处，其速度大小为(　　)

(A) $\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$　　(B) $\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$

(C) $\dfrac{\mathrm{d}|\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t}$　　(D) $\sqrt{\left(\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}$

解　因为$\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}$，所以速度的大小为$\sqrt{\left(\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}$. 故选(D).

1.8　水平地面上放一物体 A，它与地面间的滑动摩擦系数为 μ. 现加一恒力 $\boldsymbol{F}$ 如附图所示. 欲使物体 A 有最大加速度，则恒力 $\boldsymbol{F}$ 与水平方向夹角 θ 应满足(　　)



习题 1.8 图

(A) $\sin\theta=\mu$　　(B) $\cos\theta=\mu$

(C) $\tan\theta=\mu$　　(D) $\cot\theta=\mu$

解　欲使物体 A 有最大加速度，对物体进行受力分析，物体共受到 $\boldsymbol{F}$、$\boldsymbol{N}$、$\boldsymbol{P}$ 三个力的作用，所受合外力是 $F\cos\theta-(P-F\sin\theta)\mu$，根据牛顿第二定律 $a=\dfrac{F\cos\theta-(P-F\sin\theta)\mu}{m}$，令 $a'(\theta)=0$，可求得 $\mu=\tan\theta$ 时物体 A 有最大加速度. 故选(C).

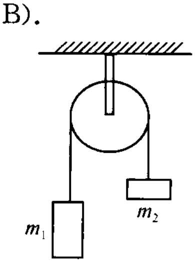
1.9　在相对地面静止的坐标系内，A、B 二船都以 $2\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ 速率匀速行驶，A 船沿 x 轴正向，B 船沿 y 轴正向. 今在 A 船上设置与静止坐标系方向相同的坐标系(x、y 方向单位矢用 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$ 表示)，那么在 A 船上的坐标系中，B 船的速度(以 $\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ 为单位)为(　　)

(A) $2\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$　　(B) $-2\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$

(C) $-2\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}$　　(D) $2\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}$

解　这是一个相对运动的问题，要求的是 B 船相对 A 船的速度，由题意可知 $\boldsymbol{v}_A=2\boldsymbol{i}(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})$，$\boldsymbol{v}_B=2\boldsymbol{j}(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})$，$\boldsymbol{v}_B'=\boldsymbol{v}_B-\boldsymbol{v}_A=2\boldsymbol{j}-2\boldsymbol{i}$，故选(B).

1.10　如附图所示，一轻绳跨过一个定滑轮，两端各系一质量分别为 m_1 和 m_2 的重物，且 $m_1>m_2$. 滑轮质量及轴上摩擦均不计，此时重物的加速度的大小为 a. 今用一竖直向下的恒力 $F=m_1g$ 代替质量为 m_1 的物体，可得质量为 m_2 的重物的加速度为的大小 a'，则(　　)



习题 1.10 图

(A) $a'=a$　　(B) $a'>a$

(C) $a'<a$　　(D) 不能确定

解　对 m_1、m_2 两物体进行受力分析，m_1 受力 $\boldsymbol{P}_1$、$\boldsymbol{T}$；m_2 受力 $\boldsymbol{P}_2$、$\boldsymbol{T}$. 根据牛顿第二定律有 $P_1-T=m_1a$，$T-P_2=m_2a$，可求得 $a=\dfrac{(m_1-m_2)g}{m_1+m_2}$；当用一竖直向下

的恒力 $F=m_1g$ 代替质量为 m_1 的物体，可得质量为 m_2 的重物的加速度为的大小 $a'=\dfrac{(m_1-m_2)g}{m_2}$. 由此可知 $a'>a$，故选(B).

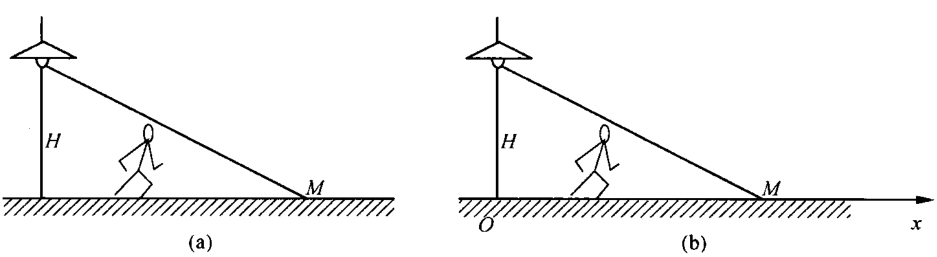
1.11 在 xOy 平面内有一运动的质点，其 x、y 分量的运动方程分别为 $x=10\cos(5t)$，$y=10\sin(5t)$ (SI)，t 时刻其速率 $v=$________，其切向加速度的大小 $a_\tau=$________；其法向加速度的大小 $a_n=$________.

解 根据 $v_x=\dfrac{dx}{dt}$，$v_y=\dfrac{dy}{dt}$ 可得 $v_x=-50\sin(5t)$，$v_y=50\cos(5t)$，t 时刻质点的速率为 $v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=50\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$，切向加速度的大小 $a_\tau=\dfrac{dv}{dt}=0$，法向加速度的大小 $a_n=\dfrac{v^2}{R}=250\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

1.12 在 x 轴上做变加速直线运动的质点，已知其初速度为 v_0，初始位置为 x_0，加速度为 $a=Ct^2$（其中 C 为常量），则其速度与时间的关系 $v=$________，运动方程为 $x=$________.

解 根据 $dv=a\,dt$，$dx=v\,dt$，通过积分 $\int_{v_0}^{v}dv=\int_0^t Ct^2dt$ 可得 $v=v_0+\dfrac{1}{3}Ct^3$；通过积分 $\int_{x_0}^{x}dx=\int_0^t\left(v_0+\dfrac{1}{3}Ct^3\right)dt$ 可得 $x=x_0+v_0t+\dfrac{1}{12}Ct^4$.

1.13 灯距地面高度为 H，一个人身高为 h，在灯下以匀速率 v 沿水平直线行走，如附图(a)所示．则他的头顶在地上的影子 M 点沿地面移动的速度 $v_M=$________.

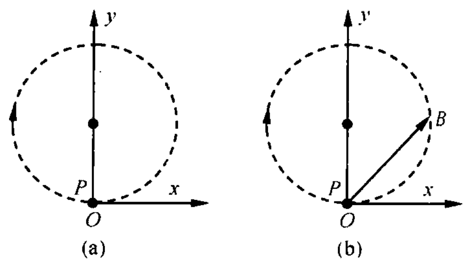


习题 1.13 图

解 建立如附图(b)所示坐标，设时刻 t 影子 M 点在地面的位置为 x，人在地面的位置为 vt，由几何关系知 $\dfrac{x}{x-vt}=\dfrac{H}{h}$，将此式对 t 求导得 $\dfrac{dx}{dt}h=\dfrac{dx}{dt}H-Hv$，因为 $v_M=\dfrac{dx}{dt}$，所以 $v_M=\dfrac{Hv}{H-h}$.

1.14 如附图(a)所示，一质点 P 从 O 点出发以匀速率 $1\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 做顺时针转

向的圆周运动，圆的半径 1m，如附图(b)所示，当它走过$\frac{3}{4}$圆周时，走过的路程是________，这段时间内的平均速度大小________，方向是________.



习题 1.14 图

解　质点 P 从 O 点出发以匀速率 $1\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 做顺时针转向的圆周运动，当它走过$\frac{3}{4}$圆周到达 B 时，走过的路程是 $\frac{3}{4}\times 2\pi=\frac{3}{2}\pi m$，$|\boldsymbol{v}|=\left|\frac{\overrightarrow{OB}}{t}\right|=\frac{2\sqrt{2}}{3\pi}\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$，方向与 Ox 轴成 45°.

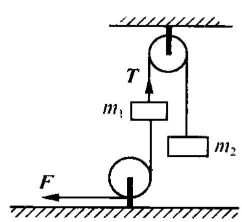
1.15　一质点沿半径为 R 的圆周运动，在 $t=0$ 时经过 P 点，此后它的速率 v 按 $v=A+Bt$（A、B 为正的已知常量）变化，则质点沿圆周运动一周再经过 P 点时的切向加速度 $a_\tau=$________，法向加速度 $a_n=$________.

解　$a_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=B$，$a_n=\frac{v^2}{R}=\frac{(A+Bt)^2}{R}$.

1.16　以一定初速度斜向上抛出一个物体，如果忽略空气阻力，当该物体的速度 $\boldsymbol{v}$ 与水平面的夹角为 θ 时，它的切向加速度 a_τ 的大小为 $a_\tau=$________，法向加速度 a_n 的大小为 $a_n=$________.

解　因为忽略空气阻力，物体只受重力作用，所以物体的加速度就是重力加速度 $\boldsymbol{g}$，将 $\boldsymbol{g}$ 分解为沿速度方向和与速度垂直方向即得到 $a_\tau=g\sin\theta$，$a_n=g\cos\theta$.

1.17　如附图所示装置中，若两个滑轮与绳子的质量以及滑轮与其轴之间的摩擦都忽略不计，绳子不可伸长，则在外力 F 的作用下，物体 m_1 和 m_2 的加速度为 $a=$________，m_1 与 m_2 间绳子的张力 $T=$________.



习题 1.17 图

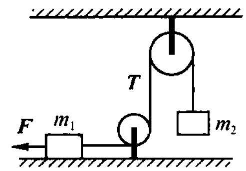
解　因为两个滑轮与绳子的质量以及滑轮与其轴之间的摩擦都忽略不计，绳子不可伸长，对 m_1、m_2 两物体进行受力分析，m_1 受力 $\boldsymbol{P}_1$、$\boldsymbol{T}$、$\boldsymbol{F}$；m_2 受力 $\boldsymbol{P}_2$、$\boldsymbol{T}$. 根据牛顿第二定律有

$$F+P_1-T=m_1a,\quad T-P_2=m_2a$$

可求得

$$a=\frac{m_1g-m_2g+F}{m_1+m_2},\quad T=\frac{2m_1m_2g+Fm_2}{m_1+m_2}$$

1.18　在如附图所示的装置中，两个定滑轮与绳的质量以及滑轮与其轴之间的摩擦都可忽略不计，绳子不可伸长，m_1 与平面之间的摩擦也可不计，在水平外力 F 的作用下，物体 m_1 与 m_2 的加速度 $a=$________，绳中的张力 $T=$________.



习题 1.18 图

解 因为两个滑轮与绳子的质量以及滑轮与其轴之间的摩擦都忽略不计，绳子不可伸长，对 m_1、m_2 两物体进行受力分析，m_1 水平方向受力 $\boldsymbol{F}$、$\boldsymbol{T}$；m_2 受力 $\boldsymbol{P}_2$、$\boldsymbol{T}$. 根据牛顿第二定律有

$$F-T=m_1a,\quad T-P_2=m_2a$$

可求得

$$a=\frac{F-m_2g}{m_1+m_2},\quad T=\frac{m_1m_2g+Fm_2}{m_1+m_2}$$

1.19 已知质点位矢随时间变化的函数形式为 $\boldsymbol{r}=t^2\boldsymbol{i}+2t\boldsymbol{j}$，式中 r 的单位为米，t 的单位为秒. 求：

(1) 任一时刻的速度和加速度；

(2) 任一时刻的切向加速度和法向加速度.

解 (1) 由 $\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$，有

$$\boldsymbol{v}=2t\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$$

由 $\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$，有

$$\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{i}$$

(2) 而 $v=|\boldsymbol{v}|$，有速率

$$v=\sqrt{(2t)^2+2^2}=2\sqrt{t^2+1}$$

所以

$$a_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{2t}{\sqrt{t^2+1}}$$

利用 $a^2=a_\tau^2+a_n^2$ 有

$$a_n=\sqrt{a^2-a_\tau^2}=\frac{2}{\sqrt{t^2+1}}$$

1.20 一质点沿 x 轴做直线运动，它在 t 时刻的坐标是 $x=4.5t^2-2t^3$，式中 x 以米计，t 以秒计，试求：

(1) $t=1\mathrm{s}$ 和 $t=2\mathrm{s}$ 时刻的瞬时速度；

(2) 第二秒内所通过的路程；

(3) 第二秒内的平均加速度以及 $t=1\mathrm{s}$ 和 $t=2\mathrm{s}$ 时刻的瞬时加速度.

解 (1) 由

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(4.5t^2-2t^3)=9t-6t^2$$

可知，当 $t=1\mathrm{s}$ 时

$$v_1=9\times1-6\times1^2=3(\mathrm{m\cdot s^{-1}})$$

当 $t=2\text{s}$ 时

$$v_2 = 9\times 2 - 6\times 2^2 = -6(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$$

(2) 令 $v=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=9t-6t^2=0$ 得 $t=1.5\text{s}$ 时 x 有极值，其速度为零，质点改变运动方向，即质点的“回头”点. 此时

$$x_{1.5} = x\,|_{t=1.5} = 3.375\text{m}$$

而

$$x_1 = 4.5\times 1^2 - 2\times 1^3 = 2.5(\text{m}),\quad x_2 = 4.5\times 2^2 - 2\times 2^3 = 2(\text{m})$$

则质点所经过的路程为

$$\Delta s = |y_{1.5} - y_1| + |y_2 - y_{1.5}| = |3.375 - 2.5| + |2 - 3.375| = 2.25(\text{m})$$

(3) $\bar{\boldsymbol{a}}=\dfrac{\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1}{\Delta t}=-9\boldsymbol{i}(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$，而

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = (9-12t)\boldsymbol{i}(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$$

则

$$\boldsymbol{a}_1 = -3\boldsymbol{i}\text{m}\cdot\text{s}^{-2},\quad \boldsymbol{a}_2 = -15\boldsymbol{i}\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

1.21 一质点在 y 轴上做加速运动，开始时 $y=y_0$，$v=v_0$. 若

(1) 加速度 $a=kt+c$，求任意时刻的速度和位置，其中 k、c 为常量；

(2) 加速度 $a=-kv$，求任意时刻的速度和位置；

(3) 加速度 $a=ky$，求任意位置的速度.

解 (1) 由 $v=v_0+\int_0^t a(t)\mathrm{d}t$ 和 $y=y_0+\int_0^t v(t)\mathrm{d}t$ 可依次得

速度

$$v = v_0 + \int_0^t (kt+c)\mathrm{d}t = v_0 + \frac{1}{2}kt^2 + ct$$

位置坐标

$$y = y_0 + \int_0^t\left(v_0 + ct + \frac{1}{2}t^2\right)\mathrm{d}t = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}ct^2 + \frac{1}{6}kt^3$$

(2) 由 $a=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-kv$ 可得

$$\frac{\mathrm{d}v}{v} = -k\mathrm{d}t$$

两边积分有

$$\int_{v0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{v} = -k\int_0^t\mathrm{d}t$$

所以

$$\ln\frac{v}{v_0} = -kt$$