



国家出版基金项目
NATIONAL PUBLICATION FOUNDATION

中 外 物 理 学 精 品 书 系

前 沿 系 列 · 10

从孤立波到湍流 ——非线性波的动力学

贺凯芬 著



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

国家出版基金项目
NATIONAL PUBLICATION FOUNDATION

中 外 物 理 学 精 品 书 系

前 沿 系 列 · 10

从孤立波到湍流 ——非线性波的动力学

贺凯芬 著



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

从孤立波到湍流:非线性波的动力学/贺凯芬著. —北京:北京大学出版社,2011.10
(中外物理学精品书系)

ISBN 978-7-301-19458-4

I. ①从… II. ①贺… III. ①非线性波-动力学 IV. ①0534

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 183361 号

书 名:从孤立波到湍流——非线性波的动力学

著作责任者:贺凯芬 著

责任编辑:王剑飞

标准书号:ISBN 978-7-301-19458-4/O·0854

出版发行:北京大学出版社

地 址:北京市海淀区成府路 205 号 100871

网 址:<http://www.pup.cn>

电 话:邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62765014

出版部 62754962

电子邮箱:zpup@pup.pku.edu.cn

印刷者:北京中科印刷有限公司

经 销 者:新华书店

730 毫米×980 毫米 16 开本 19 印张 彩插 2 300 千字

2011 年 10 月第 1 版 2011 年 10 月第 1 次印刷

定 价:52.00 元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容.

版权所有,侵权必究

举报电话:010-62752024 电子邮箱:fd@pup.pku.edu.cn

序 言

物理学是研究物质、能量以及它们之间相互作用的科学。她不仅是化学、生命、材料、信息、能源和环境等相关学科的基础,同时还是许多新兴学科和交叉学科的前沿。在科技发展日新月异和国际竞争日趋激烈的今天,物理学不仅囿于基础科学和技术应用研究的范畴,而且在社会发展与人类进步的历史进程中发挥着越来越关键的作用。

我们欣喜地看到,改革开放三十多年来,随着中国政治、经济、教育、文化等领域各项事业的持续稳定发展,我国物理学取得了跨越式的进步,做出了很多为世界瞩目的研究成果。今日的中国物理正在经历一个历史上少有的黄金时代。

在我国物理学科快速发展的背景下,近年来物理学相关书籍也呈现百花齐放的良好态势,在知识传承、学术交流、人才培养等方面发挥着无可替代的作用。从另一方面看,尽管国内各出版社相继推出了一些质量很高的物理教材和图书,但系统总结物理学各门类知识和发展,深入浅出地介绍其与现代科学技术之间的渊源,并针对不同层次的读者提供有价值的教材和研究参考,仍是我国科学传播与出版界面临的一个极富挑战性的课题。

为有力推动我国物理学研究、加快相关学科的建设与发展,特别是展现近年来中国物理学者的研究水平和成果,北京大学出版社在国家出版基金的支持下推出了《中外物理学精品书系》,试图对以上难题进行大胆的尝试和探索。该书系编委会集结了数十位来自内地和香港顶尖高校及科研院所的知名专家学者。他们都是目前该领域十分活跃的专家,确保了整套丛书的权威性和前瞻性。

这套书系内容丰富,涵盖面广,可读性强,其中既有对我国传统物理学发展的梳理和总结,也有对正在蓬勃发展的物理学前沿的全面展示;既引进和介绍了世界物理学研究的发展动态,也面向国际主流领域传播中国物理的优秀专著。可以说,《中外物理学精品书系》力图完整呈现近现代世界和中国物理

科学发展的全貌,是一部目前国内为数不多的兼具学术价值和阅读乐趣的经典物理丛书。

《中外物理学精品书系》另一个突出特点是,在把西方物理的精华要义“请进来”的同时,也将我国近现代物理的优秀成果“送出去”。物理学科在世界范围内的重要性不言而喻,引进和翻译世界物理的经典著作和前沿动态,可以满足当前国内物理教学和科研工作的迫切需求。另一方面,改革开放几十年来,我国的物理学研究取得了长足发展,一大批具有较高学术价值的著作相继问世。这套丛书首次将一些中国物理学者的优秀论著以英文版的形式直接推向国际相关研究的主流领域,使世界对中国物理学的过去和现状有更多的深入了解,不仅充分展示出中国物理学研究 and 积累的“硬实力”,也向世界主动传播我国科技文化领域不断创新的“软实力”,对全面提升中国科学、教育和文化领域的国际形象起到重要的促进作用。

值得一提的是,《中外物理学精品书系》还对中国近现代物理学科的经典著作进行了全面收录。20世纪以来,中国物理界诞生了很多经典作品,但当时大都分散出版,如今很多代表性的作品已经淹没在浩瀚的图书海洋中,读者们对这些论著也都是“只闻其声,未见其真”。该书系的编者们在这方面下了很大工夫,对中国物理学科不同时期、不同分支的经典著作进行了系统的整理和收录。这项工作具有非常重要的学术意义和社会价值,不仅可以很好地保护和传承我国物理学的经典文献,充分发挥其应有的传世育人的作用,更能使广大物理学人和青年学子切身体会我国物理学研究的发展脉络和优良传统,真正领悟到老一辈科学家严谨求实、追求卓越、博大精深的治学之美。

温家宝总理在2006年中国科学技术大会上指出,“加强基础研究是提升国家创新能力、积累智力资本的重要途径,是我国跻身世界科技强国的必要条件”。中国的发展在于创新,而基础研究正是一切创新的根本和源泉。我相信,这套《中外物理学精品书系》的出版,不仅可以使所有热爱和研究物理学的人们从中获取思维的启迪、智力的挑战和阅读的乐趣,也将进一步推动其他相关基础科学更好更快地发展,为我国今后的科技创新和社会进步做出应有的贡献。

《中外物理学精品书系》编委会 主任
中国科学院院士,北京大学教授

王恩哥

2010年5月于燕园

内 容 简 介

本书是讨论非线性波的动力学的一本专著. 全书约 30 万字, 共分 10 章.

第一章是引言. 第二章讨论了线性波和非线性波的一些基本概念. 第三章介绍了从流体和等离子体实际系统中导出的几个著名非线性波动方程, 书中用于分析非线性波的动力学的主要模型就是在其中一些方程基础上建立的. 第四章和第五章分别扼要地介绍了哈密顿系统和耗散系统的非线性动力学, 它们是本书用于分析非线性波的动力学的理论基础. 第六章讨论了波-波相互作用系统. 第七章及以后各章讨论了依赖于空间变量的非线性演化方程的动力学, 在这几章中通过实例分析了定态波失稳并逐步发展为弱湍和强湍的途径, 以及在不同状态下非线性波动系统的动力学现象和规律.

本书注重理论联系实际, 内容深入浅出, 图文并茂.

前 言

大约从 20 世纪 70 年代开始,在科学殿堂中写有“非线性科学”的这扇大门渐渐开启,向物理、化学、生物乃至所有自然科学领域的学者提出了同一个问题:宇宙万物的运动从简单到复杂的转变,遵循的是同样的一些规律吗?譬如,支配流体从有规波动到湍流运动的规律,与支配振子从简单振动到混沌运动的规律之间,没有什么本质的区别吗?在回答这些问题的过程中,一个共识形成了:决定性的系统有可能产生混沌运动.应该说,这是对自然规律认识上的一大飞跃,而这种基本观点上的飞跃在科学史上并不多见.

自 80 年代前期开始,陆续从国外归来的学者中,一些人不约而同地将研究目光聚焦在非线科学上.有一个时期,大家频繁地聚会,不拘形式,不论长幼尊卑,为了概念上的一个疑问,激辩不休.对中国科学家来说那是一个充满激情的年代,一个科学上颇为纯真的年代.

笔者有幸亲历了这个时代.20 世纪 70 年代末开始接触非线性方面的课题,关注流体和等离子体中的孤立子现象,后来到联邦德国的马克斯-普朗克等离子体物理所学术访问,先后合作研究了波-波相互作用和非线性漂移波等课题.后者是一个包含了时间和空间变量的非线性动力学问题,数值模拟结果出乎意料地有趣,一些波动解显示出强湍流的特征,而且它们出现的参数区还表现出某种规律.回国后因条件所限,笔者一度转而研究关于微分方程解的一般性质方面.此后,关于漂移波湍流的研究工作再度提上日程.不过在相当长的一段时间内,对于如何解释数值模拟中观察到的现象,可以说是既漫无头绪又欲罢不能.只是在摆正了参照系以后,研究工作才开始获得进展,非线性色散关系的建立及其结果与数值模拟的符合,使笔者自信已步入了正确的路径.此后,按照非线性动力学理论的指引,模拟从孤立波到弱湍和强湍形式解的一些主要现象,陆陆续续地得到了合理的解释.

我们知道,在流体、等离子体、光学以及固体等系统中出现的孤立子这样的空间相干波动现象,早已在非线性的基础上获得了满意的解释,这方面的理

论已经比较成熟;除此之外,这些系统中还允许出现随时间和空间呈复杂变化的波动,如湍流形式的解,一般认为,这些现象也与非线性效应有关.在这些领域中分别导出过一些非线性波动方程,对这些方程的数值模拟也证实了这一点.近年来出版的有关非线性波的专著通常都专门辟出章节介绍时序系统非线性动力学理论,以帮助理解这些复杂波动现象出现的原因.不过,非线性动力学一般侧重于讨论少自由度的时序系统,它能否真正解释波动系统这样的无穷维相空间中的非线性现象还是一个问题.20世纪80年代前期在国际上兴起的所谓时空混沌课题要解决的核心问题之一,就是如何将其理论推广应用于分析波动系统中的复杂现象,理解湍流,特别是强湍流产生的原因,这也是笔者撰写本书的初衷.

本书中非线性波动的例子多来源于等离子体系统,但书中重点讨论的一些方程也完全适用于流体表面波.事实上,在自然科学的各个研究领域中,非线性问题在流体系统中是最早受到关注的,而等离子体物理则是与非线性动力学走得最近的学科之一.自从半个多世纪前人类开始试图控制等离子体以来,就一直为它的各种不稳定性所困扰,等离子体中非线性现象之丰富在各个学科中也堪称首屈一指.另一方面,非线性动力学作为研究非线性系统运动共同规律的一个学科,业已形成了独立和比较系统的理论体系,这个学科带着深深的数学印记,它不受实证的约束,按照自己的逻辑发展.这难免让一些人对其产生疏离感,宁愿“上帝的归上帝,凯撒的归凯撒”.然而诡异的是,一个不受实证束缚的学科,它找到的许多规律却在包括物理学、化学、生物学等自然科学领域的观察中屡屡获得证实.我们的研究也说明,即使像强湍流那样复杂的波动现象,也没有脱离非线性动力学理论的基本框架.线性微扰论已经伴随我们走过了几百年,非线性的世界更为广阔和复杂,有更多的奥秘等待我们去探索.

感谢刘寄星教授、夏建白院士,如果不是他们的鼓励,笔者可能没有勇气开始这项并不轻松的工作.感谢国家基础研究重大项目“非线性科学”、国家自然科学基金和教育部博士点科学研究基金的资助,我们的研究工作多是这些基金的支持下完成的.感谢 D. Biskamp 博士和 A. Salat 博士,他们渊博的知识、探索未知世界的热情和严谨的作风都使我受益匪浅.感谢胡岗教授和其他一些同行,笔者深深受惠于与他们的学术合作和有启发性的讨论;巴西国家空间研究所的 A. Chian 教授在笔者退休后提供了国际合作研究的机会,他对非线性理论的理解和结合实际研究的经验都给我很大的帮助.刘寄星教授对本书的初稿提出过宝贵的意见,其他一些同事在学术观点的讨论和资料搜集等

方面也曾给笔者许多帮助,在这里也一并致谢.笔者在将资料汇集成册的过程中,尽管常常为如何理解某些概念而斟酌再三,然水平所限,对于尚存的错误和不妥之处,还望读者不吝赐教.

贺凯芬

2009年7月于北京

目 录

第一章 引 言	1
第二章 波动的基本概念	9
§ 2.1 线性波	9
§ 2.2 非线性波	13
§ 2.3 等离子体中的线性波	23
第三章 实际系统中的非线性波	31
§ 3.1 流体力学方程的内禀非线性	31
§ 3.2 描写浅水波的 KdV 方程和正规长波方程	32
§ 3.3 等离子体和中性流体中的几个非线性波方程	38
第四章 时序系统非线性动力学简介(I)——哈密顿系统	58
§ 4.1 哈密顿系统理论	59
§ 4.2 不变环对扰动的响应	71
第五章 时序系统非线性动力学简介(II)——耗散系统	83
§ 5.1 耗散系统的相空间	83
§ 5.2 不动点的稳定性分析	86
§ 5.3 耦合非线性复振子系统	92
§ 5.4 通向混沌的途径	95
§ 5.5 非线性振子的相同步现象	107
§ 5.6 混沌吸引子和混沌鞍	113
§ 5.7 时空混沌和湍流	115
第六章 波-波相互作用	119
§ 6.1 保守的波-波相互作用	119
§ 6.2 耗散的波-波相互作用	129
§ 6.3 空间展宽的波-波相互作用系统中的能量级联	142
第七章 空间相干和非相干波动解	146
§ 7.1 保守系统	147
§ 7.2 耗散系统	159

第八章 定态波解的稳定性分析	176
§ 8.1 斑图选择	177
§ 8.2 定态波解的稳定性分析	181
§ 8.3 波动系统的矢量空间	197
第九章 弱湍动力学	208
§ 9.1 从定态波解的分岔序列	209
§ 9.2 拓扑环的奇点和波动中的阵发现象	217
§ 9.3 波动系统中的相同步	222
第十章 向强湍的激变和强湍动力学	231
§ 10.1 强湍流现象	231
§ 10.2 鞍型定态波解的稳定和不稳定轨道	237
§ 10.3 鞍点在向强湍激变中的作用	241
§ 10.4 激变前后的波动状态	257
结束语	278
参考文献	280

第一章 引言

波动是自然界中广泛存在的一种集体运动现象. 所谓集体运动, 在微观层次上指的是系统中不同粒子的运动之间存在相关, 对于宏观上的连续介质则是指不同空间点上的运动之间存在相关, 这种相关可以是短程的也可以是长程的, 例如每个粒子的运动可能仅与其近邻粒子的运动相关, 也可能与系统中所有粒子的运动都相关.

生活中最容易观察到的波动现象莫过于流体表面波, 古往今来, 人们对各种表面波现象有过大量观察和描述, 南唐诗人冯延巳留下千古名句: “风乍起, 吹皱一池春水”, 说的是原本平滑如镜的水面, 在风这个外力的作用下失去了稳定性, 出现了如丝绸皱起般较为规则的小幅波动. 15 世纪意大利的达·芬奇用他的画笔描绘了最为复杂的波动现象——流体湍流, 画中大涡套着小涡, 小涡中套更小的涡……, 生动而又细致入微.

现在人们知道, 波动可以出现在各种介质中, 如声波是一种密度波, 在气体、液体和固体等介质中都有可能传播; 又如, 在带电粒子系统中经常观察到的静电波和电磁波是与带电粒子运动有关的场的波动; 在两种或两种以上的物质产生化学反应的同时如果还存在扩散, 那么原本均匀分布的特定成分就可能出现浓度甚至颜色的周期性改变, 这也属于集体运动现象; 在最复杂的生命系统中也不乏波的运动, 众所周知, 高级思维活动是脑电波的运动, 而心肌梗塞则与在心肌运动中触发了螺旋波有关.

非线性在波动中常常起着非常重要的作用, 这一认识始于 19 世纪为解释流体介质中出现的孤立子现象所做的努力. 孤立子是一种质量或能量在空间高度局域化的传播运动, 1895 年 Korteweg 和 de Vries 建立了一个包含有色散和非线性项的传播方程, 后来被称为 Korteweg-de Vries (KdV) 方程, 成功地解释了这一现象^[1]. 除孤立子外, 波动中很多常见的相干波动现象, 如激波、涡旋、纽结子、呼吸子以及其他形形色色时空斑图, 还有双稳态和多稳态, 都相继被证明是有非线性参与的结果, 用恰当的非线性偏微分方程可以描述这些现象.

在波动世界中, 最引人入胜的当属湍流, 湍流是这样一种现象, 它的一些可测量量(例如水流的局域速度)随空间和(或)时间非常迅速地变化^[2], 湍流的波形和幅度变幻莫测, 表现出很强的随机性. 科学家思考湍流问题已有很长历史了, 他们通过大量观测、实验和理论研究寻找到了流体湍流运动的许多规律^[3], 也发展出了

有关的统计理论^[1]. 除普通流体湍流外, 由带电粒子组成的等离子体中也存在丰富的湍流现象, 等离子体较之普通流体在物理上要复杂得多, 所幸的是, 这样的系统在数学上反而更容易处理. 近几十年来人们对湍流的认识随着等离子体物理学的发展不断加深^[5], 然而对于湍流起因问题, 特别是涨落场能量与粒子热能可比情况下强湍流的起因, 迄今仍未能做出回答, 以至被视为“连续介质物理中最后一个尚未解决的问题”^[6], 或“经典物理学最后的疑团”.

传统上应用 Navier-Stokes 方程讨论普通流体湍流^[3], 在等离子体物理领域, 人们也常用其流体描述^[7]表现湍流现象, 这方面有大量数值模拟的例子. 这些模拟中采用的方程是决定性的, 不含随机项, 但包含非线性. 因此为探讨湍流起因, 值得深入研究与普通流体和等离子体流体有关的非线性系统的动力学. 目前发展得比较成熟的非线性动力学理论大多局限于讨论仅依赖于时间的系统, 即所谓的时序系统的非线性动力学. 这个理论特别着力研究在远离平衡态时系统表现出来的各种复杂非线性现象和规律, 一个重要结论是: 决定性的非线性系统可以出现混沌运动^[8~10]. 在流体和等离子体湍流中物理量随时间和空间变化, 这是一种时空混沌现象, 与一般时序系统中的混沌运动不同. 不过我们不必过分强调这个差别, 因为非线性相互作用将流体波动中不同尺度的运动连接起来, 人们总可以用制约各种尺度运动的一组常微分方程尽可能精确地描述湍流现象^[11]. 在本书中将看到, 时序系统的非线性动力学理论仍然可以成为我们分析非线性波的动力学问题的基础, 当涉及空间变量时, 非线性系统的确会表现出一些特有的现象, 不过它们动力学并没有脱离现有理论的框架.

本书将尝试把时序系统的非线性动力学理论应用到波动系统, 以讨论非线性波的动力学性质. 非线性波是一个太大的题目, 全面论述这个问题非笔者力所能及. 本书在讨论波动解从有规向混沌和湍流转变时, 将采用尽可能简化的模型作分析, 这些模型是从实际物理系统引出的. 非线性研究中已有大量例证表明, 一些具体模型所表现出来的运动规律包括向混沌转变的途径, 有超越特定系统的共通意义. 事实上, 通过对各种时序非线性系统所作的数值模拟和实验研究, 只找到少数几条通向混沌的途径. 当然, 在波动系统中是否同样如此, 有待更多和更深入的研究来证实.

本书第二章讨论波动的一些基本概念, 并对线性波和非线性波的差别作一些初步唯象的分析. 由于本书中引用的一些主要方程都有等离子体背景, 在这一章中还特别介绍了等离子体系统中两个最重要的线性波动模式: 电子等离子体波和离子声波, 以方便其他专业领域的读者阅读后面的有关章节.

第三章介绍几个重要的非线性波方程, 它们都是从实际物理系统中推导出来的. 这一章从描写普通流体浅水波的 KdV 方程开始讨论, 不仅因为这是一个最著

名的非线性波动方程,也因为有证据说明这个方程在物理上存在某些缺陷,由于这个原因,在本书后面几章讨论非线性波的动力学时我们没有选择 KdV 方程作为基础来建立主要模型. 本书的主要模型建立在非线性漂移波基础之上,这是一种在非均匀磁化等离子体中传播的波. 本章分别介绍了非线性漂移波在一维、二维和三维空间下的几个方程形式、它们的物理背景以及导出的过程. 我们强调,尽管推导使用了等离子体系统,但在一维空间下得到的非线性漂移波方程与在中性流体中作为对 KdV 方程修正的 Regularized Long-wave 方程(亦称 BBM 方程)形式完全相同,且在二维空间下得到的 Hasegawa-Mima 方程与旋转中性流体中著名的 Charney 方程形式完全相同. 因此,无论对于中性流体还是等离子体流体,这些方程都非常重要,值得我们深入分析它们的动力学性质. 本章最后介绍了著名的非线性薛定谔方程,这个方程因与量子力学中薛定谔方程形式相似而得名,只是前者的“势阱”项来源于系统的非线性. 在本书第八至十章分析一个非线性波模型的动力学时,读者将再次看到非线性是怎样自然产生“空间势阱”效应的,势阱的存在改变了系统的色散行为,在非线性波演化中起着重要作用.

非线性波由偏微分方程描述,而它的无穷多模式满足一组耦合常微分方程,它们构成了一个非线性时序系统. 从第四章开始特辟了两章的篇幅简要介绍时序系统的非线性动力学理论,为讨论波动问题的需要,我们将侧重点放在与复空间模式有关的非线性系统的演化规律上.

第四章讨论保守的哈密顿系统. 首先是可积系统,一个重要结论是它的运动流形有环形拓扑;其次,讨论在受到不可积扰动时哈密顿系统的动力学行为,介绍了著名的 KAM 定理和 Poincaré-Birkhoff 定理,前者告诉我们在受到不可积扰动时,哪些拓扑环将首先被破坏以及在什么条件下它们还能保持环形结构,后者告诉我们在拓扑环被破坏以后运动流形在相空间中将有怎样的结构. 本书的重点不在哈密顿系统,不过了解这些理论对理解非线性波的动力学行为十分重要. 在第六章以后我们将看到,不仅一些由可积哈密顿函数描写的简单波-波相互作用系统的运动流形是拓扑环,那些在无穷维相空间中运动的非线性波,包括有驱动和耗散时,只要波动是空间有规的,它们的运动流形也有环形拓扑,这些拓扑环在什么条件下会被破坏以及可能以怎样的方式被破坏都是讨论非线性波的动力学的重要课题.

第五章介绍有耗散的时序系统的非线性动力学理论,侧重点仍在复振子系统. 耗散系统有别于保守哈密顿系统的一个最显著特点是其运动轨道在相空间中存在吸引子,非线性动力学关心的重要问题之一是在临界参数下吸引子流形出现的拓扑改变亦即分岔现象,以及通过分岔向混沌转变的途径. 分岔现象大体可划分为两大类:局域分岔和全局分岔. 在局域分岔方面,重点介绍了鞍结点分岔和 Hopf 分岔,它们多半也是波动系统中两种最重要的局域分岔现象. 全局分岔是涉及相空间

中大尺度结构的突变现象,在第十章中通过一个实例我们将看到波动状态向强湍流的转变就属于整个吸引子出现突变的全局分岔现象.非线性动力学关心的另一个重要问题是振子间的合作运动,如锁相以及各种相同步行为等,本章介绍了这方面的研究结果.这些现象在波动系统中也常见,在第九章和第十章中我们在随波坐标系中把所讨论的非线性波化作为在势阱中运动的一组耦合振子,由此观察到这些振子可调节到不同类型的相同步状态,它们导致波动有不同的整体表现.

第六章讨论波-波相互作用,这是波动模式之间耦合运动的基本过程,仍属于时序系统问题.为探索这类系统的运动从有规向混沌转变的规律,分析了几个模型的动力学性质,这些模型是从不同形式的非线性漂移波方程作简化和模式截断后得到的.在最简单的情形下,涨落电场 3 个模式的耦合运动可由可积哈密顿系统描述,它们的轨道被约束在一个拓扑环上,在引入耗散并考虑到涨落电场与沿磁力线传播的离子声波的耦合时,我们可观察到三波系统的运动遵循典型的 Ruelle-Takens 途径向混沌转变.在这两个极端情形之间,本章还建立了另外 2 个模型分别讨论了与离子声波耦合引起的拓扑环共振破坏以及耗散引起的 Hopf 分岔现象,目的是认识不同物理因素对系统动力学的影响.本章最后扼要介绍了将空间效应引入波-波相互作用的一个模型,这方面努力的目的是试图解释湍流运动中一个极为重要的现象:能量向小波数模式的级联.

波-波相互作用模型有很大的局限性,要想真正认识像能量级联这类强湍流或所谓充分发展的湍流中的特有现象,必须讨论由非线性波方程描写的系统,这在本书的第七章以后进行.

第七章从斑图选择现象开始讨论,利用反应扩散方程分析一个化学系统的均匀态为什么会失去稳定性,自发地产生空间结构.讨论这一模型对波动系统的意义在于,在随波坐标系中观察,稳定的定态波解实际上就是空间均匀态出现对称破缺后的一种斑图选择.迄今为止,只有少数非线性波方程能找到漂亮的解析解,寻找形态复杂的波动解通常要求借助计算机.本章先给出保守波动系统解析解的例子,分析它们的轨道在相空间中的行为,然后介绍了所谓的约化扰动方法,利用这个方法可以把由流体力学或磁流体力学方程组描写的复杂系统约简到低维空间的波动方程,以便于寻找系统的相干波动解.一个波动方程存在形状和速度都不随时间改变的相干波动解并不意味着这些解在扰动下是稳定的,一般认为微分方程解的稳定性与方程是否可积有关.判断微分方程可积与否常利用所谓的 Painlevé 判据,方法是分析方程在复平面上奇点(在偏微分方程的情况下则是奇异流形)的性质,本章简要介绍了这一方法并据此解释了两个漂移波孤立子碰撞时的非弹性性质.本章的后一部分讨论非保守的非线性波,重点介绍了有驱动和耗散的一维非线性漂移波模型的数值模拟结果,发现那些(稳定和不稳定的)定态波解在参数空间高度有

组织,特别是在一些参数区中观察到了定态波解的能量形成滞后曲线.一个引人瞩目的现象是,在漂移波模型中出现湍流解的参数区与定态波解出现滞后的参数区高度相关,这为后面几章利用这个模型分析波动从空间有规态向湍流态转变的机制提供了十分重要的线索.

第八章利用非线性漂移波模型分析定态波解的失稳机制.注意到任何定态波解在随波坐标系中都是模式相空间中的一个(非平凡的)不动点,讨论它的稳定性问题因此等价于讨论这个不动点对扰动的线性响应,由此可建立起系统的非线性色散关系.对不动点的线性扰动有与系统自由度数目相同的独立复方向,它们由一组准模描述.利用这个非线性色散关系计算扰动模式的本征值和本征矢量随参数改变的结果表明,一个定态波解典型地可通过特征准模的鞍结点分岔或 Hopf 分岔失稳,并且不稳定性的发生与它们的本征值和本征矢量在参数空间出现奇异性有关.从本章分析得到的一个重要结果是,位于波能滞后曲线的负斜率分支上的定态波解是鞍结点不稳定的,在随波坐标系中它们都是相空间中的鞍点.结合上一章找到的非线性漂移波的湍流解与其定态波能滞后现象出现的参数区相关这一事实,鞍点在波动状态向湍流的转变中可能起到的重要作用开始浮出水面.

第九章讨论与局域分岔相关的弱湍现象,发现定态波解作为在随波坐标系中的一个相空间不动点可通过一系列 Hopf 分岔转变为高维拓扑环.当拓扑环随参数改变发展出奇点时,轨道有机会穿过拓扑奇点在相空间更大范围内游走,引起波动能量出现阵发.这些结果是将可观察的波动解展开为傅里叶模式并考虑了坐标系运动带来的多普勒效应后得到的.本章后半部分换了一个视角观察非线性波动,如前面提到的,将可观察的波动解看做为一个在(鞍型不稳定)定态波解提供的空间势阱中运动的耦合振子系统,制约这些振子运动的是一组耦合非线性常微分方程,它们需要与定态波解的模式方程联立求解.研究表明,与那些轨道约束在拓扑环上的空间有规波动相对应,这些耦合振子之间总是维持着完美的泛函相同步.

第十章在分析强湍动力学时仍采用这一视角,在随波坐标系中将实现了的波动解看做是在鞍型定态波动解这一类特殊空间势阱中耦合振子的运动.这些振子作为系统中的活跃模式,既受到鞍型势阱的散射,又因其自身的非线性而相互耦合,数值模拟漂移波模型揭示的运动向强湍状态突变以及突变后的许多现象都能在这个图像下得到满意的解释.本章重点分析了向强湍流转变的动力学机制,结果表明,向强湍的转变在动力学上属于一种与鞍点有关的激变或全局分岔现象:在越过临界参数时,理论上存在的鞍型定态波解总会在某个时刻几近实现,这一特殊虚波形的实现可称为“斑图共振”,它本质上是一种非线性频率或相速度的共振,共振触发了吸引子的激变.若在随波坐标系中观察,斑图共振就表现为相空间中弱湍吸引子与鞍点的碰撞.吸引子轨道与鞍点的碰撞还诱发了最长波的主模式相对于

鞍型势阱的运动出现束缚-自由转变以及统计意义上的对称性突变,只有在继发的这个临界转变后波动能量才逐渐级联到小尺度模式,导致系统进入强湍状态.本章最后分析了在强湍吸引子上的动力学,强湍的时空演化表面上有很强的随机特点,实际上却可以说明它是一种特殊的相同步状态,在这个状态下,鞍型势阱中的若干长波振子阵发地调节到非完美相同步,这是一种时间和空间上的同步,可使波动能量在同步的瞬间达到其他任何动力学状态都不能达到的高度.

本书讨论的方程多是从等离子体系统中推导出来的,等离子体是不同于固态、液态和气态的一种物质聚集状态^[12].一个原来由中性粒子组成的体系,如果温度升得足够高(如 10^4 °C 以上),一些处在束缚态的电子开始被电离,产生大量带负电荷的“自由”电子,并剩下同样数量的带正电的离子,这就形成了等离子体.等离子体是一个宏观上处于电中性状态的体系,宇宙中绝大部分物质处于等离子体状态,如大气层外包围地球的电离层、太阳风(它们是太阳耀斑爆发产生并沿磁力线飞向地球的带电粒子流)、恒星和星际空间物质等,在我们周围则有如闪电、极光等天然等离子体、受控核聚变等实验室等离子体以及等离子体电视等工业生产中的等离子体.

等离子体中电子已脱离了束缚态,离子也可以相对自由地运动,这使得等离子体拥有了既不同于由中性粒子组成的流体也不同于固体的某些特殊性质.假设等离子体完全电离,且初始时离子和电子处于电荷平衡态,空间中任何一点都是电中性的,这时如果因为扰动某个离子离开了其平衡位置,在它的周围就会产生库仑电场;电子的质量远轻于离子,它们对这个库仑电场迅速响应,聚集到离子周围,对电场起到一定的屏蔽作用.因此,在等离子体中出现的扰动电势是受到屏蔽的库仑势.对于电子密度为 n_e ,温度为 T_e 的等离子体,研究表明,屏蔽的特征尺度是德拜(Debye)长度

$$\lambda_D = (kT_e/4\pi n_e e^2)^{1/2}, \quad (1-1)$$

式中使用高斯单位, k 是玻尔兹曼(Boltzmann)常数, e 是电子电荷量.将等离子体中一个以离子为中心、以德拜长度 λ_D 为半径的球形空间称为德拜球,电势从中心下降的速度要远快于未受屏蔽的真空势,在德拜球边缘上电势已下降到其真空电势的约 $1/e$,这里 e 是自然对数.

德拜长度是等离子体一个基本的特征空间尺度.我们可粗略地认为,等离子体由许多德拜球组成,在分析等离子体中的物理过程时,要将问题的特征空间尺度与系统的德拜长度做比较,如果问题的特征尺度远小于德拜长度,那么所讨论的物理过程主要发生在德拜球内,在这种情况下每个带电粒子都较强烈地感受到其他带电粒子的库仑势,因此需要考虑二体库仑碰撞等单粒子过程;如果大于德拜长度,可以认为带电粒子所感受到的是一些屏蔽了的库仑势,在这种情况下,单粒子效应