

· 义务教育课程标准 ·



数学

定律公式宝典

策划：刘邵来
主编：童建庭

高中版



知识网络\基点导学
难点解析\重点突破
实战演练\链接高考



湖南少年儿童出版社

HUNAN JUVENILE & CHILDREN'S PUBLISHING HOUSE

· 义务教育课程标准 ·

掌中宝典

数学

定律公式宝典



高中版

策 划：刘邵来
主 编：童建庭
分册主编：何孟阳
编 委 会：邓子峻

杨立求
陈思维 杨晓娟



YZLI0890144787

 湖南少年儿童出版社
HUNAN JUVENILE & CHILDREN'S PUBLISHING HOUSE

图书在版编目(CIP)数据

数学定律公式宝典：高中版 / 童建庭主编. —长沙：湖南少年儿童出版社，2010.3

(掌中宝典工具书系列)

ISBN 978-7-5358-5031-7

I. ①数… II. ①童… III. ①数学—定律—高中—教学参考资料 ②数学—公式—高中—教学参考资料 IV. ①G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 035023 号

策划编辑：徐烈军

责任编辑：陈星星 刘慧姣

装帧设计：小荟工作室

质量总监：郑瑾

出版人：胡坚

出版发行：湖南少年儿童出版社

社址：湖南省长沙市晚报大道 89 号 邮编：410016

电话：0731-82196301 (销售部) 82196313 (总编室)

传真：0731-82196301 (销售部) 82196330 (综合管理部)

经销：湖南省新华书店

常年法律顾问：北京市长安律师事务所长沙分所 张晓军律师

印制：长沙超峰印刷有限公司

开本：700 mm×1000 mm 1/32

印张：10

版次：2011 年 8 月第 1 版

印次：2011 年 8 月第 1 次印刷

定价：15.80 元

版权所有 侵权必究

质量服务承诺：若发现缺页、错页、倒装等印装质量问题，可直接向本社调换。

服务电话：0731-82196362

前 言

亲爱的同学们,你是否曾经为铺天盖地的学习资料所困扰?你是否常在茫茫题海中迷失方向?你是否还在为自己的学习成绩上不去而苦恼?当你选择了本套丛书,你就会感到庆幸和惊喜。如果说众多的辅导书是星星的话,那它就是月亮!翻翻看吧,它会让你爱不释手。

为了帮助广大中学生更好地学习、掌握并灵活运用知识,提高学习成绩,我们特邀名校教学一线的特级教师和长期从事教学研究的资深专家,依据新“课程标准”和最新的“考试说明”,精心策划并编写了这套《掌中宝典》系列学考工具书。

我们始终遵循“精要、实用、准确、新颖”的原则倾力打造这套丛书。其中“精要”表现在系统归纳学科零散知识,由点及线,由线及面,化零为整;“实用”表现在突出学科知识的基础性、重点和难点,对接高考;“准确”表现在权威解





读新“课程标准”，兼顾各版本教材，范围恰当，难度适中；“新颖”表现在既有基本方法的总结，又有解题技巧的点拨。

本套丛书是一套便于同学们快捷地查对各知识要点和系统复习的经典手册，也是一套集理论知识和实际应用于一体的全能宝典，能使同学们在相关知识的学习中抓住关键，掌握要领，在提高学习效率与备考应试等方面带来很大的帮助。希望此套丛书能够成为同学们学习路途上的翅膀和航标，帮助同学们感受学习的乐趣，体会技巧的魅力，迈向成功的巅峰。

我们以高度的责任感来编写这套丛书，并为此进行了深入的探索和不懈的努力，但错漏之处在所难免，敬请广大读者理解、支持，并把你们的意见和建议告诉我们，以利我们对该书进行修订和完善。

编者

目 录

第一章 集合与简易逻辑	1
§ 1.1 集合	2
§ 1.2 简易逻辑	6
§ 1.3 全称量词与存在量词	8
第二章 函数	13
§ 2.1 映射与函数	14
§ 2.2 指数函数与对数函数	23
§ 2.3 幂函数	26
第三章 空间几何体	36
§ 3.1 空间几何体的结构	36
§ 3.2 空间几何体的三视图与直观图	42
§ 3.3 空间几何体的表面积与体积	43
第四章 点、直线、平面之间的位置关系	60
§ 4.1 平面及其性质	61
§ 4.2 空间线面的位置关系	62
§ 4.3 夹角与距离	66
§ 4.4 空间向量和运算	70
第五章 直线和圆的方程	81
§ 5.1 直线的斜率和方程	82
§ 5.2 两直线的位置关系	84
§ 5.3 曲线和方程	87





§ 5.4	圆的方程	89
§ 5.5	直线与圆的位置关系	90
第六章	算法	96
§ 6.1	算法与程序框图	96
§ 6.2	基本算法语句	100
§ 6.3	算法案例	103
第七章	统计与概率	114
§ 7.1	统计	115
§ 7.2	随机变量及其分布列	119
§ 7.3	随机事件的概率	122
§ 7.4	古典概型与几何概型	123
§ 7.5	互斥事件及其概率	124
§ 7.6	相互独立事件及其概率	124
第八章	三角函数	132
§ 8.1	角的概念与任意角的三角函数	133
§ 8.2	两角和与差的三角函数	137
§ 8.3	三角函数的图象与性质	139
§ 8.4	解斜三角形	142
§ 8.5	已知三角函数值求角	145
第九章	平面向量	151
§ 9.1	平面向量的基本概念	152
§ 9.2	平面向量的线性运算	153
§ 9.3	平面向量的坐标运算	156
§ 9.4	平面向量的数量积	158
第十章	数列	163
§ 10.1	数列的基本概念	164
§ 10.2	等差数列	165
§ 10.3	等比数列	167



§ 10.4	一些数列求和的常用方法	168
第十一章	不等式	179
§ 11.1	不等式的概念与性质	180
§ 11.2	算术平均数与几何平均数	181
§ 11.3	不等式的证明	183
§ 11.4	不等式的解法	184
§ 11.5	线性规划	188
第十二章	圆锥曲线	194
§ 12.1	椭圆	194
§ 12.2	双曲线	196
§ 12.3	抛物线	198
§ 12.4	直线与圆锥曲线	200
第十三章	排列、组合与二项式定理	214
§ 13.1	排列与组合	214
§ 13.2	二项式定理	217
第十四章	极限	221
§ 14.1	数学归纳法	221
§ 14.2	数列的极限	223
§ 14.3	函数的极限与连续性	225
第十五章	导数与微分	231
§ 15.1	导数	231
§ 15.2	微分	234
§ 15.3	导数与微分的综合应用	235
第十六章	积分	243
§ 16.1	不定积分的概念与计算	243
§ 16.2	定积分的概念与计算	245
第十七章	复数	251





数学定律公式宝典

§ 17.1	复数的概念及其运算	251
§ 17.2	复数的三角形式	254
第十八章	参数方程与极坐标	260
§ 18.1	参数方程	260
§ 18.2	极坐标	266
第十九章	填空题的解法	277
§ 19.1	直接法	277
§ 19.2	特殊化法	279
§ 19.3	数形结合法	280
§ 19.4	等价转化法	282
§ 19.5	规律发现法	284
§ 19.6	巩固练习	286
第二十章	选择题的解法	291
§ 20.1	直接法	292
§ 20.2	筛选法	294
§ 20.3	数形结合法	296
§ 20.4	特例分析法	298
§ 20.5	分析法	301
§ 20.6	验证法	302
§ 20.7	利用极限思想	303
§ 20.8	估算法	305
§ 20.9	巩固练习	307

附 录

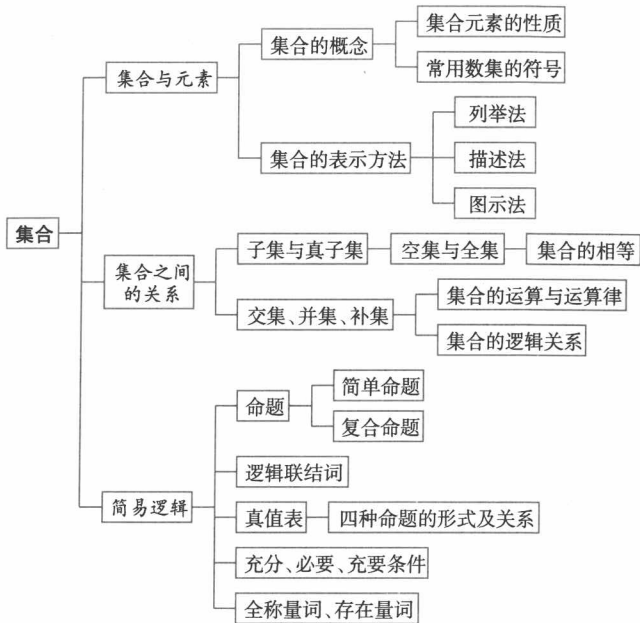
一、常数表	311
二、常用计量单位表	312



第一章 集合与简易逻辑



知识网络



本章重点与高考热点

1. 集合的基本概念及运算
2. 元素与集合、集合与集合之间的关系
3. 命题的四种形式及相互关系
4. 充要条件的判定





5. 全称量词与存在量词



基点导学

§ 1.1 集合

一、集合与元素

1. 集合与元素

(1) 定义 一般地,某些指定的对象在一起就成为一个集合,也简称集;集合中的每个对象叫做这个集合的元素.

(2) 说明 集合通常用大写拉丁字母表示,集合的元素通常用小写拉丁字母表示.

2. 集合元素的三个特性

(1) 确定性 对于一个给定的集合,集合中的元素是确定的. 即一个元素,或者属于该集合,或者不属于该集合,二者必居其一.

(2) 无序性 在集合里,不考虑元素之间的顺序,只要元素完全相同,就认为是同一个集合.

(3) 互异性 对于一个给定的集合,集合中的元素是互异的,集合中任何两个元素都不同. 相同元素、重复元素,不论多少,只能算作该集合的一个元素.

3. 集合的分类

按元素的个数分:

(1) 有限集(有穷集合) 含有有限个元素的集合.

(2) 无限集(无穷集合) 含有无限个元素的集合.

(3) 单元素集 只含有一个元素的集合.

(4) 二元素集 只含有两个元素的集合.

(5) n 元素集 含有 n 个元素的集合.

4. 集合的表示方法

(1) 列举法 把集合中的所有元素一一列举出来,写在花括号内,这种表示集合的方法叫做列举法.

【例】集合 X 含有 n 个元素,分别为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, 用列举法可把它



表示为 $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ 或 $X = \{x_i, i \in \mathbf{N}^*\}$.

(2) 描述法 把集合的元素的公共属性用文字符号或式子等描述出来,写在花括号内,这种表示集合的方法叫做描述法.一般记为 $\{x \in A \mid p(x)\}$,其中 $p(x)$ 表示属性.

【例】 $\{x \in \mathbf{N} \mid x < 8\}$ 该集合表示,它所包含的元素属于自然数集,且小于 8.

说明:另外两种形式也可以: $\{x \in A; p(x)\}$ 或 $\{x \in A; p(x)\}$.

(3) 图示法 此处用的是韦恩图.用一条封闭的曲线的内部直观形象地表示一个集合,这样的图叫做文氏图,即韦恩图.

A 是 B 的真子集,用韦恩图集表示如图 1-1 所示.



图 1-1

5. 常用数集的符号

\mathbf{N} ——非负整数集;自然数集

\mathbf{N}^* 或 \mathbf{N}_+ ——正整数集

\mathbf{Z} ——整数集

\mathbf{Z}^* ——排除 0 的整数集

\mathbf{Q} ——有理数集

\mathbf{Q}^* ——排除 0 的有理数集

\mathbf{R} ——实数集

\mathbf{R}^* ——排除 0 的实数集

\mathbf{C} ——复数集

注意:自然数集与非负整数集是相同的,也就是说,自然数集包括数 0.

6. 集合与元素的关系

元素 a 与集合 A 只可能是下列两种关系之一: $a \in A$ 或 $a \notin A$.

二、集合之间的关系

1. 子集

一般地,对于两个集合 A, B ,如果 A 中的任意一个元素都是集合 B 中的元素,我们就说这两个集合有包含关系,称集合 A 为集合 B 的子集,记作 $A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$),读作“ A 包含于 B ”(或“ B 包含 A ”).

规定:空集是任何集合的子集.

2. 真子集

(1) 定义 如果集合 $A \subseteq B$,但存在元素 $x \in B$ 且 $x \notin A$,我们称集合 A 是集合 B 的真子集,记作 $A \subsetneq B$ (或 $B \supsetneq A$). 如 $\{1, 3, 5\} \subsetneq \{1, 3, 5, 7\}$, $\{1, 3, 5\} \subsetneq \{1, 3, 5, 7\}$.





(2) 空集是任何非空集合的真子集.

3. 空集

(1) 定义 不含任何元素的集合称为空集,记作 \emptyset .

(2) 说明 \emptyset 与 $\{\emptyset\}$ 是不一样的. \emptyset 表示不含有任何元素的集合,而 $\{\emptyset\}$ 表示含有元素 \emptyset 的集合,切记不要混淆.

4. 非空集合

至少含有一个元素的集合.

5. 全集

如果一个集合含有我们所研究的各个集合的全部元素,这个集合就可看做一个全集,全集通常用 U 表示.全集只是一个相对的概念,它只是相对于它的每一个子集而言.

6. 集合的相等

对于两个集合 A 与 B ,如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,同时集合 B 的任何一个元素都是集合 A 的元素,我们就说集合 A 等于集合 B ,记作 $A=B$.即 $A=B \Leftrightarrow A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$.

7. 集合的包含关系

(1) 两个集合 A 与 B 的关系只可能是下列两种情况之一: $A \subseteq B$,
 $A \not\subseteq B$.

(2) 真子集与子集:真子集一定是子集,而子集不一定是真子集.

(3) 空集是任何集合的子集,空集是任何非空集合的真子集.




(4) 任何一个集合是它本身的子集.

(5) n 元集的所有子集个数为 2^n 个,所有真子集个数为 $2^n - 1$ 个.

(6) 对于集合 A, B, C ,若 $A \subseteq B, B \subseteq C$,则 $A \subseteq C$;若 $A \subsetneq B, B \subsetneq C$,则 $A \subsetneq C$.

(7) 要特别注意 a 与 $\{a\}$,数字 0 、 $\{0\}$ 与 \emptyset , $\{a, b\}$ 与 $\{(a, b)\}$, \emptyset 与 $\{\emptyset\}$ 等的区别.

8. 集合的运算关系

名称	定义	表达式	文氏图
交集 $A \cap B$	由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合	$A \cap B = \{x x \in A, \text{且 } x \in B\}$	
并集 $A \cup B$	由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合	$A \cup B = \{x x \in A, \text{或 } x \in B\}$	
补集 $\complement_S A$	设 S 是一个集合, A 是 S 的一个子集, 由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合, 叫做 S 中子集 A 的补集	$\complement_S A = \{x x \in S, \text{且 } x \notin A\}$	

9. 集合的逻辑关系

(1) 交集的运算性质

$$A \cap B = B \cap A, (A \cap B) \subseteq A, (A \cap B) \subseteq B, A \cap A = A, A \cap \emptyset = \emptyset.$$

(2) 并集的运算性质

$$A \cup B = B \cup A, (A \cup B) \supseteq A, (A \cup B) \supseteq B, A \cup A = A, A \cup \emptyset = A.$$

(3) 补集的运算性质

$$\complement_U(\complement_U A) = A, \complement_U \emptyset = U, \complement_U U = \emptyset, A \cap (\complement_U A) = \emptyset, A \cup (\complement_U A) = U.$$

10. 集合运算的分配律与结合律

$$\text{交对并的分配律: } A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C);$$

$$\text{并对交的分配律: } A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C);$$

$$\text{结合律: } A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C; A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C.$$

11. 差集

设 A, B 为两个集合, 所有属于集合 A 而不属于集合 B 的元素所成之集称为 A 与 B 的差集, 记作 $A \setminus B$ (或 $A - B$), 即 $A \setminus B = \{x | x \in A, \text{且 } x \notin B\}$.

说明: 差集与补集的区别, $\complement_A B$ 中, 要求 B 是 A 的子集; 在 $A \setminus B$ 中, B 可以不是 A 的子集. 当 B 是 A 的子集的时候, $\complement_A B = A \setminus B$.





12. 集合的元素个数

有限集合 A 的元素个数记作 $\text{card}(A)$. 例如, $A = \{a, b, c, d\}$, 则 $\text{card}(A) = 4$.

一般地, 对任意两个有限集合 A, B , 有 $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B)$.

当且仅当 $A \cap B = \emptyset$ 时, $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B)$.

集合的元素个数也可以用文氏图来求解.

§ 1.2 简易逻辑

一、命题的定义及逻辑联结词

1. 命题 可以判断真假的语句叫做命题.

2. 逻辑联结词 “或”、“且”、“非” 这些词叫做逻辑联结词.

或: 两个简单命题至少有一个成立;

且: 两个简单命题都成立;

非: 对一个命题的否定.

3. 简单命题与复合命题 不含逻辑联结词的命题叫简单命题; 由简单命题和逻辑联结词构成的命题叫做复合命题.

二、真值表

表示命题真假的表叫做真值表.

复合命题的真假可以通过下面的真值表来加以判定:

p	q	非 $p(\neg p)$	p 或 $q(p \vee q)$	p 且 $q(p \wedge q)$
真	真	假	真	真
真	假	假	真	假
假	真	真	真	假
假	假	真	假	假

三、等价命题及四种命题

1. 等价命题

两个命题 p 和 q , 如果它们保持同真或同假, 即 p 为真时 q 为真, p 为



假时 q 为假,那么 p, q 逻辑等价,或者说 p, q 是等价的命题(命题 p 等价于命题 q),记作 $p \Leftrightarrow q$.

2. 四种命题

若 p 则 q 形式的命题,也叫做条件命题.因为它的真假取决于在 p 成立下 q 是否成立.

(1) 互逆命题 在两个命题中,如果第一个命题的条件(或题设)是第二个命题的结论,且第一个命题的结论是第二个命题的条件,那么这两个命题叫做互逆命题.

逆命题 在两个互逆命题中,把其中的一个命题叫做原命题,则另一个叫做原命题的逆命题.

(2) 互否命题 在两个命题中,一个命题的题设和结论分别是另一个命题的题设的否定和结论的否定,这样的两个命题叫做互否命题.

否命题 在两个互否命题中,把其中的一个叫做原命题时,另一个就叫做它的否命题.

(3) 互为逆否命题 在两个命题中,一个命题的题设和结论分别是另一个命题的结论的否定和题设的否定,这样的两个命题叫做互为逆否命题.

逆否命题 在两个互为逆否命题中,把其中的一个叫做原命题时,另一个叫做它的逆否命题.

(4) 四种命题的形式 如果原命题用“若 p 则 q ”表示(p 叫做原命题的条件, q 叫做原命题的结论), p 和 q 的否定用 $\neg p$ 和 $\neg q$ 表示,则四种命题的形式是:

原命题 若 p 则 q ;

逆命题 若 q 则 p ;

否命题 若 $\neg p$ 则 $\neg q$;

逆否命题 若 $\neg q$ 则 $\neg p$.

3. 四种命题间的关系

(1) 两个互为逆否的命题是等价的,即原命题和它的逆否命题同真同假;逆命题和它的否命题同真同假.

(2) 四种命题之间的真假关系

原命题为真,它的逆命题不一定为真;





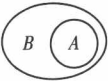
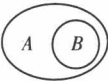
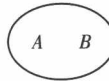
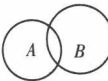
原命题为真,它的否命题不一定为真;

原命题为真,它的逆否命题一定为真。(同理:逆命题为真,它的否命题一定为真。)

说明:互为逆否命题的两个命题同真同假。

四、充分条件与充要条件

定义 如果 $p \Rightarrow q$, 那么 p 是 q 的充分条件, q 是 p 的必要条件. 如果既有 $p \Rightarrow q$, 又有 $q \Rightarrow p$, 就记作 $p \Leftrightarrow q$, 这时 p 既是 q 的充分条件, 又是 q 的必要条件, 就说 p 是 q 的充分必要条件, 简称充要条件。

	集合 A 是集合 B 的充分非必要条件	集合 A 是集合 B 的必要非充分条件	集合 A 是集合 B 的充分必要条件	集合 A 是集合 B 的既非充分又非必要条件
	$A \Rightarrow B \quad B \not\Rightarrow A$	$A \not\Rightarrow B \quad B \Rightarrow A$	$A \Leftrightarrow B$	$A \not\Rightarrow B$
命题法	原命题成立而逆命题不成立	原命题不成立而逆命题成立	原命题、逆命题都成立	原命题、逆命题都不成立
图示法				
集合法	$A \subseteq B$	$B \subseteq A$	$A = B$	$A \not\subseteq B \quad B \not\subseteq A$

§ 1.3 全称量词与存在量词

一、全称量词与存在量词

	短语	符号
全称量词	对所有的、对任意一个、对一切、对每一个	\forall
存在量词	存在一个、至少有一个、对某个、有的	\exists

1. 全称命题 含有全称量词的命题叫做全称命题。
2. 特称命题 含有存在量词的命题叫做特称命题。