



数学教育研究基础丛书

Fundamental Series for Mathematics Educational Studies

顾泠沅/主编

张维忠/著

数学教育中的 数学文化



MATHEMATICS CULTURE IN MATHEMATICS EDUCATION



YZLI0890146782

上海教育出版社



数学教育研究基础丛书

Fundamental Series for Mathematics Educational Studies

顾冷沅/主编

张维忠/著

数学教育中的 数学文化



YZLI0890146782

上海教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学教育中的数学文化 / 张维忠著.

—上海: 上海教育出版社, 2011.9

ISBN 978-7-5444-3621-2

I. ①数… II. ①张… III. ①数学课—教学研究—中小学

IV. ①G633.602

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第129397号

丛书策划编辑 赵海燕

责任编辑 赵海燕 陈洪杰

装帧设计 郑 艺

数学教育研究基础丛书

数学教育中的数学文化

张维忠 著

出版发行 上海世纪出版股份有限公司

上海教育出版社

易文网 www.ewen.cc

地 址 上海永福路123号

邮 编 200031

经 销 各地新华书店

印 刷 上海市印刷十厂有限公司

开 本 787×1092 1/16 印张 17.25 插页 2 字数 333,000

版 次 2011年9月第1版

印 次 2011年9月第1次印刷

印 数 1-5,000

书 号 ISBN 978-7-5444-3621-2/G·2798

定 价 42.00元

(如发现质量问题, 读者可向工厂调换)

丛 书 序

—

2004年元宵刚过,十多位数学教育方向的年轻博士,聚集在上海市教育科学研究院。他们中有华东师范大学王建磐校长和我所带的五届学生,还有北京师范大学林崇德的学生、香港大学梁贯成的学生等。久未谋面,话题特别多,谈得最集中的是数学教育研究中的问题与困惑。整个白天谈不完,晚上移师瑞金宾馆再继续,而且还邀请了我的两位同事与朋友——上海市教科院教师发展中心主任周卫和上海市教育报刊总社副社长陈亦冰。真是一个令人难忘的夜晚,就在那天,大家不约而同地意识到,年轻人重任在肩,群策群力编撰一套数学教育研究基础丛书,条件似已初具,于是策划了一个初步的方案。此后每年有一或两次碰头,分工有所调整,人员不断扩大。但编著原则不变:不求急就,力戒浮躁,成一本,出一本。四五年过去了,当可逐一考虑出版。

其实,这也是我们这一代人的一个企盼。我从大学数学系毕业,后来主持青浦教育改革实验,做到1987年,国家教育委员会要我攻读研究生,名为在职读书,实为补上教育基本理论这一课。当时全国没有数学教育的博士点,我的导师刘佛年校长召集华东师范大学不同系所的六位著名教授联合培养,可是,全程六年就是没有数学教育的课程。1999年,王建磐校长邀我合作创建数学教育的博士方向,设在课程与教学论专业,全国招生,至今已满十届。平心而论,我们藉以培养学生的数学教育内容,虽有初步框架,但仍然是数学与教育学、心理学的“领养儿”,尚无自己的独立品格。这是个跨世纪的期待。如今一批年富力强的精英,志愿自己组织力量来打造研究的基础,当然是件特别有意义的事情。于是我建议,这套丛书要由“1960后”的中青年人来担纲,理由是只有他们才有15年至30年的时间来初成并打磨出自己的力作。

—

17世纪中叶,夸美纽斯号召“把一切事物教给一切人”,他的百科全书式的教材——《世界图解》,包括自然、人类活动、社会生活和语言文字诸方面,还没有独立成科的数学。数学成为普通学校的一个科目,那是18世纪的事。因此不少学者以为,严格地说学校数学教

育萌芽于 18 世纪. 究其内容, 仍沿袭古希腊以来重视“和行动没有关系的真科学”(如数论和抽象的几何学)的传统, 几何学就是欧几里得《几何原本》的最初六卷, 代数学和三角限于 17 世纪前材料的简缩. 这一现象一直延续到 19 世纪之末, 随着近代科学的迅速崛起和各国产业革命的深远影响, 数学教育才有了迟来的觉醒.

20 世纪的数学教育风云迭起. 回望这一百年, 首先是出现所谓改造运动, 冲破以往数学教育纯粹理性的象牙之塔, 倡导应用的特别重要性. 1901 年, 彼利(J. Perry)在英国科学协会作“启蒙的改造”的演讲, 主张由实践发现数学的法则, 不光是说些教授的技巧. 几乎与此同时, 克莱因(F. Klein)在自然科学会议席上作“对于中学数学和中学物理的注意”的演讲, 推动了德国的新主义数学并形成“梅兰要目”; 慕尔(E. Moore)在美国数学会年会上发表“数学之基础”的会长演讲, 指责初等数学范围内“理论和应用的划界分疆”, 提出数学教育的根本问题是两者的“融合”, 使数学、物理和日常生活有密切的关系. 这场运动开启了将数学教育作为研究对象的思想闸门. 然而, 紧接着的是两次世界大战的相继爆发, 战争带来了混乱, 刚开始发生变化的数学教育, 有的搁置了, 有的倒退了, 当然也有像美国那样受战争影响小, 可收渔翁之利、得以继续推进的. 当时教育界所谓传统派与现代派、接受式学习与活动式学习的激烈争论, 对于美国数学教育的实用主义倾向起了推波助澜的作用.

接着, 到了 50—60 年代, 由于苏联人造卫星上天, 引起了美国的教育改革, 首当其冲的是数学教育, 这就是遍及欧美诸国的新数学运动, 推行数学教育的现代化. 其中布鲁纳(J. Bruner)主张任何年龄的儿童都能学会任何深奥的学问, 只要加以针对性的处理. 改革中采纳了现代纯数学高度抽象和形式化的许多特点, 例如小学引入集合, 初中讲代数结构与逻辑结构, 线性代数取代解析几何, 再对微积分作形式改造等, 几乎完全忽视对数学应用的考虑; 方法上沿袭当时工业界用于技术开发的模式, 先由专家学者研发然后自上而下推行, 这样的变动严重脱离儿童的认识实际和常态的学校生活, 既缺乏广大家长的支持, 又没有必要的师资准备, 结果陷入困境. 整个 70 年代, 世界各国纷纷处于回到基础的调整阶段.

最后, 进入 80—90 年代, 数学教育改革重又蓬勃发展起来, 这一浪潮以学生学习数学为立场, 关注课程内容、教师培养和教学研究、课堂情境及其相互影响, 主要有问题解决、非形式化和大众数学等口号的提出, 还有计算机和计算器的使用. 改革又一次点燃争论, 比如美国教育界的“数学大战”. 数学的学习, 走问题化之路, 还是结构化之路; 要学习的过程, 还是要学习的结果; 浪漫的合情推理与严格的逻辑演绎、探究学习与基本训练, 等等. 直到 20 世纪末, 争论才以调和的方式告一段落, 叫做平衡基本技能、概念理解和问题解决. 2008 年 4 月, 美国“国家数学咨询委员会”公布《成功需要基础》的总结性报告, 重申基础的重要性, 提倡“阶梯式”进步的理念.

在我国, 学校普遍开设数学课程, 当在辛亥革命(1911 年)之后, 至今也是一百年. 开始时移学日本, 后曾模仿美国. 新中国成立之初, 基本上照搬苏联. 后来经过 50—60 年代的大

跃进和调整巩固,60—70年代的“文革”和拨乱反正,直到始于20世纪70年代末的改革开放.数学教育的撞击和动荡随处可见,其中有活跃也有纷乱,有繁荣也显无力,思想多元了,观点分歧了,但这正是时代复兴的伟大征兆,这正是诞生适合自己的数学教育之路的前夜.

三

我国学者关于数学教育的早期研究,不能不关注陈建功先生的“20世纪的数学教育”一文(原载《中国数学杂志》第一卷第二期,1952年).该文提出了支配数学教育目标、材料和方法的三大原则,他写道:(1)实用性的原则,数学在日常生活中的广泛实用价值,自然科学、产业技术、社会科学的理解、研究和进展都需要数学.假如数学没有实用,它就不应该编入教科书之中.(2)论理的原则,数学是由推理组成的体系,推理之成为说理体系者,限于数学一科.忽视数学教育论理性的原则,无异于数学教育的自杀.(3)心理的原则,站在学生的立场,顺应学生的心理发展去教学生,才能满足他们的真实感.学生不发生任何真实感的教材,简直没有教育的价值.而且提出三原则必须统一,心理性和实用性应该是论理性的向导;选择教材不应该先将实用性和论理性分别采取,然后合拢,数学的真理性具有向实在进展和内部对应联系的两面,两面不会分道扬镳、各自存在.据此三原则,陈先生评述了20世纪以前数学教育偏重理论、排斥应用的弊病,肯定了20世纪初彼利等改造运动的重要意义.更为有趣的是,这一世纪后来相继出现以结构主义为特征的新数学运动和站在学生学习立场的第三波浪潮,竟然都是三原则的各自倚重和摇摆,而最终却都以平衡各方为结局.

把数学教育作为一种理论来研究,荷兰数学家和数学教育家弗赖登塔尔(H. Freudenthal)在国际上作出了重大贡献.他于1967年至1970年间任国际数学教育委员会(ICMI)主席,在他倡议下召开了首届国际数学教育大会.他认为,数学源自常识,人们通过自身的实践与反思,把这些常识组织起来,不断在横向或纵向上系统化.因此,他提出数学学习主要是如前所说的“数学化”,或者是进行“再创造”,从而培养学生自己获取数学的态度,构建自己的数学.弗赖登塔尔从数学发生发展的特有过程出发,架设了一条通往教育的桥梁.1987年冬,他曾应邀来华讲学.他的《作为教育任务的数学》一书和许多独特而深刻的见解,在我国广为传播.与数学家迥然不同,心理学与现代认知理论却以精密研究的姿态介入到数学学习的探讨中来,从行为分析到认知理论,从建构主义到情境学习,视角新颖,有的还切中当今数学教育的流弊,一时间如异军突起,影响颇深,推动了数学教育科学化的进程.但是,科学方法对人的心理研究毕竟处于比较肤浅的程度,一旦用于数学,显见其琐碎与凌乱.学习的理论与数学教育的现实,还是一个未曾跨越的缺口,基础演绎的数学教育研究尚在起始阶段.与此同时,致力于扎根、总结、归纳、借鉴乃至升华的事情尤须实实在在

地做。于是,凭借教育工作领域严格分门别类的研究骨架终于被多数人接纳。20世纪80年代美国凯伦(T. Kieren)的“数学教育研究——三角形”一文也被介绍到我国,他把数学教育研究比作一个三角形,三个顶点分别是课程设计者、教师和学生,对应着课程、教学和学习“三论”;三角形的内部以儿童和成人实际学习数学的经验为兴趣中心,包括① 数学教师在备课、教学和分析课堂活动时所做的非正式研究,② 定向观察,③ 教学实验;三角形的外部有数学、心理学、哲学、技术手段、符号语言等很多方面。这一图式在数学教育理论框架的初建中影响较大,但它显然并不仅仅适用于数学教育,而是属于通式的分类。

就数学学科本身的特点来说,中西方的差别也非常值得注意,这对中国特色的数学教育理论不可或缺。吴文俊先生在20世纪80年代发表了《对中国传统数学的再认识》、《出入相补原理》等多篇文章,明确指出:以《几何原本》为代表的欧几里得体系,着重抽象概念与逻辑思维以及概念与概念之间的逻辑关系,表达形式由定义、公理、定理、证明构成;而我国的传统数学,以《九章算术》为例,基本上是一种从实际问题出发,经过分析提炼出一般的原理、原则与方法,以最终达到解决一大类问题的体系。吴先生所说的两种思维各具特色,一直发展到当代公理化与算法化的两大分野。两种思维、两大分野的融会,也许能为数学教育新体系的建立提供思路。看来我们对中华文化中的精华还是不能妄自菲薄的。

四

然而,中国文化绝非仅执实用一端,而是讲求明体达用,体用同源。这里的“体”是个相对稳定且一以贯之的系统,而“用”则随时随物而变具有区别对待的特性。西方人侧重达用,中国人素好明体。与欧美学者接触,他们讲区别,我们说求同;他们讲变易,我们说万变不离其宗;他们赞赏不同意见和对立,我们崇尚中和与圆融;他们善用形式逻辑,我们喜好辩证思维。如此巨大的文化差别,在世纪之交竟以“悖论”的形式呈现了一个国际关注的热点:华人如何学习数学。20世纪80年代以来,一方面,中国学生无论在数学测试的国际比较,还是奥林匹克数学竞赛中,表现都优于西方学生;另一方面,许多西方研究者认为,中国学生的学习环境不太可能产生好的学习,比如教师单一讲授、低认知水平的频繁考试等,被形容为被动灌输和机械训练。这种看似矛盾的结果引出了深入的讨论,有的认为是由于有好的课程,有的认为是由于教师的有效教学,关注扎实的基础知识和基本技能的学习,也有的认为这是华人家庭、社会特有的包括考试在内的文化支撑。个中原因,还在进一步的研究中。

这里,我们不妨从另一角度去看看,前面说到美国《成功需要基础》的总结报告,它针对美国数学教育重点不清、逻辑关系不明等要害,在改进的要点中强调重点突出、基础扎实、前后连贯这三条,其中国文化元素的浓重色彩,当是不言自明的。事实上,我国的百年数学

教育,尤其是新中国成立以来,经历正面如传统经验的深厚积淀,反面如“文革”的一时劫难,再加上最近30年来的改革开放,吸纳世界上各种先进的教育理念与精神,在整个“正反合”的洗礼中,中国数学教育改革取得的如下原则是宝贵的:第一是兴趣与爱好,没有兴趣没有学习,不讲致用、缺乏责任难有好的数学学习.第二是循序渐进的儒家文化,数学教学尤其要讲究有层次推进的中国理念,这已被境内外广泛推崇.第三,实践和探索中的感悟,尤其是数学活动经验中的学习、数学思想方法的累积,这是实践型、创新型人才培养的途径,但这一条正是我国数学教育的软肋,进一步的改革却要在在这方面苦意极思、痛下工夫.第四,反省和反馈,作为掌握知识技能、激励信心和创造精神的有力保障,已成为反思文化的重要组成部分.

五

一种文化有了深厚的根,才能吸收外来文化.无根而移用,屡试屡挫.今天,世界的数学教育不能不包括中国的数学教育,并作为其发展的重要组成部分;我们也应把我国数学教育的基础研究与发展置于全球数学教育的视野之中.在策划并撰写本套丛书的时候,大家都清醒地意识到这一点.这件事要真正做到家,恐怕需要几代人的努力.我们这一代人,不过是铺路的石子,中青年学者来日方长,分步走是个办法.首先尽量翔实地收集国际、国内数学教育研究的有关资料、基础性观点和重要样例;然后是在枚举基础上的分类与梳理,逐步做到明源头、辨流派,适当附以评论;完成了这两步之后,才是力图形成一定的体系,抒发著者的独立见解.整个丛书的编撰过程,本身就是个完整的研究过程.现在付梓的几本,也许仅是属于开头一两步的初成之作.在此,我代表著者诸君,诚恳地希望读者阅读后多提意见,以备日后进入后两步时采纳.在这里,我想所谓好的研究者,应该是这样的人,他用自己的脚走别人没有走过的路,而平庸的研究者不仅走现成的路,而且永远拄着别人的拐杖.

最后,本丛书的编撰,各位中青年学者、教授在繁忙的工作之余付出了艰辛的劳动,他们常常夜以继日地写作,每年还要挤出时间认真参加丛书碰头会,为此,对他们表示深深的谢意.还要感谢上海市教育科学研究院的杨玉东博士在联络各位著作者中所做的出色工作,感谢上海教育出版社王耀东、刘懿和赵海燕三位对出版本丛书的支持和指导,使本丛书得以呈现在广大读者面前.

顾冷沅

2009年新春

第 1 章 数学文化概述	001
§ 1.1 文化与数学文化的含义	/ 002
§ 1.1.1 文化的含义	/ 002
§ 1.1.2 数学文化的含义与特征	/ 005
§ 1.2 数学与文化	/ 016
§ 1.2.1 数学对文化的影响	/ 016
§ 1.2.2 文化对数学的影响	/ 022
§ 1.2.3 数学的文化价值	/ 025
§ 1.2.4 数学发展的动力和规律	/ 030
参考文献	/ 033
第 2 章 数学发展的文化反思	037
§ 2.1 中西方古代数学发展的文化反思	/ 038
§ 2.1.1 古希腊和中国古代数学发展阶段概述	/ 038
§ 2.1.2 《九章算术》与《几何原本》比较及其社会文化意义	/ 040
§ 2.2 中西方近现代数学发展的文化反思	/ 059
§ 2.2.1 中西方近现代数学发展概述	/ 059
§ 2.2.2 近现代数学与应用的巨大变化及其社会文化意义	/ 060
参考文献	/ 069
第 3 章 数学课程与教材中的数学文化	071
§ 3.1 数学课程中的数学文化	/ 072
§ 3.1.1 国外数学课程中的数学文化	/ 072

§ 3.1.2 国内数学课程中的数学文化	/ 076
§ 3.2 数学教材中的数学文化	/ 087
§ 3.2.1 国外数学教材中的数学文化	/ 087
§ 3.2.2 国内数学教材中的数学文化	/ 091
参考文献	/ 112
第 4 章 数学教学中的文化素材	115
§ 4.1 艺术中的数学文化	/ 116
§ 4.1.1 诗歌与数学	/ 116
§ 4.1.2 美术与数学	/ 124
§ 4.1.3 音乐与数学	/ 133
§ 4.2 邮票上的数学文化	/ 138
§ 4.2.1 改变世界面貌的十个数学公式	/ 138
§ 4.2.2 国际数学家大会	/ 143
§ 4.3 黄金比例与斐波那契数列中的数学文化	/ 146
§ 4.3.1 “黄金比例”的提出	/ 146
§ 4.3.2 斐波那契数列	/ 151
§ 4.3.3 黄金比例与斐波那契数列的关联	/ 152
参考文献	/ 155
第 5 章 基于数学文化的教学案例与教学模式	157
§ 5.1 基于数学文化的教学案例	/ 158
§ 5.1.1 课堂实录	/ 158
§ 5.1.2 专题研究	/ 178
§ 5.2 基于数学文化的教学模式构建	/ 189
§ 5.2.1 案例评述与教学建议	/ 189
§ 5.2.2 基于数学文化的教学模式	/ 197
参考文献	/ 205
第 6 章 相关研究展望	207
§ 6.1 民族数学	/ 208
§ 6.1.1 民族数学的产生与发展	/ 208

§ 6.1.2	民族数学的研究领域	/ 211
§ 6.1.3	民族数学与数学课程教学改革	/ 212
§ 6.2	多元文化数学	/ 218
§ 6.2.1	多元文化数学的几则案例	/ 218
§ 6.2.2	多元文化观下的数学课程	/ 236
§ 6.2.3	多元文化观下的数学教科书	/ 242
§ 6.3	数学文化与数学学习	/ 245
§ 6.3.1	学生数学认知具有文化相关性	/ 246
§ 6.3.2	学生的文化认知特点	/ 248
§ 6.3.3	数学文化在数学学习中的表现形态	/ 249
§ 6.4	文化传统与数学教育现代化	/ 253
§ 6.4.1	数学教育现代化研究的历史回顾	/ 253
§ 6.4.2	研究的指导思想、主要内容和方法	/ 255
§ 6.4.3	理论与实践的探索	/ 256
	参考文献	/ 261
	后记	/ 264

第 1 章

数学文化概述

§ 1.1 文化与数学文化的含义

§ 1.1.1 文化的含义

§ 1.1.2 数学文化的含义与特征

§ 1.2 数学与文化

§ 1.2.1 数学对文化的影响

§ 1.2.2 文化对数学的影响

§ 1.2.3 数学的文化价值

§ 1.2.4 数学发展的动力和规律

近几十年来,数学在科学和社会生活中的重要性日益增加,应用领域不断扩大.人们不仅从数学思想、方法的角度,而且从文化的角度领略数学的全貌和魅力,数学是人类文化的重要组成部分已逐渐成为人们的共识.数学教育界对“数学文化”的关注更是前所未有,不仅教育部出版的《普通高中数学课程标准(实验)》把数学探究、数学建模、数学文化列为高中数学的教学内容,数学新课程实验教材各学段都渗透了数学文化,要求体现数学的文化价值;而且目前全国多所高等师范院校、综合性大学的数学专业及公共选修课,都在以不同形式开设“数学文化”选修课,并以此作为大学生素质培养的一个手段.(顾沛,2009)在对数学教育中的数学文化展开全面探讨之前,先有必要对数学文化作全面的评介与梳理.

§ 1.1 文化与数学文化的含义

§ 1.1.1 文化的含义

谈到数学文化,就涉及一个如何界定文化的问题,虽然这个问题颇棘手,但它是本书不可或缺的内容.文化,是一个内涵丰富、外延广泛、意义宏大的词语.英语中“文化”一词源于拉丁语,其本意为耕耘、培育等;后衍生为“耕耘智慧”、“精神耕耘”、“智力培育”等.在西方社会,当代人将“文化”宽泛地定义为包括人类创造的一切精神与物质财富;而民众的通俗用语中,将简单的学习识字叫做学文化,或将一般知识水准叫做文化水平等.在中国古代,文化的本义是指“以文化人”,即使用非武力的方式来征服、教化民众.而激化之滥觞,则始于神农、黄帝教民用火熟食、种植谷物,进而识数、知阴阳.这与拉丁语的 *cultura*(文化)相通,其所指“耕作、修理、收拾、修整”,兼具教养与养植栽培两义.体现出世界各古文明地区同以“农业”为教养之始、人兽之界的观点.

文化似乎是一个无法定义的原始概念.大家都在使用这个词汇,却并没有就其准确的含义达成一致.在本质上,文化是一种传统与历史积淀的东西,是一种思想惯性的产物,是某个社会集团共同拥有的“集体性”的观念、思维和行为方式.某种文化的特征在于其有别于其他文化的独特的符号系统.从这个意义上讲,是差异与不同造就了文化.也是在不同之中,文化响起了兴盛的号角或落下衰亡的帷幕.

文化本身无对与错、好与坏的固有属性.但在文化比较中,在具体的历史境遇中,不同文化会显现其在实践效果中的优与劣.比如两种文化相遇时,一种文化被另一种文化同化.因此,文化也可以按照某种标准划分,比如科学文化与人文文化;先进文化和落后文化;物质文化和精神文化.

自 20 世纪以来,特别是第二次世界大战以来,文化一直是世界范围内探讨的热门话题,许多研究者从自己所属学科的研究对象出发,对文化的定义提出了各自的界说.文化的概念众说纷纭,可以从不同的视角和维度来建构,总体来说有狭义和广义之分.狭义的文化即观念的文化,是由某种知识、规范、行为准则、价值观等人们精神或观念中的存在构成,是某一人群所共享的、社会承传下来的知识和意义的公共符号体系的理论共识;广义的文化是人们对文化现象最为抽象、最为一般的规定,即文化是与自然相对的概念,它是人类在社会活动(非遗传、非本能的)中创造并保存的内容总和.英国人类学家泰勒(E. B. Tylor, 1832—1917)在《原始文化》(*Primitives Culture*)一书中曾给出文化的经典性定义:“文化,乃是包括知识、信仰、艺术、道德、习俗和人所获得的能力和习惯在内的复杂整体.”(Tylor, 1992)在现代人类文化学的研究中,关于文化的一个较为流行的定义是:这是指由某种因素(居住地域、民族性、职业等)联系起来的各个群体所特有的行为、观念和态度等,也即是指各个群体所特有的“生活(行为)方式”.(郑毓信等, 2000)1952 年,美国人类学家克鲁伯(A. L. Kroeber)和克拉克洪(C. Kluckhohn)在他们的合著中说,从 1871 年到 1951 年的 80 年间,关于文化的定义就有 160 余种,他们还将这些定义归纳为如下六种类型(A. L. Kroeber et al., 1952):

描述性定义.认为文化是包括知识、信仰、艺术、道德、法律及习俗等的复杂整体.

历史性定义.认为文化是人类一代又一代相传、积累而成的社会性遗产的总和.

规范性定义.认为文化是一种生活和行为方式,提供模型、风格和准则.

心理性定义.认为文化是一种学习过程.学习对象包括传统的谋生方式和反应方式,以其有效性而为社会成员所普遍接受.

结构性定义.认为文化是概括各种外显或内隐行为模式的概念.文化的基本内核来自传统,其中价值观念最为重要.文化是人类的创造物,它又是制约、限制人类活动的重要因素.

遗传性定义.主要关心文化的来源、存在及其继续生存的原因等.

在此基础上提出了他们的文化定义:文化是由外显的和内隐的行为模式构成;这种行为模式通过象征符号而获得和传递;文化代表了人类群体的显著成就,包括它们在人造器物中的体现;文化的核心部分是传统(即历史地获得和选择的)观念,尤其是它们所拥有的价值;文化体系一方面可以看作是活动的产物,另一方面则是进一步活动的决定因素.(傅铿, 1990)这一综合定义为许多西方学者所认可,具有广泛影响.

目前有关文化定义已有三百余种.文化一词的复杂多义,使得一些人对界说文化丧失了信心,认为“企图或者声称给文化概念确定范围是徒然的”,“要想建立一个适用于任何地方的任何事例,并能解释它的过去与预测未来的概括性结论是徒劳的”.但是,没有概念,就没有科学研究,只有确定了文化质的规定性,才能确定文化学及其分支学科的研究范围,并

依次定义其他一系列概念. 由于文化概念的形成以人类活动本身为基础, 各个国家、各个民族、各个时期的文化特征表现各异, 人们对文化的内涵和外延存在着不同的理解, 因而对文化的定义就不尽相同. 但他们的论述都与各人所处的文化环境、所从事的文化实践和分析的文化事实交织在一起, 是从不同角度和不同层面对界定文化所进行的探讨, 大多共同揭示出了文化的如下特征. (郑金洲, 2000)

文化为人类所特有. 无论是文化概念产生以前有关文化的思想, 还是近代以后的诸多文化理论, 几乎都把文化看作人类特有的现象, 把它看作人区别于动物的主要标志.

文化是人后天习得和创造的. 文化并非与生俱来, 得之于天, 它是人在后天社会环境中经由学习和创造而得来的, 并且主要是“一定社会形态下的自由的精神生产”.

文化为一定社会群体所共有. 某一个体后天习得和创造的思想、观念等, 只有在他人亦接受后, 才能称之为文化. 换言之, 文化是“类的存在物”, 是人类“类”的生活的结果.

文化是复杂的整合体. 自从泰勒最先提出“文化或文明是一个复杂的整体”这一定义后 (Tylor, 1992), 虽然后来的社会学家、人类学家对此有所修正, 但并未超出把文化看成是一个复杂的整体的基本观念. 文化固然包含众多的不同形态的类别, 然而它们并非杂乱无章的集合, 就整体而言, 是互相整合为一的.

在中国现代史上一些有影响的学者如梁漱溟、钱穆、蔡元培、梁启超、胡适等对文化的概念也有过各自的解释. 梁漱溟说: “你且看文化是什么东西呢? 不过是那一民族的生活样式罢了.” “文化, 就是吾人生活依靠的一切.” (梁漱溟, 1996) 他和钱穆的说法很相似. 钱穆认为, “文化必由人类生活开始, 没有人生, 就没有文化. 文化即是人类生活之大整体, 汇集起人类生活之全体即是文化.” (钱穆, 1963) 蔡元培说: “文化是人生发展的状况.” 胡适说: “文明是一个民族应付他的环境的总成绩, 文化是一种文明所形成的生活方式.” (方延明, 2001)

张岱年与程宜山给文化的定义则更为全面. 他们认为, “文化是人类在处理人与人世界关系中所采取的精神活动与实践活动的的方式及其所创造出来的物质和精神成果的总和, 是生活方式与活动成果的辩证统一.” (张岱年等, 1990)

我国权威辞书《辞海》对文化概念的解释是: 文化从广义来说, 指人类社会历史实践过程中所创造的物质财富和精神财富的总和; 狭义来说, 指社会的意识形态, 以及与之相适应的制度和组织机构. (《辞海》, 1980)

对于文化的研究可以从不同学科、不同层次、不同视角去考察、归纳, 因而在近几十年的文化研究中, 对文化概念的解释仍在不断地增加. 由此可见, 对文化概念的准确定义是困难的, 但以上简要的阐述使我们对文化的定义有了初步的了解. 文化学研究的历史表明, 文化是人类社会最复杂的现象之一, 对文化的理解存在着多样性和复杂性. 但是其中也有共识: 第一, 文化具有人化的特征, 是人在现实生活中创造的, 具有一定的主观性、多元性和

历史继承性. 第二,文化是一个庞大的系统,它不是上述各种定义中各个文化层面、文化要素的简单拼合,而是一个和谐有机的整体,存在其特有的核心——传统观念,尤其是价值系统. 第三,文化作为一个系统,有其构成要素,且不同的文化观对应不同的文化要素.

那么,究竟如何理解文化概念的基本含义呢? 笔者认为可以从文化特征、文化系统、文化要素三个方面来理解. 诸如,文化具有人化的特征,文化是一个庞大的系统,文化由若干要素构成. 美国人类学家怀特(J. White, 1900—1975)就认为任何一种文化都有三个方面的要素或三个不同的层次:

文化的心理要素,也是文化的精神观念层面,一般称为精神文化,它包括思维方式、思想观念、科学意识等.

文化的行为要素,也是文化的行为方式层面,一般称为行为文化,它包括规范、风俗、习惯、生活制度等.

文化的物质要素,也是文化的实体层面,一般称为物质文化,它包括各种生产工具、生活用具,以及其他物质产品. (White, 1998)

综上,文化从广义上说是人类一切物质和精神的积淀,其中包括衣食住行等一系列可见的存在. 但文化中更为复杂而且具有决定作用的部分则在它的深层,即观念、理想、信仰、价值、假说和思维方式等蕴含的成分,这些成分不仅指导着人的行为,而且影响着人的世界观.

§ 1.1.2 数学文化的含义与特征

数学作为一种文化现象,历来受到人们的重视,但数学文化作为一种特殊的文化形态,直到 20 世纪下半叶,才由美国数学史学家克莱因(M. Kline, 1908—1992)在其三本力作——《西方文化中的数学》、《古今数学思想》和《数学——确定性的丧失》中(从人类文化发展史的角度)进行了比较系统而深刻的阐述. 特别是 1953 年出版的《西方文化中的数学》(*Mathematics in Western Culture*)一书,标志着“数学文化”这一学科的正式兴起. 克莱因从数学发展与文化发展的角度着手,经过多年潜心研究,系统地阐述了数学在人类文化中的作用. 该书自 1953 年出版后,多次再版印刷,畅销不衰. 《科学美国人》(*Scientific American*)杂志称它是“一部激动人心、引人深思的著作”. 美国数学家柯朗(R. Courant, 1888—1972)在该书序中写道:“长期以来,我对克莱因教授在这本书中所做的工作怀有浓厚的兴趣,我相信,事实将证明这本书的价值,而且该书必将使那些还没有欣赏到数学全貌和魅力的人进一步了解它.”应该说在数学文化的发展进程中,这部著作指明了一个全新的方向,开辟了一个全新的领域.

1950 年在第 11 届国际数学家大会(ICM—11, 美国坎布里奇)上,美国数学家、曾任美国数学会主席的怀尔德(R. L. Wilder, 1896—1982)发表了题为《数学的文化基础》的讲

演,更使数学文化受到了广泛的重视和关注.1981年,他出版了《作为一种文化系统的数学》(*Mathematics as a Culture System*),在数学文化的发展进程中,这部著作具有相当重要的意义.其中提到数学文化的发展已经达到了一个较高的水平,并可被认为构成了一个相对独立的文化系统.我国的一些学者在了解国外的有关研究的基础上,也对数学文化进行了深入的研究并提出了独到的见解.国内最早注意数学文化的是北京大学的孙小礼,她与邓东皋等合编了《数学与文化》一书.其后,齐民友、张奠宙、郑毓信、张楚廷、黄秦安、张维忠与王宪昌等从不同的角度对“数学文化”进行了论述.近年来,数学文化及其相关研究得到了极大发展,对此,一些学者还作了定性与定量的述评.(肖光强等,2009)

一、数学文化的含义

1. 数学的文化意义

为什么说数学是一种文化?或者数学在何种意义上说是一种文化?英国哲学家兼数学家罗素(B. Russell, 1872—1970)、怀特海(A. N. Whitehead, 1861—1947)等人在早期的哲学研究中,经过充分的论证已使人们确信,数学已在方法、价值判断标准、研究对象诸方面成为一种独立的文化.他们指出,数学作为一种人类文化有机组成部分的独立文化,在数学的两个黄金时代——古希腊时期和17至18世纪,是不言而喻的.罗素以其对数学的精辟见解,以他所创立的逻辑主义学派对数学基础的影响,大大丰富了数学文化.怀特海则不仅如此,他对数学文化的影响还在于他的两次讲演:《作为思想史要素之一的数学》(1925年)、《数学与善》(1939年).他的下述观点为数学文化定下了基调,指出了数学文化研究的出发点:“纯粹数学这门科学在近代的发展,可以说是人类心灵最富有创造性的产物.另外还有一个可以和它争这一席位的就是音乐.……数学的创造性就在于,事物在这一门科学中显示出一种关系,这种关系不通过人类理性的作用,便极不容易看出来.”“人类的智力能从实例中抽象出某一类型东西来,人类这个特性的最明显的表现就是数学概念和善的理念,这种概念和理念超出了任何直接的认识……”“如果文明继续发展,那么在今后两千年,人类思想中压倒一切的新特点,就是数学悟性要占统治地位.”(Whitehead, 1988)

国内众多学者给出了如下回答.(郑毓信,1991;孙小礼,1993;田紫东,1995;张雄,1997)

第一,数学对象的人为性.从数学的研究对象来看,它并非是对客观事物或现象量性特性的直接研究,而是通过建构相对独立的“模式”,并以此为直接对象来进行研究,它是人类抽象思维的产物.因此,在这一意义上,数学就是一种文化.更为重要的是,数学中还有一些概念与真实世界的距离是如此遥远,以至常常被说成是“思维的自由创造”,如几何中的“直线”这一概念,它并不是指拉直的绳子,也不是用直尺画出来的一条直线,在现实生活中我们找不到它的原型,它是一条经过两点、在空间中无限延伸的线,只能存在于我们的观念