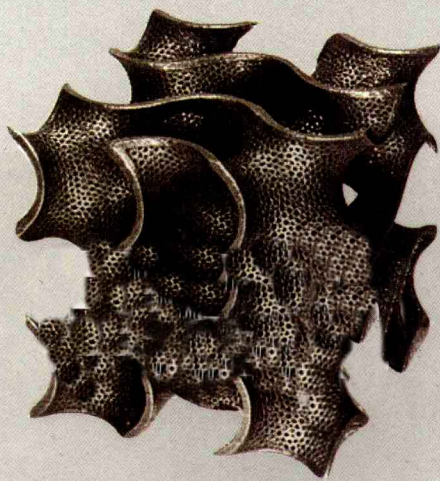


主编 徐昌根

专项大过关

高中数学
算法初步 统计 概率



华东师范大学出版社

专项大过关

高中数学 算法初步 统计 概率

主 编 徐昌根
参 编 申永祥

图书在版编目(CIP)数据

专项大过关. 高中数学. 算法初步、统计、概率/徐昌根主
编. —上海: 华东师范大学出版社, 2011. 1

ISBN 978-7-5617-8358-0

I. 专... II. 徐... III. 数学课—高中—教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 002638 号

专项大过关

高中数学·算法初步 统计 概率

主 编 徐昌根
组稿编辑 王元兴
项目编辑 徐红瑾
审读编辑 杨 秀
装帧设计 黄惠敏

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
网 址 www.ecnupress.com.cn
电 话 021-60821666 行政传真 021-62572105
客服电话 021-62865537 门市(邮购)电话 021-62869887
地 址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网 店 <http://ecnup.taobao.com/>

印 刷 者 杭州长命印刷有限公司
开 本 720×965 16 开
印 张 11
字 数 236 千字
版 次 2011 年 4 月第一版
印 次 2011 年 4 月第一次
书 号 ISBN 978-7-5617-8358-0/G·4903
定 价 20.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题, 请寄回本社客服中心调换或电话 021-62865537 联系)

序

掌握科学的学习方法，学习效率就会大大提高。高效学习的关键在于针对学习中需要弥补和提高的内容进行专项突破。何谓专项？专项是指有内在联系的知识模块。能力欠缺的学生通常表现为在某一模块存在不足。当找到自己存在的问题后，就可以在这些方面进行强化。这时，一套精心编写的讲练结合的专项丛书一定会是你学习中的良师益友。

由华东师范大学出版社组织编写的《专项大过关》系列图书坚持“专项突破，轻松过关”的理念，涵盖初、高中语文、数学、英语、物理和化学5个学科。丛书依据课程标准，针对学习中的重点、难点、易错点、易混点，帮助学生扫清学习障碍，牢固掌握所学知识，提高解题技巧，提升学习能力，达到事半功倍的效果。

丛书特色主要体现在以下几方面：

1. 指向明确，紧跟学习需要

既可作为平时同步练习、复习使用，更能在中、高考冲刺阶段作为查漏补缺使用。

2. 作者权威，指导针对有效

作者均为长期耕耘在教学第一线的全国著名中学特、高级教师，他们有先进的教育理念和丰富的教学经验，对于中、高考有很深的研究。他们结合中、高考实际，精选近几年的中、高考真题进行讲解、分析、练习，有助于学生把握考试精神及发展趋势，为未来的复习应考指明方向。

3. 编排科学，不受教材版本限制

以教育部颁布的课程标准为编写依据，不受教材版本限制，按各学科知识内容编排，独立成册。不仅与教学要求相对应，更体现了知识的完整性、系统性和科学性，具有很强的通用性。

愿《专项大过关》成为你学习的好帮手，给你一个智慧的人生。



contents

目录

专题 1 算法初步	1
§ 1.1 算法与流程图	1
§ 1.2 基本算法语句	12
专题 2 统计	23
§ 2.1 抽样方法	23
§ 2.2 总体分布的估计, 总体特征数的估计	31
§ 2.3 线性回归方程	42
专题 3 概率	47
§ 3.1 随机事件及其概率	47
§ 3.2 古典概型	55
§ 3.3 几何概型	61
§ 3.4 互斥事件	68
专题 4 统计案例	75
§ 4.1 线性回归分析	75
§ 4.2 独立性检验	80
专题 5 排列组合	84
§ 5.1 两个基本原理	84
§ 5.2 排列	88
§ 5.3 组合	93
§ 5.4 排列组合应用题	98

专题 6 二项式定理 103

§ 6.1 二项式定理与通项	103
§ 6.2 二项式系数的性质	107

专题 7 随机变量及其概率分布 111

§ 7.1 离散型随机变量及其概率分布	111
§ 7.2 超几何分布	118
§ 7.3 条件概率与事件的独立性	122
§ 7.4 独立重复试验与二项分布	128
§ 7.5 随机变量的均值和方差	135
§ 7.6 离散型随机变量综合应用	141
§ 7.7 正态分布	149

参考答案 154



专题 1

算 法 初 步

§ 1.1 算法与流程图

我们做任何一件事情,都是在一定的条件下按某种顺序执行的一系列操作,对一类问题的机械的、统一的求解方法就是算法.我们常用画流程图的方法将算法描述出来.

【知识梳理】

1. 算法的含义

对一类问题的机械的、统一的求解方法称为算法.在数学中,算法通常是指按照一定规则解决某一类问题的明确和有限的步骤.

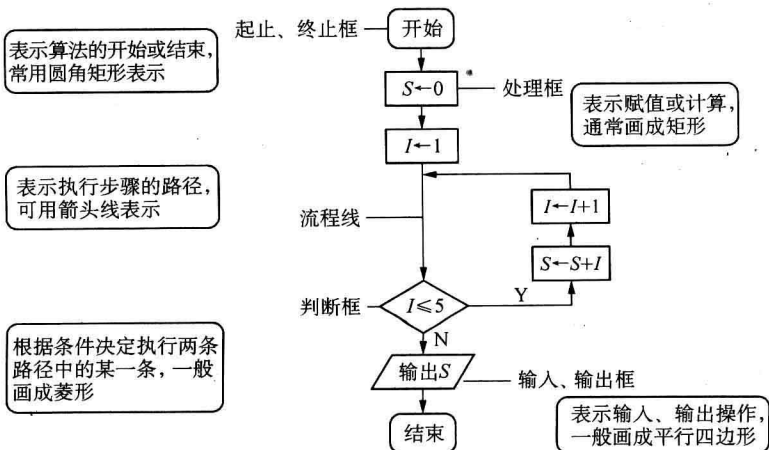
2. 算法的要求

- (1) 概括性:能解决一类问题;
- (2) 顺序性:从初始步骤开始,分为若干明确的步骤,每一个步骤只有一个确定的后继步骤,从而组成一个步骤序列,序列的终止表示解决问题或指明无解.
- (3) 有限性和有效性:在有限步骤内求解某类问题.

求解某一个问题的解法不一定唯一,因而算法也不唯一.

3. 流程图的图形符号

以计算 $1+2+3+4+5$ 的算法为例:



画流程图要使用标准的图形符号,框图能清楚地展现算法的逻辑结构,一图胜万语。

4. 算法的常用结构

(1) 顺序结构

顺序结构就是按顺序执行的一种结构,由若干个依次执行的步骤组成。

例如,如图 1-1 所示,虚线框内是一个顺序结构,其中 A、B、C 三个框是依次执行的,只有在执行完 A 框所指定的操作后,才能接着执行 B 框所指定的操作,也只有在执行完 B 框所指定的操作后,才能执行 C 框所指定的操作。

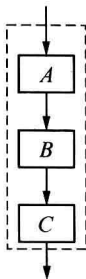


图 1-1

(2) 选择结构

在一个算法中,经常会遇到一些条件的判断,算法的流程根据条件是否成立有不同的流向,这种先根据条件做出判断再决定执行哪一种操作的结构叫做选择结构(也叫条件结构)。

选择结构在流程图中用判断框来表示,在判断框内写上条件,它有两个出口,分别对应着满足条件和满足条件时所执行的不同指令。

如图 1-2 所示,虚线框内是一个条件分支结构,此结构中包含一个判断框,根据给定的条件 P 是否成立而选择执行 A 框或 B 框。

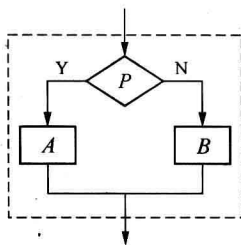


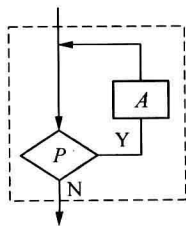
图 1-2

(3) 循环结构

在一些算法中,经常会出现从某处开始,按照一定的条件反复执行某些步骤的情况,这就是循环结构。其中,反复执行的步骤叫做循环体。

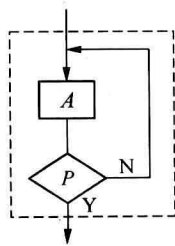
循环结构在流程图中也是用判断框来表示,在判断框内写上条件,两个出口分别对应着条件成立和条件不成立时执行的不同指令,其中一个要指向循环体,然后再从循环体回到判断框入口处。

循环结构有两种形式,即当型和直到型。这两种形式的循环结构在执行流程上有所不同。当型循环结构是当条件满足时执行循环体,不满足时退出循环体,如图 1-3 所示;而直到型循环结构却是当条件不满足时执行循环体,满足时退出循环体,如图 1-4 所示。



当型循环

图 1-3



直到型循环

图 1-4

【分类举例】

1. 设计算法

例1 已知直角三角形的两条直角边长分别为5、12,设计一个算法,求该三角形的周长.

分析 设计算法要求有概括性(普遍适用),顺序性(若干明确的步骤),有限性和有效性(能解决问题).

解 S1:输入 $a \leftarrow 5, b \leftarrow 12$;

S2:计算 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$;

S3:计算 $l = a + b + c$;

S4:输出 l .

点评: 对于给定问题,设计算法时应注意:(1)与解决该问题的一般方法相联系,从中提炼与概括出算法步骤;(2)将解决问题的过程划分为若干步骤;(3)引入相关的参数或变量对算法步骤加以表述;(4)用简练的语言将各个步骤表达出来.

点击: 用参数 a, b 来表示两条直角边长,使得算法具有普遍适用性.

例2 写出解方程 $x^2 + 3x - 4 = 0$ 的一个算法.

分析 算法要对一类问题有概括性,如解 $ax^2 + bx + c = 0$ 需要设定参量 a, b, c ,先判断 $\Delta \geq 0$ 是否成立,再求解.

解 S1: $a \leftarrow 1, b \leftarrow 3, c \leftarrow -4$;

S2:计算出判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ 的值;

S3: 判断 $\Delta \geq 0$ 是否成立,若成立得 $x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$;

若不成立,说明方程无实数解.

点击: 判断 Δ 的符号,然后视结果采取不同的做法.

例3 设计一个算法,找出1到1000以内是17的倍数的数.

分析 $17 \times 1, 17 \times 2, 17 \times 3, \dots, 17 \times n$ 都是17的倍数.要找出1000以内17的倍数,我们可以设计一个“判断器”:“ $17 \times n$ ”,并赋予 n 的初始值1,从1开始检验,每执行1次后, n 的值增加1,直至 $17 \times n$ 的值超出1000结束.也可以先赋0给 m ,然后将 m 依次不断地加1,每加1次,就将 m 除以17,若余数为0,则 m 就是一个17的倍数.还可以使用累加的思路来设计算法,因为17是17的最小的倍数,所以 $17, 17+17, 17+17+17, \dots, 17+17+\dots+17$ 都是17的倍数.

解法一 S1: $n \leftarrow 1$;

S2:输出 $n \times 17$ 的值;

S3: 将 n 增加 1, 若 $n \times 17$ 的值不超过 1000, 则回到 S2, 否则程序结束.

解法二 S1: $m \leftarrow 0$;

S2: 将 m 加 1, 若 m 除以 17, 余数为 0, 则找到一个 17 的倍数 m , 将其输出;

S3: 若 $m \leq 1000$, 则回到 S2, 否则程序结束.

解法三 S1: $x \leftarrow 17$;

S2: 输出 x 的值;

S3: 将 x 值增加 17, 若没有超过 1000, 则回到 S2, 否则程序结束.

点评: 本例的三个解法中都出现了“回到 S2”, 这是一个循环问题, 循环的目的在继续执行程序, 直至完毕.

点击: 借助于一定的循环是解决这类问题的好方法.

2. 画流程图

例 4 已知三角形的三条边的长分别为 a 、 b 、 c , 设 $P = \frac{1}{2}(a+b+c)$, 则三角形的面积

$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$, 这个公式称为海伦-秦九韶公式. 写出用这个公式求三边长分别是 2、3、4 的三角形的面积的算法, 并画出流程图.

分析 a 、 b 、 c 是三角形的三条边的长已经明确了, 所以不需要鉴定 $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$, $a+b > c$, $b+c > a$, $a+c > b$. 本例适用顺序结构.

解 算法:

S1: $a \leftarrow 2, b \leftarrow 3, c \leftarrow 4$;

S2: 计算 $P \leftarrow \frac{1}{2}(a+b+c)$;

S3: 计算 $S \leftarrow \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$;

S4: 输出 S .

流程图如图 1-5 所示.

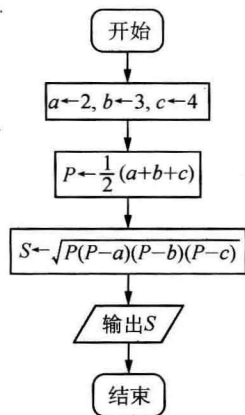


图 1-5

点评: 顺序结构只要按一定的顺序进行赋值和计算, 不需要判断和循环. 在画流程图时, 要先写出算法, 然后画出流程图, 图例一定要规范.

例 5 函数 $y = \begin{cases} 2x+3, & x > 0, \\ -x^2+2, & x \leq 0, \end{cases}$ 写出求该函数的函数值的算法, 并画出相应的流程图.

分析 分段函数因自变量在不同的范围内取值而选用不同的函数的解析式, 当给出一个自变量 x 的值求与它对应的函数值时, 必须先判断 x 的范围, 然后确定用对应的函数解析式计算函数值. 该例仅用顺序结构是不够的, 算法中要增加判断 x 范围的步骤, 流程

图中也应相应加入判断框,应运用选择结构.

解 算法如下:S1:输入 x ;

S2:如果 $x > 0$,那么 $y \leftarrow 2x + 3$,否则 $y \leftarrow -x^2 + 2$;

S3:输出函数值 y .

流程图如图1-6所示.

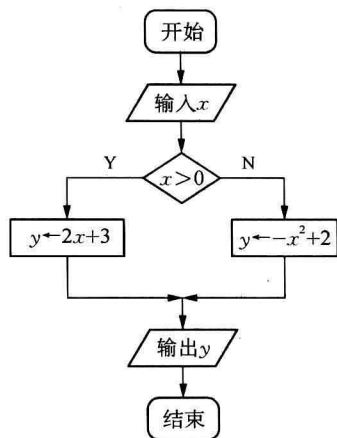


图1-6

点评: 1. 凡必须先根据条件做出判断,然后再决定进行哪一种操作的问题,在画流程图时,必须引入判断框以运用选择结构.

2. 含选择结构而不含循环结构算法题型常有:

①分段函数求值问题;②实数 a 、 b 、 c 、 d 排序;③从实数 a 、 b 、 c 、 d 中找出一个最大(或最小)的数;④含字母系数的一元一次方程、一元二次方程的求解问题等.

例6 如图1-7所示的流程图中,如果输入三个实数 a 、 b 、 c ,要求输出这三个数中最大的数,那么在空白的判断框中,应该填入下面四个选项中的 ()

A. $c > x$

B. $x > c$

C. $c > b$

D. $b > c$

分析 本题考查流程图知识及逻辑思维能力. 引入参量 x , 存放最大的数.

解 第一个判断框是比较 b 与 x 的大小,第二个是比较 c 与 x 的大小,所以应填 $c > x$. 故选A.

点评: 算法的考查常采用选择或填空的方式,先找出 a 、 b 中的较大者,再把结果与 c 比较.

例7 设计求 $1+3+5+7+\cdots+31$ 的算法,并画出相应的流程图.

分析 由于加数较多,不采用逐一相加的思路,要引入变量,运用循环结构解决问题,但要注意前后两个加数依次相差2,因此计数量是顺加2的,在设计算法时要注意这一点.

解法一 算法如下:

S1: $p \leftarrow 0$;

S2: $i \leftarrow 1$;

S3: 当 $i \leq 31$ 时, $p \leftarrow p + i$, 执行S4, 否则执行S5;

S4: $i \leftarrow i + 2$, 执行S3;

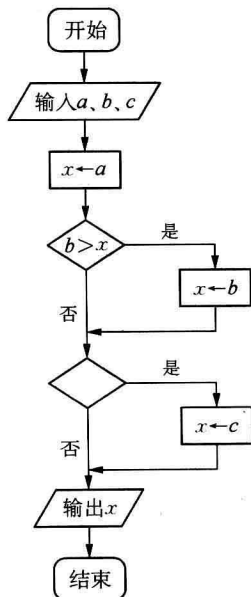


图1-7

S5: 输出 p 的值.

根据以上步骤, 可以画出如图 1-8 所示的算法流程图.

解法二 算法如下:

S1: $p \leftarrow 0$;

S2: $i \leftarrow 1$;

S3: $p \leftarrow p + i$;

S4: $i \leftarrow i + 2$;

S5: 如果 i 不大于 31, 返回重新执行 S3、S4、S5, 否则, 算法结束, 最后得到的 p 值就是 $1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 31$ 的值;

S6: 输出 p 的值.

根据以上步骤, 可以画出如图 1-9 所示的算法流程图.

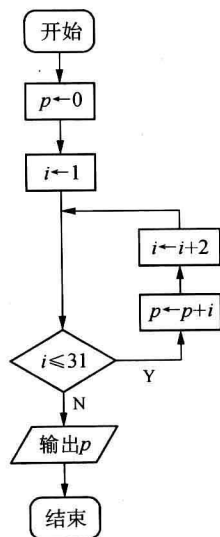


图 1-8

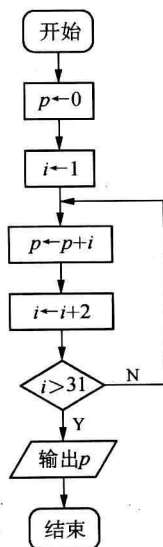


图 1-9

点击: 解法一采用当型循环, 解法二采用直到型循环.

点评: 本题是连加问题, 代表了一类相邻两个数的差为常数的求和问题的解法, 在设计算法时要注意前后两个加数相差 2, 此时计数变量 $i \leftarrow i + 2$, 如果计算 $1 + 4 + 7 + 10 + 13 + 16 + \cdots + 31$, 此时计算变量为 $i \leftarrow i + 3$, 要灵活地改变算法中的相应部分. 当满足 $i > 31$ 时循环结束, 注意结束的条件不能写错.

点击: 在读流程图时常常列一张表格, 跟踪分析各个量的取值, 尤其是初始的几组值和最后的一组值.

**【视野拓展】**

1. 有8个小球,其中7个重量相同,仅有一个较重,用天平如何称出那个重的小球? 写出一个解决该问题的算法.

解 算法一:

把8个小球分成四组,依次将每组2个球放在天平上(一边一个),直到某一组天平不平衡,就可确定重的小球,最多需称4次.

算法二:

① 从8个小球中任取6个小球,将这6个小球每边3个置于天平上;

② 若天平平衡,则表明重的小球在剩余的2个小球中. 只需将那两个小球放在天平上再称一次就可以找到重的那个小球;

③ 若天平不平衡,则从较重的一边的3个小球中任取2个小球称量. 若平衡,则剩下的那个即为要找的小球;若不平衡则重的那边就是要找的小球.

算法二只要称两次就能确定重的小球.

思考: 如果8个小球中有7个重量相同,另一个重量不相同(重或轻),如何称量确定呢?

点评: 从以上问题可以看出,同一个问题可能存在着多种算法,其中一些可能要比另一些好. 在实际问题 and 算法理论中,找出好的算法是一项重要的工作.

2. 用二分法设计一个求方程 $x^2 - 5 = 0$ 近似根的算法和流程图,要求近似值与精确值的差小于 0.0005.

分析 令 $f(x) = x^2 - 5$. 显然 $f(2) < 0$, $f(3) > 0$, 故方程根必在 2 和 3 之间.

当 $x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$ 时, $x_0 = 2.5$, 经计算 $f(2.5) > 0$, 故根必在 2 和 2.5 之间. 依此类推,直到两端点值的差的绝对值小于 0.0005,就可得到方程的近似根. 下面引入变量,借助于循环给出下列有利于计算机执行的算法.

解 算法如下:

S1: 令 $a \leftarrow 2$, $b \leftarrow 3$;

S2: 计算 $c = \frac{a+b}{2}$;

S3: 计算 $f(c) = c^2 - 5$ 的值,并判断 $f(c)$ 的符号.

若 $f(c) = 0$, 则输出根 c 和 $-c$, 结束算法; 若 $f(c) \neq 0$, 则继续执行 S4;

S4: 判断 $|a - b| < 0.0005$ 是否成立.

若成立, 则结束算法, 输出根 c 和 $-c$, 结束算法;

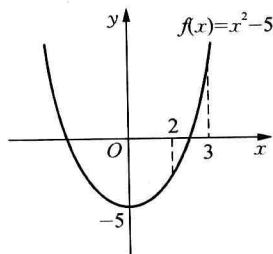


图 1-10

若不成立,继续执行 S5.

S5:如果 $f(c) > 0$,则 $b \leftarrow c$,否则 $a \leftarrow c$,执行 S2.

流程图如图 1-11 所示.

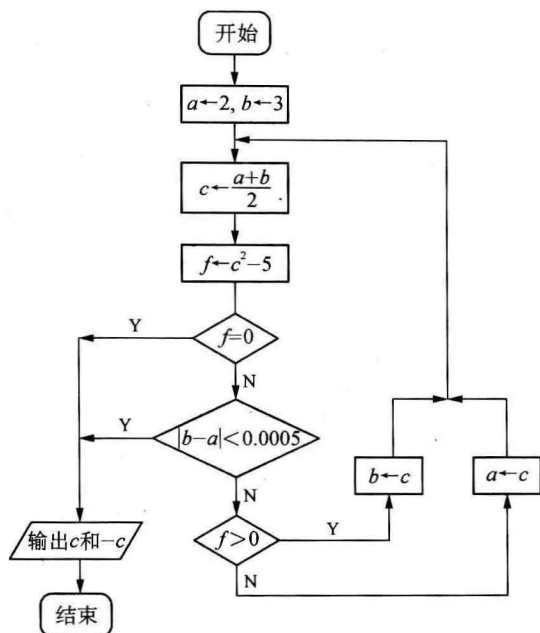


图 1-11

说明: 始终用 a 、 b 表示根所在区间的两个端值,用 c 表示区间的中值.

基础训练

1. 计算半径为 10 的圆的周长的一个算法如下:

S1: $r \leftarrow 10$;

S2: _____;

S3: _____.

2. 下面给出的计算 $2 + 4 + 6 + \cdots + 100$ 的算法中正确的是_____.

① S1: 输入 n ; S2: $S \leftarrow \frac{1}{2}(n+1)$; S3: 输出 S .

② S1: $p \leftarrow 0$; S2: $i \leftarrow 1$; S3: $p \leftarrow p + i$; S4: 如果 $i \leq 100$, 则返回 S3, 否则执行 S5; S5: 输出 p .

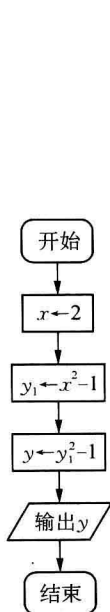
③ S1: $p \leftarrow 0$; S2: $i \leftarrow 1$; S3: $p \leftarrow p + i$; S4: $i \leftarrow i + 2$; S5: 如果 $i \leq 100$, 则返回 S3, 否则执行 S6; S6: 输出 p .

④ S1: $p \leftarrow 0$; S2: $i \leftarrow 2$; S3: $p \leftarrow p + i$; S4: $i \leftarrow i + 2$; S5: 如果 $i \leq 100$, 则返回 S3, 否则执行 S6; S6: 输出 p

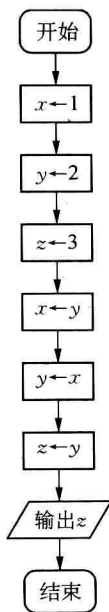
3. 写出求 $1+2+3+4+5+6$ 的一个算法.

4. 设计一个算法, 对于任意的 3 个整数 a, b, c , 求出其中最小的值.

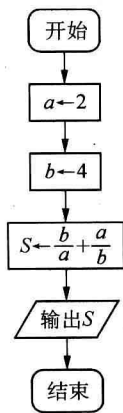
5. 如图所示的流程图最终输出的结果是_____.



(第5题)

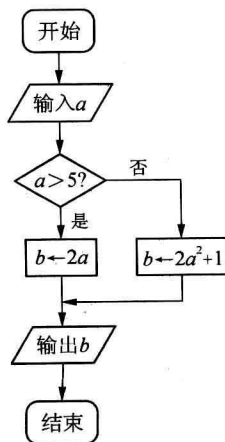


(第6题)

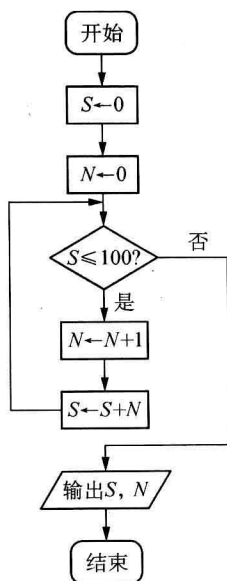


(第7题)

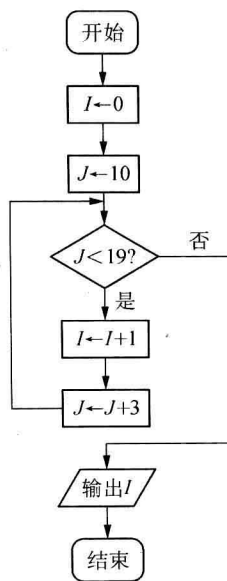
6. 如图所示的流程图输出的结果是_____.
7. 如图所示的流程图输出结果是_____.
8. 在如图所示的流程图中, 若 $a = 5$, 则输出 $b =$ _____.
9. 如图所示的流程图输出结果是_____.
10. 按如图所示的流程图运行后, 输出的 I 的值为_____.
11. 如图所示的是计算 $S = 1 + 2 + 4 + 7 + 11 + \dots$ 的前 20 项和的流程图, ①处应填_____.



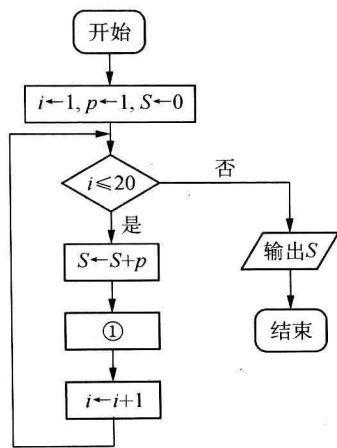
(第8题)



(第9题)

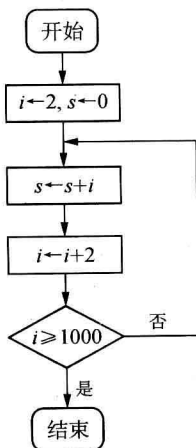


(第10题)

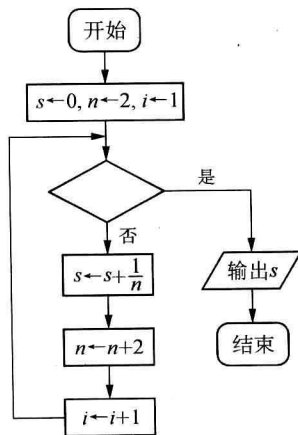


(第11题)

12. 如图所示的流程图,其循环体执行的次数是_____.



(第12题)

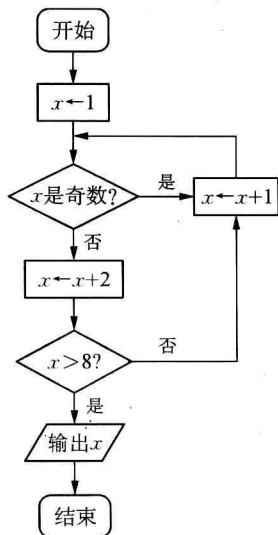


(第13题)

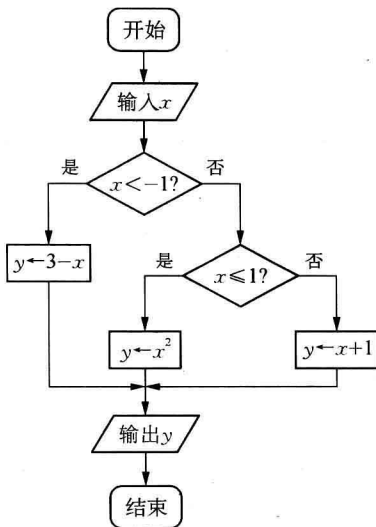
13. 如图给出的是计算 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \cdots + \frac{1}{20}$ 的值的一个流程图,其中判断框内应填入的关于 i 的条件是_____.

14. 画出计算 $1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \cdots \times 97 \times 99$ 的值的流程图.

能力提高

 15. 如图所示的流程图输出值 $x =$ _____.


(第15题)

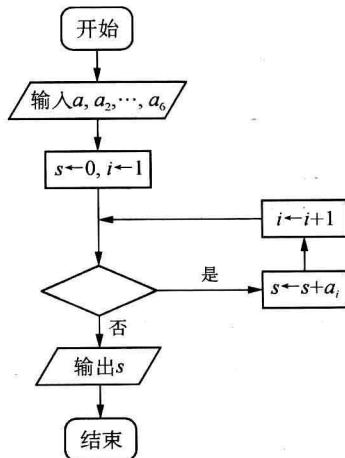


(第16题)

 16. 在如图所示的流程图中,若输出的 y 值的范围是 $[0, 10]$, 则输入的 x 的值的范围是 _____.

17. 某篮球队 6 名主力队员在最近三场比赛中投进的三分球个数如下表所示:

队员 i	1	2	3	4	5	6
三分球个数	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6

 统计该 6 名队员在最近三场比赛中投进的三分球总数的流程图如图所示, 则图中判断框应填 _____, 输出的 $s =$ _____.


(第17题)

 18. 已知函数 $y = \begin{cases} (x-1)^2, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ (x+1)^2, & x < 0, \end{cases}$ 如图所示是计算函数值 y 的流程图, 则空白框中应该填上 _____.