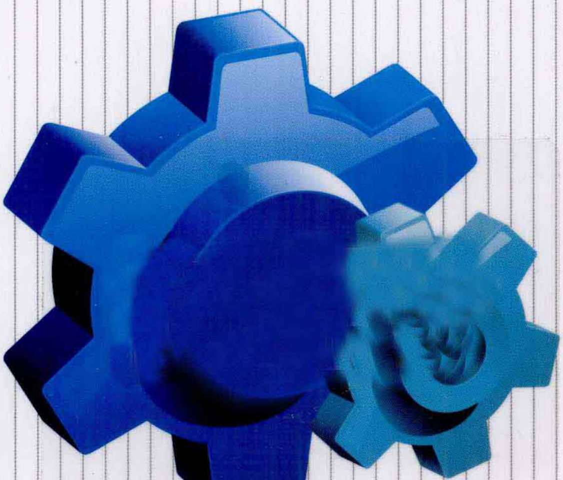
内容全面便于查阅 方法实用快速提分

高考数学 新课标 新考纲 新内容

公式定理运用技巧

所有公式一网打尽 所有定理一应俱全
所有例证都很典型 所有技巧都很灵验

■ 丛书主编：周贞雄 ■ 本册主编：蒋明权 蒋芳茂



学考专家

湖南大学出版社

高考数学

公式定理运用技巧

丛书主编：周贞雄

本册主编：蒋明权　蒋芳茂

编　　委：蒋明权　蒋芳茂　李艳丽　张芝兰
谭玉石　汤　灏　黄爱民　龙和桂
罗雯婕　王艳林　徐国良　廖爱民
李月奇　刘璟珺

学考专家

Xiangjiao Publishing

湖南大学出版社

内容简介

本书不仅收集了教材上高考必考的数学公式，而且列出了大纲中只要求了解而近年来各省市高考中出现过的对数学学习有重大帮助的公式。书中对每一个公式在记忆方法、易错陷阱及运用技巧等方面进行了适当的文字解读，所举例题以近年来的高考题为主，有助于同学们将学习与高考紧密地联系起来。本书在表述方面尽量做到简明扼要、科学准确、深入浅出、通俗易懂，适用于高中各年级学生。

图书在版编目(CIP)数据

高考数学公式定理运用技巧 / 蒋明权，蒋芳茂主编.
—长沙：湖南大学出版社，2011.7

ISBN 978-7-5667-0014-8

Ⅰ.①高…　Ⅱ.①蒋…　②蒋…　Ⅲ.①数学公式—高中—升学参考资料②数学—定律—高中—升学参考资料　Ⅳ.①G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 132854 号

高考数学公式定理运用技巧

Gaokao Shuxue Gongshi Dingli Yunyong Jiqiao

作　　者：蒋明权　蒋芳茂　**主编**
责任编辑：丁　莎
出版发行：湖南大学出版社
社　　址：湖南·长沙·岳麓山　　**邮　　编：**410082
电　　话：0731-88822559(发行部)，88820008(编辑室)，88821006(出版部)，88619166(经销)
传　　真：0731-88649312(发行部)，88822264(总编室)
电子邮箱：dingsha008@126.com
网　　址：http://press.hnu.cn
印　　装：湖南凌华印务有限责任公司
开　　本：880×700　16 开　　**印张：**18.375　　**字数：**282 千字
版　　次：2011 年 8 月第 1 版　　**印次：**2011 年 8 月第 1 次印刷
书　　号：ISBN 978-7-5667-0014-8 / G·487
定　　价：24.80 元

前　言

亲爱的同学们，你课后复习时是否为不断翻看三年的教材查找公式和定理而发愁呢?查阅公式和定理时是否因得不到相应的知识拓展而影响学习效果呢?别担心!《高考数学公式定理运用技巧》正是为满足同学们这一实际需求而专门设计的。本书以新课标和最新考试大纲为依据,紧扣高考对数学能力的要求,集学习与备考于一体,不仅包括高中数学的公式、定理等重要知识,而且还对各个公式、定理的运用技巧进行了详细的归纳。具体说来,本书具有以下三大特点:

一、全面总结公式定理

本书全面总结和收录了高中阶段需要掌握的公式和定理，并以此为主线构建了一个完备的知识体系。在具体编写时,作者既对与公式和定理相关的基础知识和重要内容进行了系统的梳理，同时也对同学们学习中的易混和易错之处进行了详细的分析,可以帮助大家在快速记住公式和定理的同时,正确地运用公式和定理,从而轻松地提高考试成绩。

二、精心选择典型例题

本书对于重要的公式和定理,不仅进行了详尽地阐述、推导和分析,而且还配备了典型的例题,实现公式、定理与实例的印证,将机械记忆变为有形记忆,使记忆不再抽象。书中例题的挑选主要来源于近几年各省市的高考真题和各地高考模拟试题，同时还吸取了全国各地优秀教师在教学实践中积累的典型例题和部分最新研究成果。

三、详细归纳运用技巧

数学与其他学科最大的区别之一就在于其一题多解。在考场上,有创新的解题思路和解题技巧往往能起到事半功倍的作用。基于此,本书在内容的编写上重点突

出了公式、定理的应用技巧，对典型的公式、定理，结合典型的例题，通过“以题目说明方法，用方法提炼技巧”的方式，帮助同学们学会举一反三，触类旁通，让同学们轻松摆脱“不会做题”的苦恼，让大家真正享受到“别人不会做的题目，我会做；别人会做的题目，我用更好的方法做”的乐趣。

编　者

目录 Contents

第一章 集合与逻辑用语

1.1 集合的概念与运算 …… 1
1.2 命题 …… 8
1.3 充要条件 …… 10
1.4 全称量词与特称量词 …… 12

第二章 函　数

2.1 函数及表达式、定义域和值域 …… 14
2.2 函数的性质 …… 18
2.3 二次函数 …… 25
2.4 指数的运算与指数函数 …… 28
2.5 对数的运算与对数函数 …… 32
2.6 幂函数 …… 38
2.7 方程的根与函数的零点 …… 41
2.8 用二分法求方程的近似解 …… 42

第三章 三角函数

3.1 三角函数的概念 …… 44
3.2 同角三角函数与诱导公式 …… 47
3.3 三角函数的图象与性质 …… 51
3.4 三角恒等变换 …… 58
3.5 解三角形 …… 67

第四章 平面向量

4.1 平面向量的基本概念与线性运算 …… 71

4.2 向量的坐标表示 …… 75
4.3 平面向量的数量积 …… 77
4.4 三角形中的向量问题 …… 82

第五章 数　列

5.1 数列的基本概念 …… 85
5.2 等差数列 …… 88
5.3 等比数列 …… 91
5.4 常见数列的求和 …… 95
5.5 递推数列 …… 100

第六章 不等式

6.1 整式不等式的解法 …… 104
6.2 分式不等式的解法 …… 106
6.3 指数、对数不等式的解法 …… 108
6.4 无理不等式的解法 …… 109
6.5 均值不等式 …… 110
6.6 绝对值不等式 …… 111
6.7 线性规划 …… 112
6.8 恒成立问题 …… 114
6.9 柯西不等式 …… 114
6.10 排序不等式 …… 115

第七章 立体几何初步

7.1 三视图与直观图 …… 117
7.2 空间几何体的表面积与体积 …… 119
7.3 点、线、面的位置关系 …… 127
7.4 空间中的平行关系 …… 130
7.5 空间中的垂直关系 …… 132
7.6 距离与夹角的求法 …… 135

第八章 空间向量与立体几何

8.1 空间向量及其运算 …… 143
8.2 空间中角的求法 …… 144

8.3 空间距离的求法 …… 150

第九章 直线与圆的方程

9.1 直线的方程 …… 155
9.2 两条直线的位置关系 …… 161
9.3 直线系方程 …… 167
9.4 圆的方程 …… 168
9.5 圆系方程 …… 173
9.6 直线与圆的位置关系 …… 174

第十章 圆锥曲线与方程

10.1 椭圆 …… 176
10.2 双曲线 …… 180
10.3 抛物线 …… 185
10.4 直线与圆锥曲线的位置关系 …… 189

第十一章 计数原理

11.1 两个基本计数原理 …… 193
11.2 排列 …… 195
11.3 组合 …… 199
11.4 二项式定理 …… 202

第十二章 概率与统计

12.1 事件与概率 …… 207
12.2 古典概型与几何概型 …… 210
12.3 离散型随机变量及分布列 …… 214
12.4 二项分布与正态分布 …… 218
12.5 独立性检验 …… 221
12.6 线性回归方程 …… 222

第十三章 导数及其应用

13.1 导数及其运算 …… 224
13.2 导数的应用 …… 227
13.3 定积分 …… 231

第十四章 推理与证明

14.1 合情推理与演绎推理 …… 235
14.2 直接证明与间接证明 …… 240
14.3 数学归纳法 …… 242

第十五章 算法初步

15.1 算法和程序框图的基本概念 …… 244
15.2 余数定理 …… 246
15.3 进位制公式 …… 247
15.4 秦九韶算法 …… 249
15.5 常见算法举例 …… 250

第十六章 数系的扩充与复数的引入

16.1 复数 …… 257

第十七章 几何证明选讲

17.1 直线及三角形相似的有关公式定理 …… 262
17.2 圆的有关公式定理 …… 264

第十八章 坐标系与参数方程

18.1 极坐标 …… 268
18.2 参数方程 …… 272

第十九章 优选法

19.1 优选法 …… 279

第一章 集合与逻辑用语

集合与逻辑用语知识,是掌握和使用数学语言的基础.集合知识可以使我们更好地理解数学中广泛使用的集合语言,并用集合语言表达数学问题,运用集合观点去研究和解决数学问题.逻辑是研究思维形式及其规律的一门学科,是人们认识和研究问题不可缺少的工具,是为了培养学生的推理技能,发展学生的思维能力.

综观历年高考试题,集合与简易逻辑是必考内容,常常以简单题和中档题的形式出现.学好了集合的概念与运算,掌握了必须的逻辑知识,在通向成功的道路上,你就迈开了坚实的第一步.

1.1 集合的概念与运算

所谓集合,是指我们所研究的一些对象的总体,集合中的各个对象叫做元素.

集合的性质主要有确定性、互异性、无序性.元素与集合的关系有"属于($\in$)"与"不属于($\notin$)"两种.集合又可分为有限集和无限集,集合的表示法主要有列举法、描述法和图象法.集合的运算主要有交、并、补等等.

要注意利用符号语言进行集合运算,并能记忆常见的集合表示法:正自然数集是$\mathbf{N}_+$或$\mathbf{N}^*$,自然数集是$\mathbf{N}$,整数集是$\mathbf{Z}$,有理数集是$\mathbf{Q}$,实数集是$\mathbf{R}$,复数集是$\mathbf{C}$等等.

★集合相等的定理★ 若$A\subseteq B$,且$B\subseteq A$,则$A=B$.

【定理解读】上述定理是证明两个集合相等的方法.

运用技巧

1. 用列举法写出每个集合中的各个元素

例1 与集合$\{x\in\mathbf{N}\mid x-3<2\}$相等的集合是( )

A. $\{0,1,2,3,4\}$ B. $\{1,2,3,4\}$

C. $\{0,1,2,3,4,5\}$　　　　D. $\{1,2,3,4,5\}$

解 设 $A=\{x\in\mathbf{N}\mid x-3<2\}$，从而 $A=\{0,1,2,3,4\}$，则集合 $\{x\in\mathbf{N}\mid x-3<2\}$ 与 $\{0,1,2,3,4\}$ 的每一个元素都相同，故选 A.

2. 用分类讨论法去分析两相等集合中的各个元素

例2 集合 $A=\{a,0,-8\}$，$B=\{c,\frac{1}{b},8\}$，且 $A=B$，则 $a^{2011}\cdot b^{2010}-4c^{2010}$ 的值为 (　　)

A. 8　　B. -8　　C. $-\frac{1}{8}$　　D. $\frac{1}{8}$

解 因 $A=B$，集合 B 中的元素 $\frac{1}{b}\neq 0$，则只能 $c=0$；而 $-8\neq 8$，则 $\frac{1}{b}=-8$，$b=-\frac{1}{8}$，$a=8$. $a^{2011}\cdot b^{2010}-4c^{2010}=8^{2011}\cdot(-\frac{1}{8})^{2010}-4\times 0^{2010}=8$，故选 A.

易错陷阱

已知集合 $A=\{x\mid ax^2+4x+4=0\}$ 中只有一个元素，则 $a=$ (　　)

A. 1　　B. 2　　C. 0　　D. 0 或 1

【错解】如果集合 $A=\{x\mid ax^2+4x+4=0\}$ 中只有一个元素，那么方程 $ax^2+4x+4=0$ 只有一个解，所以 $\Delta=4^2-4a\times 4=0$，解得 $a=1$，故选 A.

【剖析】方程 $ax^2+4x+4=0$ 到底是一元二次方程，还是一元一次方程呢？没有分类讨论.

【正解】如果集合 A 中只有一个元素，那么方程 $ax^2+4x+4=0$ 只有一个解.

(1) 当方程是一元一次方程时，$a=0$，此时集合 $A=\{x\mid 4x+4=0\}=\{-1\}$；

(2) 当方程是一元二次方程时，$\Delta=4^2-4a\times 4=0$，解得 $a=1$.

综上，$a=1$ 或 0，故选 D.

★子集系列公式★ (1) $A\subseteq A$；(2) $\varnothing\subseteq A$；(3) $\varnothing\subsetneqq A(A\neq\varnothing)$；(4) 对于集合 A、B、C，如果 $A\subseteq B$，且 $B\subseteq C$，则 $A\subseteq C$.

【公式解读】(1) 任何集合是它本身的子集，即 $A\subseteq A$；(2) 空集是任何集合的子集，即 $\varnothing\subseteq A$；(3) 空集是任何非空集合的真子集，即 $\varnothing\subsetneqq A(A\neq\varnothing)$；(4) 本式是子集的传递性公式.

运用示范

在下列写法中：① $\{0\}\in\{0,1,2\}$；② $\varnothing\subsetneqq\{\varnothing\}$；③ $\{1,2,0\}\subseteq\{1,2\}$；④ $0\in\varnothing$；⑤ $\varnothing\subsetneqq\{0\}$. 其中正确写法的个数有(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

【分析】本题考查了 0 元素、空集$\varnothing$、由空集组成的集合$\{\varnothing\}$、由元素 0 组成的集合$\{0\}$的含义,以及元素与集合、集合与集合之间的关系.

解 选 B. 正确的写法有:$\varnothing \subsetneqq \{\varnothing\}$,$\varnothing \subsetneqq \{0\}$.

易错陷阱

在下列给出的关系中:①$\{\varnothing\} \subseteq \{a,b\}$;②$\{(a,b)\} \subseteq \{a,b\}$;③$\{b,a\} \subseteq \{a,b\}$;④$\varnothing \subseteq \{0\}$. 其中正确的是(　　)

A. ①②　　B. ①④　　C. ③④　　D. ①②③④

【错解】因空集是任何集合的子集,①是正确的;集合$\{(a,b)\}$与集合$\{a,b\}$的代表元素不一样,从而②错误;因$\{b,a\}=\{a,b\}$,于是③错误;$\varnothing \subseteq \{0\}$是成立的,故①④正确. 即选 B.

【剖析】上述解答是错误的,集合$\{\varnothing\}$与集合$\{a,b\}$的代表元素不同,①是错误的;因为任何集合是其本身的子集,所以③是正确的.

【正解】根据子集系列公式(1)$A \subseteq A$;(2)$\varnothing \subseteq A$ 知,③④正确,故选 C.

★n 个元素的集合中子集的个数公式★ 集合$\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$的子集个数为 2^n.

【公式解读】从集合 A 中的 n 个元素中取 0 个元素所形成的集合是$\varnothing$,显然$\varnothing \subseteq A$;从集合 A 中的 n 个元素中取 1 个元素所形成的集合有 $C_n^1=n$ 个,它们都是集合 A 的子集;…;从集合 A 中的 n 个元素中取 n 个元素所形成的集合是集合 A 本身,它也是集合 A 的子集. 于是集合 A 的所有子集个数为 $C_n^0+C_n^1+C_n^2+\cdots+C_n^n=2^n$. 易知集合 A 的所有真子集的个数为 2^n-1,所有非空真子集个数为 2^n-2.

运用技巧

1. n 个元素的集合中真子集的个数为 2^n-1

例 1 (广东卷)已知集合 $A=\{1,2,3,4\}$,那么 A 的真子集的个数是(　　)

A. 16　　B. 15　　C. 14　　D. 4

解 集合 A 中有 4 个元素,依据真子集个数公式,知集合 A 的真子集有 $2^4-1=15$ 个,故选 B.

2. n 个元素的集合中非空真子集的个数为 2^n-2

例 2 满足条件$\{1\} \subsetneqq A \subsetneqq \{1,2,3,4,5\}$的集合 A 的个数是________.

解 集合$\{1,2,3,4,5\}$一共有 5 个元素,集合 A 是该集合的真子集,但 A 中必须

包括元素1,因此集合 A 可从元素2、3、4、5中任选元素,问题转化为求元素2、3、4、5所构成的集合的非空真子集的个数,共有 $2^4-2=14$ 个,填14.

★并集定义公式★ $A\cup B=\{x\mid x\in A,$ 或 $x\in B\}$.

【公式解读】 $A\cup B$ 是由属于集合 A 或属于集合 B 的所有元素组成的集合.

运用技巧

1. 运用定义计算两个集合的并集

例1 (广东卷)若集合 $A=\{0,1,2,3\}$,$B=\{1,2,4\}$,则集合 $A\cup B=($　　$)$

A. $\{0,1,2,3,4\}$　　B. $\{1,2,3,4\}$　　C. $\{1,2\}$　　D. $\{0\}$

解 由并集的定义知,$A\cup B=\{0,1,2,3,4\}$,故选A.

2. 若 $P\cup Q=Q$,则 $P\subseteq Q$

例2 设集合 $M=\{x\mid x<3\}$,$N=\{x\mid x>-2\}$,$Q=\{x\mid x-a\geqslant 0\}$,令 $P=M\cap N$. 若 $P\cup Q=Q$,求 a 的取值范围.

解 $P=M\cap N=\{x\mid x<3\}\cap\{x\mid x>-2\}=\{x\mid -2<x<3\}$.

又 $\because Q=\{x\mid x-a\geqslant 0\}=\{x\mid x\geqslant a\}$,$P\cup Q=Q$,$\therefore P\subseteq Q$,易知 $a\leqslant -2$.

$\therefore a$ 的取值范围是 $(-\infty,-2]$.

3. 注意集合的并集运算的系列公式

例3 下列运算公式中:①$A\cup A=A$;②$A\cup\varnothing=A$;③$A\cup B=B\cup A$;④若 $A\cup B=A$,则 $A\subseteq B$. 正确命题的序号是________.

解 据并集与子集的定义知,命题①②③正确.

易错陷阱

设集合 $A=\{0,1,2,3,4\}$,$B=\{1,3,5,7\}$,则 $A\cup B=$________.

【错解】 $A\cup B$ 是集合 A 与 B 中的所有元素,即 $A\cup B=\{0,1,2,3,4,1,3,5,7\}$,故填 $\{0,1,2,3,4,1,3,5,7\}$.

【剖析】 上述解答犯了两个错误:一是答案与集合的互异性相矛盾,二是与集合的并集的概念不符合,集合 A 与集合 B 的并集是由属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合.

【正解】 $A\cup B$ 由属于集合 A 或 B 的所有元素构成的集合,即 $A\cup B=\{0,1,2,3,4,5,7\}$,故填 $\{0,1,2,3,4,5,7\}$.

★交集运算公式★ $A\cap B=\{x|x\in A,且\ x\in B\}$.

【公式解读】$A\cap B$ 是由属于集合 A 且属于集合 B 的所有元素组成的集合.

运用技巧

1. 在交集的计算中要做到不重不漏

例1 (全国卷)设集合 $M=\{m\in Z|-3<m<2\}$,$N=\{n\in Z|-1\leqslant n\leqslant 3\}$,则 $M\cap N=$(　　)

A. $\{0,1\}$　　B. $\{-1,0,1\}$　　C. $\{0,1,2\}$　　D. $\{-1,0,1,2\}$

解 用列举法. $M=\{-2,-1,0,1\}$,$N=\{-1,0,1,2,3\}$,那么 $M\cap N=\{-1,0,1\}$,故选 B.

2. 注意集合的交集运算的系列公式

例2 下列运算公式中:①$A\cap A=A$;②$A\cap\varnothing=\varnothing$;③$A\cap B=B\cap A$;④若 $A\cap B=A$,则 $A\subsetneqq B$. 正确命题的序号是____________.

解 当 $A\cap B=A$ 时,$A\subsetneqq B$ 或 $A=B$ 都成立,故应该得出 $A\subseteq B$,而不是 $A\subsetneqq B$,④是错误的. 由集合的定义知,命题①②③正确.

易错陷阱

已知集合 $A=\{x|x^2+(m+2)x+1=0,x\in\mathbf{R}\}$,且 $A\cap\mathbf{R}^+=\varnothing$,则实数 m 的取值范围是(　　)

A. $[0,1]$　　B. $[0,+\infty)$　　C. $(-4,+\infty)$　　D. $[-4,+\infty)$

【错解】集合 A 的元素不为正数,且方程 $x^2+(m+2)x+1=0$ 的根不为 0,则集合 A 的元素只能是负数,则方程 $x^2+(m+2)x+1=0$ 的两个根为负数.

$$\therefore\begin{cases}\Delta=(m+2)^2-4\geqslant 0,\\ -\dfrac{m+2}{2}<0,\end{cases}\quad 即\begin{cases}m\leqslant -4,或\ m\geqslant 0,\\ m>-2,\end{cases}\quad\therefore m\geqslant 0.$$

故实数 m 的取值范围是 $[0,+\infty)$.

【剖析】注意 $A\cap B=\varnothing$ 有两种情况:(1)非空集合 A 与 B 没有公共元素;(2)A 与 B 这两个集合中至少有一个是 $\varnothing$.

【正解】(1)当 $A=\varnothing$ 时,方程 $x^2+(m+2)x+1=0$ 的判别式 $\Delta=(m+2)^2-4<0$,可得 $-4<m<0$;

(2)若集合 A 的元素不为正数,且方程 $x^2+(m+2)x+1=0$ 的根不为 0,则集合 A 的元素只能是负数,此时有 $m\geqslant 0$.

综上所述,实数 m 的取值范围是$(-4,+\infty)$,故选 C.

★补集运算公式★ $\complement_U A=\{x|x\in U,且\ x\notin A\}$.

【公式解读】对于一个集合 A,由全集 U 中不属于集合 A 的所有元素组成的集合称为集合 A 相对于全集 U 的补集.

运用技巧

1. 利用 Venn 图,进行补集运算

例1 (山东卷)已知全集 $U=\mathbf{R}$,集合 $M=\{x||x-1|\leqslant 2\}$,则$\complement_U M=($　　$)$

A. $\{x|-1<x<3\}$　　　　B. $\{x|-1\leqslant x\leqslant 3\}$

C. $\{x|x<-1,或\ x>3\}$　　　　D. $\{x|x\leqslant -1,或\ x\geqslant 3\}$

解 因为集合 $M=\{x||x-1|\leqslant 2\}=\{x|-1\leqslant x\leqslant 3\}$,全集 $U=\mathbf{R}$,

所以$\complement_U M=\{x|x<-1,或\ x>3\}$,故选 C.

2. 把德·摩根定律运用于补集运算,减少运算量

例2 已知集合 $U=\{x|x=3n,n<10,n\in\mathbf{N}^*\}$,$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\{9,18,24\}$,则集合 $A\cup B=$________.

解 $U=\{3,6,9,12,15,18,21,24,27\}$,$\because(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\{9,18,24\}$,由德·摩根定律得$\complement_U(A\cup B)=(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$,$\therefore \complement_U(A\cup B)=\{9,18,24\}$,从而 $A\cup B=\{3,6,12,15,21,27\}$.

【点评】德·摩根定律:$\complement_U(A\cap B)=(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$,$\complement_U(A\cup B)=(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$.运用德·摩根定律,可以把“补补交”或“补补并”三次运算,化简为“并补”两种运算.记忆的口诀是:“交的补等于补的并;并的补等于补的交”.这个公式在简易逻辑上用处很大.

易错陷阱

设全集 $U=\mathbf{R}$,$A=\{x|x^2-4>0\}$,则$\complement_U A=$________.

【错解】因 $A=\{x|x^2-4>0\}=\{x|x<-2,或\ x>2\}$,从而$\complement_U A=\{x|-2<x<2\}$.

【剖析】解决数学问题,一定要做到“不重不漏”,本题在求集合 A 的补集时没有考虑 -2 与 2 这两个元素.

【正解】因 $A=\{x|x<-2,或\ x>2\}$,从而$\complement_U A=\{x|-2\leqslant x\leqslant 2\}$.

★**集合的交集与并集的关系**★ $A\cup B=A+B-A\cap B$.

运用技巧

1. **利用公式** $\text{card}(A\cup B)=\text{card}(A)+\text{card}(B)-\text{card}(A\cap B)$**进行计算**

例1（湖南卷）某班共30人，其中15人喜爱篮球运动，10人喜爱乒乓球运动，8人对这两项运动都不喜爱，则喜爱篮球运动但不喜爱乒乓球运动的人数为________.

【分析】本题需要运用集合中元素个数的计算公式，若结合Venn图会更加简单.

解 设集合$A=\{$喜爱篮球运动的学生$\}$，集合$B=\{$喜爱乒乓球运动的学生$\}$，于是$\text{card}(A\cup B)=30-8=22$，$\text{card}(A)=15$，$\text{card}(B)=10$，

将以上数据代入公式：

$\text{card}(A\cup B)=\text{card}(A)+\text{card}(B)-\text{card}(A\cap B)$，

得$22=15+10-\text{card}(A\cap B)$，解得$\text{card}(A\cap B)=3$，那么喜爱篮球运动，但不喜爱乒乓球运动的人数为$15-3=12$(人). 故填12.

2. **利用公式** $\text{card}(A\cup B\cup C)=\text{card}(A)+\text{card}(B)+\text{card}(C)-\text{card}(A\cap B)-\text{card}(B\cap C)-\text{card}(C\cap A)+\text{card}(A\cap B\cap C)$**进行计算**

例2（陕西卷）某班有36名同学参加数学、物理、化学课外探究小组，每名同学至多参加两个小组，已知参加数学、物理、化学小组的人数分别为26，15，13，同时参加数学和物理小组的有6人，同时参加物理和化学小组的有4人，则同时参加数学和化学小组的有__________人.

【分析】本题需要计算集合中元素的个数，若利用极端化原则，结合Venn图，容易得出其结果.

解 由条件知，每名同学至多参加两个小组，故不可能出现一名同学同时参加数学、物理、化学课外探究小组，设参加数学、物理、化学小组的人数构成的集合分别为A,B,C，则$\text{card}(A\cup B\cup C)=36$，$\text{card}(A)=26$，$\text{card}(B)=15$，$\text{card}(C)=13$，$\text{card}(A\cap B)=6$，$\text{card}(B\cap C)=4$，$\text{card}(A\cap B\cap C)=0$.

由公式$\text{card}(A\cup B\cup C)=\text{card}(A)+\text{card}(B)+\text{card}(C)-\text{card}(A\cap B)-\text{card}(B\cap C)-\text{card}(C\cap A)+\text{card}(A\cap B\cap C)$，

有$36=26+15+13-6-4-\text{card}(A\cap C)+0$，解得$\text{card}(A\cap C)=8$，

即同时参加数学和化学小组的有8人.

1.2 命　题

可以判断真假的语句叫做命题．学习本节内容时，要注意真值表以及德·摩根定律的应用，了解命题的逆命题、否命题与逆否命题的定义，重视简单的逻辑联结词的定义，以及逻辑联结词与真值表的关系．对本节知识的考查，高考中以选择题、填空题为主，如果在解答题中出现，则只会是中低档题．

★命题真假的判断定理★ 判断复合命题的真假的方法是应用真值表，就是说："非 p"形式的复合命题真假与命题 p 的真假相反；当 p 与 q 都真时，"p 且 q"形式的复合命题才为真，其他情形均为假；当 p 与 q 都假时，"p 或 q"形式的复合命题为假，其他情形都为真．

【定理解读】上述定理总结了教材中的真值表，更容易记忆和运用．

运用技巧

1. 判断命题的真假

例 1 下列各组命题中，满足"p 或 q"为真，"p 且 q"为假，"非 p"为真的是（　　）

A. p：$0=\varnothing$；q：$0\in\varnothing$

B. p：在 $\triangle ABC$ 中，若 $\cos 2A=\cos 2B$，则 $A=B$；q：$y=\sin x$ 在第一象限是增函数

C. p：$a+b\geqslant 2\sqrt{ab}(a,b\in\mathbf{R})$；$q$：不等式 $|x|>x$ 的解集为 $(-\infty,0)$

D. p：圆 $(x-1)^2+(y-2)^2=1$ 的面积被直线 $x=1$ 平分；q：椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 的一条准线方程是 $x=4$

【分析】本题需要对命题 p 和 q 的真假进行判断，也就是以命题为载体考查学生对基础知识的掌握情况．

解 由已知条件，知命题 p 假且命题 q 真．选项 A 中命题 p、q 均假，排除；选项 B 中，命题 p 真而命题 q 假，排除；选项 D 中，命题 p 和命题 q 都为真，排除，故选 C．

2. 以命题为载体考查代数知识

例 2 设 p：关于 x 的不等式 $|x-4|+|x-3|<a$ 的解集是 $\varnothing$；q：函数 $y=\lg(ax^2-x+a)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$．如果 p 和 q 有且仅有一个正确，求 a 的取值范围．

【分析】本题是简易逻辑问题中的常见题型，主要考查了学生的分类讨论思想．