



金星图解系列丛书

全国教育科学“十一五”规划教育部课题  
图解策略提高教与学超越性和实效性的应用研究

# 图解新教材

开启快乐学习时代

总策划 薛金星

总主编 钟山

## 八年级数学(下)

(浙江教育版)



YZLI0890123306



辽海出版社



辽宁教育出版社

# 图解新教材

开启快乐学习时代



宁波市鄞州区图书馆藏  
八年级数学(下)  
YZ (浙江教育版)

总策划 薛金星  
总主编 钟山  
主编 王义美  
副主编 林楚芳 刘文成  
编委 赵鹏 马振元



YZL10890123305

 辽海出版社

 辽宁教育出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

图解新教材:浙江教育版. 八年级数学. 下/钟山主编. —沈阳:辽海出版社, 2009. 11  
ISBN 978-7-5451-0805-7

I. 图… II. 钟… III. 数学课—初中—教学参考资料  
IV. G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第201958号

责任编辑:孟 萌

封面设计:智远品牌

插图绘制:金星手绘工作室

责任校对:陈丽萍 吕瑞霞

---

出 版 者:辽海出版社

地址:沈阳市和平区十一纬路25号

邮编:110003

电话:024-23284478

<http://www.lhph.com.cn>

印 刷 者:北京泽宇印刷有限公司

发 行 者:各地书店发行

---

幅面尺寸:720mm×1000mm

印 张:14

字 数:400千字

---

2009年11月第1版 2011年10月第3次修订 2011年10月第1次印刷

定 价:19.80元





## 学习新革命的引领者

全球权威心理学家、物理学家、生物学家及教育学家联合研究表明，图解的学习方法是最简单、最实用、最科学、最高效的学习方法。《图解新教材》丛书历经三年研发与打造，以图解的方式方法，创造性解决了目前学生陈旧低效的学习方式和繁杂抽象的学习内容等问题。《图解新教材》丛书将带领广大学子运用最便捷的方法思考问题，站在更高的层面上分析问题，运用最恰当的方式解决问题。

### 本丛书将会使您轻松成为学习高手

本丛书讲解与呈现方式引入风靡欧美数十年的被誉为“打开大脑潜能的万能钥匙”和“21世纪风靡全球的学习方法与思维工具——概念地图与思维导图”，以图解方式科学地实现了知识的可视化，化深为浅，化繁为简，化抽象为形象，化理论为实例，实现基于脑神经生理特性的左右半脑互动学习模式，将高效的、可视化的学习策略、方法、技巧融入到日常学习中去，帮助你释放出难以置信的学习潜能，让你的学习、记忆、理解、应试更轻松，更快捷。

### 本丛书将会使您真正成为学考专家

本丛书立足于解决“如何学好、如何考好”两个学生最关心的问题，同步新课标教材，落实新课标学习与考试理念。内容讲解上，知识与考点融为一体，突出深入浅出的学习特点；全面挖掘历年考题在教材中的典型原型和影子，与考例直线链接，达到快速融会贯通；总结学法与考法清晰明确，助学助考事半功倍；例题与习题突出方法总结，实现授之以渔、举一反三；学生能力与素质分阶段培养落实，全程循序渐进、系统提升。

### 本丛书将会使您体验到学习的轻松快捷

人类80%以上的信息是通过视觉获得的，常言“百闻不如一见”“一图胜过千言”就是这个意思。本书采用轻松直观的图文并茂的编排形式，各类图示变繁杂抽象为直观快捷，各种插画变深奥冗繁为浅显愉悦，各种表格变枯燥乏味为清晰明了，充分开拓学生与生俱来的放射性思考能力和多感官学习潜能。

**全球超过2.5亿人使用的高效学习方法，  
你不想试一试吗？**



# 目 录



<b>第1章 二次根式</b> .....	( 1 )	考场报告 误区警示 .....	( 35 )
<b>1.1 二次根式</b> .....	( 2 )	自主限时 精题精练 .....	( 35 )
本节知识方法能力图解 .....	( 2 )	练后反思 / 答案详解 .....	( 35 )
多元智能 知识点击 .....	( 2 )	教材问题 详尽解答 .....	( 36 )
发散思维 题型方法 .....	( 4 )	<b>2.2 一元二次方程的解法</b> .....	( 37 )
知识激活 学考相联 .....	( 4 )	本节知识方法能力图解 .....	( 37 )
考场报告 误区警示 .....	( 5 )	多元智能 知识点击 .....	( 38 )
自主限时 精题精练 .....	( 5 )	发散思维 题型方法 .....	( 42 )
练后反思 / 答案详解 .....	( 5 )	知识激活 学考相联 .....	( 44 )
教材问题 详尽解答 .....	( 6 )	考场报告 误区警示 .....	( 44 )
<b>1.2 二次根式的性质</b> .....	( 6 )	自主限时 精题精练 .....	( 45 )
本节知识方法能力图解 .....	( 6 )	练后反思 / 答案详解 .....	( 45 )
多元智能 知识点击 .....	( 6 )	教材问题 详尽解答 .....	( 45 )
发散思维 题型方法 .....	( 9 )	<b>2.3 一元二次方程的应用</b> .....	( 47 )
知识激活 学考相联 .....	( 10 )	本节知识方法能力图解 .....	( 47 )
考场报告 误区警示 .....	( 10 )	多元智能 知识点击 .....	( 48 )
自主限时 精题精练 .....	( 10 )	发散思维 题型方法 .....	( 50 )
练后反思 / 答案详解 .....	( 11 )	知识激活 学考相联 .....	( 52 )
教材问题 详尽解答 .....	( 11 )	考场报告 误区警示 .....	( 53 )
<b>1.3 二次根式的运算</b> .....	( 12 )	自主限时 精题精练 .....	( 53 )
本节知识方法能力图解 .....	( 12 )	练后反思 / 答案详解 .....	( 53 )
多元智能 知识点击 .....	( 13 )	教材问题 详尽解答 .....	( 54 )
发散思维 题型方法 .....	( 16 )	<b>章末大提升</b> .....	( 55 )
知识激活 学考相联 .....	( 19 )	深化解读 专题专项 .....	( 55 )
考场报告 误区警示 .....	( 19 )	教材问题 详尽解答 .....	( 58 )
自主限时 精题精练 .....	( 20 )	<b>第3章 频数及其分布</b> .....	( 60 )
练后反思 / 答案详解 .....	( 20 )	<b>3.1 频数与频率</b> .....	( 61 )
教材问题 详尽解答 .....	( 21 )	本节知识方法能力图解 .....	( 61 )
<b>章末大提升</b> .....	( 22 )	多元智能 知识点击 .....	( 61 )
深化解读 专题专项 .....	( 22 )	发散思维 题型方法 .....	( 64 )
教材问题 详尽解答 .....	( 26 )	知识激活 学考相联 .....	( 66 )
<b>第2章 一元二次方程</b> .....	( 28 )	考场报告 误区警示 .....	( 67 )
<b>2.1 一元二次方程</b> .....	( 29 )	自主限时 精题精练 .....	( 67 )
本节知识方法能力图解 .....	( 29 )		
多元智能 知识点击 .....	( 29 )		
发散思维 题型方法 .....	( 32 )		
知识激活 学考相联 .....	( 35 )		



左脑+右脑>>左脑

学会用大脑的语言思考,图解是一种高效的方法,更是一种成功的习惯。







练后反思 / 答案详解 .....	( 67 )	4.2 证明 .....	( 98 )
教材问题 详尽解答 .....	( 67 )	本节知识方法能力图解 .....	( 98 )
3.2 频数分布直方图 .....	( 70 )	多元智能 知识点击 .....	( 98 )
本节知识方法能力图解 .....	( 70 )	发散思维 题型方法 .....	( 99 )
多元智能 知识点击 .....	( 70 )	知识激活 学考相联 .....	( 102 )
发散思维 题型方法 .....	( 72 )	考场报告 误区警示 .....	( 102 )
知识激活 学考相联 .....	( 74 )	自主限时 精题精练 .....	( 103 )
考场报告 误区警示 .....	( 75 )	练后反思 / 答案详解 .....	( 103 )
自主限时 精题精练 .....	( 75 )	教材问题 详尽解答 .....	( 104 )
练后反思 / 答案详解 .....	( 76 )	4.3 反例与证明 .....	( 106 )
教材问题 详尽解答 .....	( 76 )	4.4 反证法 .....	( 106 )
3.3 频数分布折线图 .....	( 77 )	本节知识方法能力图解 .....	( 106 )
本节知识方法能力图解 .....	( 77 )	多元智能 知识点击 .....	( 107 )
多元智能 知识点击 .....	( 77 )	发散思维 题型方法 .....	( 108 )
发散思维 题型方法 .....	( 78 )	知识激活 学考相联 .....	( 109 )
知识激活 学考相联 .....	( 79 )	考场报告 误区警示 .....	( 110 )
考场报告 误区警示 .....	( 80 )	自主限时 精题精练 .....	( 110 )
自主限时 精题精练 .....	( 81 )	练后反思 / 答案详解 .....	( 110 )
练后反思 / 答案详解 .....	( 82 )	教材问题 详尽解答 .....	( 111 )
教材问题 详尽解答 .....	( 82 )	章末大提升 .....	( 112 )
章末大提升 .....	( 83 )	深化解读 专题专项 .....	( 112 )
深化解读 专题专项 .....	( 83 )	教材问题 详尽解答 .....	( 115 )
教材问题 详尽解答 .....	( 86 )	第5章 平行四边形 .....	( 118 )
第4章 命题与证明 .....	( 90 )	5.1 多边形 .....	( 119 )
4.1 定义与命题 .....	( 91 )	本节知识方法能力图解 .....	( 119 )
本节知识方法能力图解 .....	( 91 )	多元智能 知识点击 .....	( 119 )
多元智能 知识点击 .....	( 91 )	发散思维 题型方法 .....	( 123 )
发散思维 题型方法 .....	( 93 )	知识激活 学考相联 .....	( 125 )
知识激活 学考相联 .....	( 95 )	考场报告 误区警示 .....	( 125 )
考场报告 误区警示 .....	( 95 )	自主限时 精题精练 .....	( 125 )
自主限时 精题精练 .....	( 95 )	练后反思 / 答案详解 .....	( 126 )
练后反思 / 答案详解 .....	( 96 )	教材问题 详尽解答 .....	( 126 )
教材问题 详尽解答 .....	( 96 )		





<b>5.2 平行四边形</b> .....	(128)	多元智能 知识点击 .....	(149)
本节知识方法能力图解 .....	(128)	发散思维 题型方法 .....	(152)
多元智能 知识点击 .....	(128)	知识激活 学考相联 .....	(155)
发散思维 题型方法 .....	(130)	考场报告 误区警示 .....	(156)
知识激活 学考相联 .....	(131)	自主限时 精题精练 .....	(156)
考场报告 误区警示 .....	(131)	练后反思 / 答案详解 .....	(157)
自主限时 精题精练 .....	(131)	教材问题 详尽解答 .....	(157)
练后反思 / 答案详解 .....	(132)	<b>5.6 三角形的中位线</b> .....	(159)
教材问题 详尽解答 .....	(132)	本节知识方法能力图解 .....	(159)
<b>5.3 平行四边形的性质</b> .....	(133)	多元智能 知识点击 .....	(159)
本节知识方法能力图解 .....	(133)	发散思维 题型方法 .....	(160)
多元智能 知识点击 .....	(134)	知识激活 学考相联 .....	(162)
发散思维 题型方法 .....	(136)	考场报告 误区警示 .....	(163)
知识激活 学考相联 .....	(138)	自主限时 精题精练 .....	(163)
考场报告 误区警示 .....	(138)	练后反思 / 答案详解 .....	(163)
自主限时 精题精练 .....	(139)	教材问题 详尽解答 .....	(164)
练后反思 / 答案详解 .....	(139)	<b>5.7 逆命题和逆定理</b> .....	(165)
教材问题 详尽解答 .....	(139)	本节知识方法能力图解 .....	(165)
<b>5.4 中心对称</b> .....	(141)	多元智能 知识点击 .....	(165)
本节知识方法能力图解 .....	(141)	发散思维 题型方法 .....	(167)
多元智能 知识点击 .....	(141)	知识激活 学考相联 .....	(168)
发散思维 题型方法 .....	(143)	考场报告 误区警示 .....	(168)
知识激活 学考相联 .....	(146)	自主限时 精题精练 .....	(169)
考场报告 误区警示 .....	(146)	练后反思 / 答案详解 .....	(169)
自主限时 精题精练 .....	(147)	教材问题 详尽解答 .....	(170)
练后反思 / 答案详解 .....	(147)	<b>章末大提升</b> .....	(172)
教材问题 详尽解答 .....	(148)	深化解读 专题专项 .....	(172)
<b>5.5 平行四边形的判定</b> .....	(148)	教材问题 详尽解答 .....	(176)
本节知识方法能力图解 .....	(148)		



### 左脑+右脑>>左脑

学会用大脑的语言思考，图解是一种高效的方法，更是一种成功的习惯。



第6章 特殊平行四边形与梯形 ... (179)

6.1 矩形 ..... (180)

本节知识方法能力图解 ..... (180)

多元智能 知识点击 ..... (180)

发散思维 题型方法 ..... (182)

知识激活 学考相联 ..... (184)

考场报告 误区警示 ..... (184)

自主限时 精题精练 ..... (185)

练后反思 / 答案详解 ..... (185)

教材问题 详尽解答 ..... (186)

6.2 菱形 ..... (188)

本节知识方法能力图解 ..... (188)

多元智能 知识点击 ..... (188)

发散思维 题型方法 ..... (191)

知识激活 学考相联 ..... (193)

考场报告 误区警示 ..... (194)

自主限时 精题精练 ..... (194)

练后反思 / 答案详解 ..... (195)

教材问题 详尽解答 ..... (195)

6.3 正方形 ..... (197)

本节知识方法能力图解 ..... (197)

多元智能 知识点击 ..... (197)

发散思维 题型方法 ..... (199)

知识激活 学考相联 ..... (201)

考场报告 误区警示 ..... (202)

自主限时 精题精练 ..... (202)

练后反思 / 答案详解 ..... (203)

教材问题 详尽解答 ..... (203)

6.4 梯形 ..... (204)

本节知识方法能力图解 ..... (204)

多元智能 知识点击 ..... (204)

发散思维 题型方法 ..... (207)

知识激活 学考相联 ..... (210)

考场报告 误区警示 ..... (210)

自主限时 精题精练 ..... (211)

练后反思 / 答案详解 ..... (212)

教材问题 详尽解答 ..... (212)

章末大提升 ..... (214)

深化解读 专题专项 ..... (214)

教材问题 详尽解答 ..... (216)



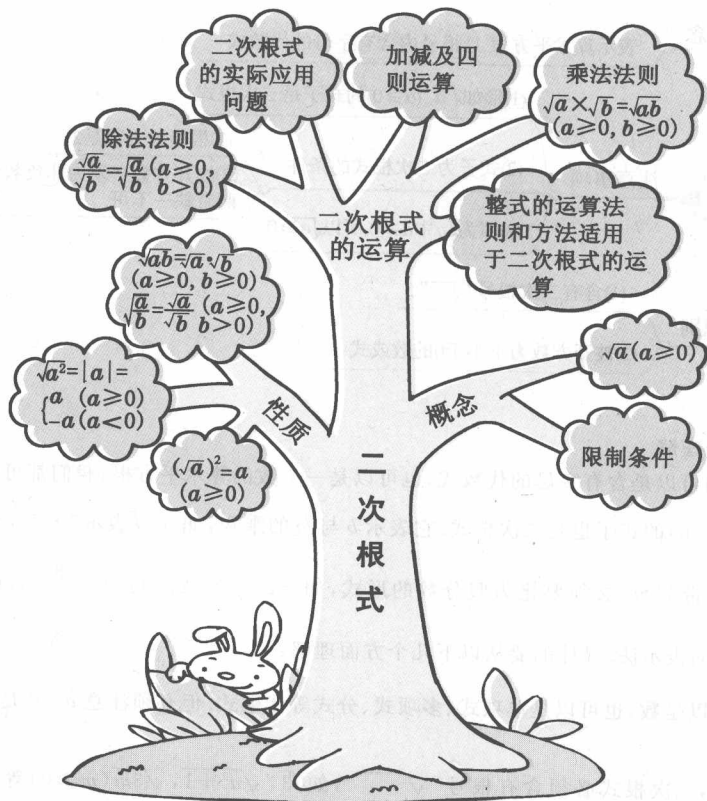




# 走进

## 第 1 章

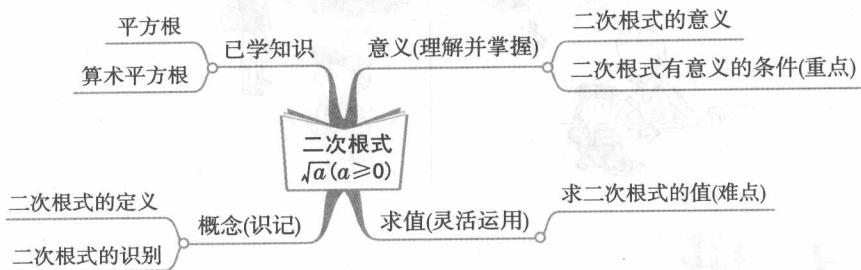
### 二次根式





# 1.1 二次根式

## 本节知识方法能力图解



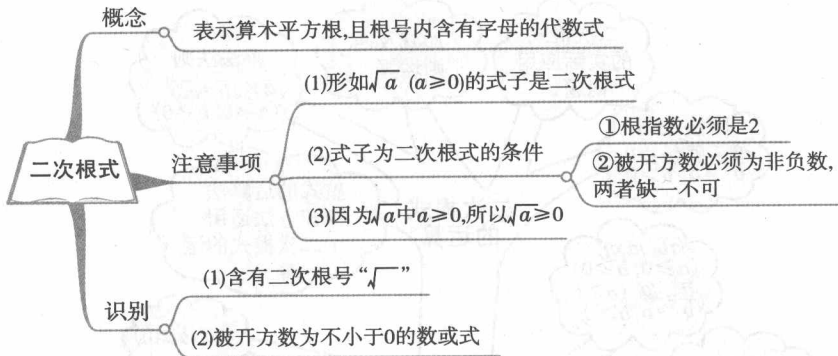
## 多元智能 知识点击

●重点 难点 疑点 方法……

为方便起见,把一个数的算术平方根也叫做二次根式。

### 探究 ● 二次根式的概念

#### 智能导航



#### 各个击破

##### 1. 对二次根式的理解

二次根式根号内可以是含有字母的代数式,也可以是一个数的算术平方根,我们都可以理解为二次根式.形如  $b\sqrt{a} (a \geq 0)$  的式子也是二次根式.它表示  $b$  与  $\sqrt{a}$  的乘积,如  $5\sqrt{7}$  表示  $5 \times \sqrt{7}$ ,  $-\frac{1}{3}\sqrt{3}$  表示  $-\frac{1}{3} \times \sqrt{3}$ .如果  $b$  是带分数,必须要化为假分数的形式,如  $-2\frac{2}{3} \times \sqrt{2}$  应写为  $-\frac{8}{3}\sqrt{2}$ ,而不能写成  $-2\frac{2}{3}\sqrt{2}$ ,这是错误的表示法.具体的要从以下几个方面理解:

(1) 被开方数可以是数,也可以是单项式、多项式、分式等代数式.但必须注意  $a \geq 0$  是  $\sqrt{a}$  为二次根式的前提条件.

(2) 从形式上看,二次根式必须含有根号“ $\sqrt{\quad}$ ”,如  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{a^2+1}$ ,  $\sqrt{3m} (m \geq 0)$  等都是二次根



式,像 $\sqrt{4}$ ,  $\sqrt{25}$ 等也是二次根式.

(3) 式子 $\sqrt{a}(a \geq 0)$ 既是二次根式,又表示非负数 $a$ 的算术平方根,因此它一定是非负数.也就是说:式子 $\sqrt{a}$ 包含两个非负数:①被开方数 $a$ ,即 $a \geq 0$ (这是使 $\sqrt{a}$ 有意义的条件);②式子 $\sqrt{a}$ 本身,即 $\sqrt{a} \geq 0$ (这是由算术平方根的意义决定的).

例1 判断下列各式,一定是二次根式的有( )

- (1)  $\sqrt{6}$ ; (2)  $\sqrt{-18}$ ; (3)  $\sqrt{x^2+1}$ ; (4)  $\sqrt[3]{-8}$ ; (5)  $\sqrt{x^2+2x+1}$ ; (6)  $\sqrt{-(2x-1)^2}$ ; (7)  $\sqrt{|x|}$ ;  
 (8)  $\sqrt{1+2x} (x < -\frac{1}{2})$ .

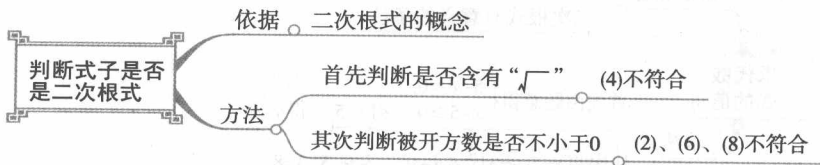
A. 3个

B. 4个

C. 5个

D. 5个以上

思路图解:



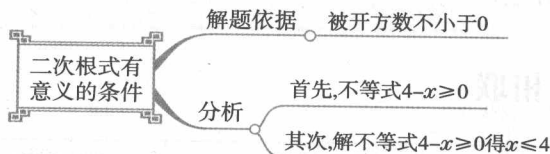
答案: B

## 2. 确定二次根式中被开方数所含字母的取值范围

由二次根式的意义可知:当 $a \geq 0$ 时, $\sqrt{a}$ 有意义,是二次根式;当 $a < 0$ 时, $\sqrt{a}$ 没有意义,不是二次根式,所以确定被开方数中字母的取值范围时,可根据形如 $\sqrt{a}$ 的式子有意义或无意义的条件,列出不等式,然后解不等式即可.但要特别注意的是:含有分母的二次根式取值时,一定记住分母不能为零这一条件.

例2 (2009·黄冈)当 $x$  \_\_\_\_\_ 时,二次根式 $\sqrt{4-x}$ 有意义.

思路图解:



答案:  $\leq 4$

## 3. 求代数式的值

二次根式的求值,实际上是求代数式的值,即将未知数的值代入二次根式,经过运算求解即可;另一种情况是利用二次根式的非负性求值,若一个式子中有两个根式的被开方数互为相反数时,则被开方数同时为零时根式有意义.

例3 (2009·荆门)若 $\sqrt{x-1} - \sqrt{1-x} = (x+y)^2$ ,则 $x-y$ 的值为( )

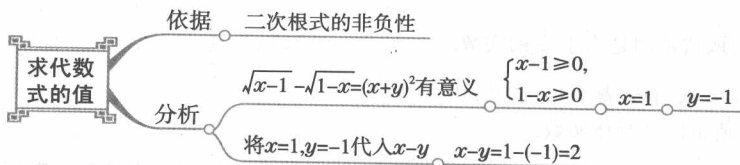
A. -1

B. 1

C. 2

D. 3

思路图解:



答案: C



## 发散思维 题型方法

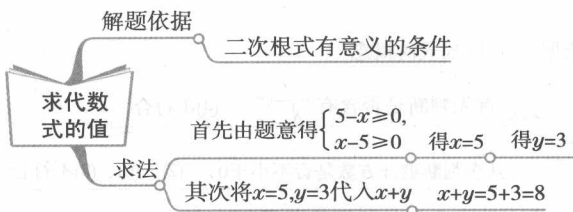
●思路 步骤 方法 技巧……

### 题型 对二次根式概念的综合考查

**题型揭秘:** 二次根式的概念、意义,特别是二次根式中被开方数不小于零和求二次根式中字母的取值范围是很重要的知识点,也是后面学习二次根式内容的重要基础.中考命题中一般不单独考查,经常与二次根式的性质、函数、不等式或不等式组等知识综合命题,题型有填空题、选择题和解答题.

**例** 已知  $\sqrt{5-x} + \sqrt{x-5} + 3 = y$ , 求  $x+y$  的值.

思路图解:



解: 由题意, 得  $\begin{cases} 5-x \geq 0, \\ x-5 \geq 0, \end{cases} \therefore \begin{cases} x \leq 5, \\ x \geq 5, \end{cases} \therefore x=5.$

当  $x=5$  时,  $y = \sqrt{5-x} + \sqrt{x-5} + 3 = \sqrt{5-5} + \sqrt{5-5} + 3 = 3, \therefore x+y = 5+3 = 8.$

#### 题后小结

被开方数互为相反数的二次根式, 当它们出现在同一个等式中, 则它们的被开方数同时为零时, 这两个算术平方根才有意义. 由此可确定一个字母的取值, 从而也就确定了另一个字母的取值, 进而求得了代数式的值.



## 知识激活 学考相联

●考题 原型 考情 考法……

原型类别	教材内容	中考真题
例题与中考	<p><b>P4 例 1</b> 求下列二次根式中字母 <math>a</math> 的取值范围:</p> <p>(1) <math>\sqrt{a+1}</math>; (2) <math>\sqrt{\frac{1}{1-2a}}</math>; (3) <math>\sqrt{(a-3)^2}</math>.</p> <p>解: (1) 由 <math>a+1 \geq 0</math>, 得 <math>a \geq -1</math>,  <math>\therefore</math> 字母 <math>a</math> 的取值范围是大于或等于 <math>-1</math> 的实数.</p> <p>(2) 由 <math>\frac{1}{1-2a} &gt; 0</math>, 得 <math>1-2a &gt; 0</math>, 即 <math>a &lt; \frac{1}{2}</math>,  <math>\therefore</math> 字母 <math>a</math> 的取值范围是小于 <math>\frac{1}{2}</math> 的实数.</p> <p>(3) 因为无论 <math>a</math> 取何值, 都有 <math>(a-3)^2 \geq 0</math>,            所以 <math>a</math> 的取值范围是全体实数.</p>	<p><b>题</b> (2010·北京) 若二次根式 <math>\sqrt{2x-1}</math> 有意义, 则 <math>x</math> 的取值范围是_____.</p> <p><b>解析:</b> 由 <math>2x-1 \geq 0</math> 解得 <math>x \geq \frac{1}{2}</math>.</p> <p><b>答案:</b> <math>x \geq \frac{1}{2}</math></p>
点评	例题和中考真题都是考查利用二次根式有意义的条件确定二次根式中被开方数所含字母的取值范围.	



## 考场报告 误区警示

●易误 易错 案例 警示……

**警示** 对于二次根式中被开方数含字母的式子,求字母取值范围时忽略分母不为0而出错.

**考例** 如果  $\sqrt{\frac{-6}{2-x}}$  是二次根式,那么  $x$  应满足的条件是( )

- A.  $x \neq 2$  的实数      B.  $x < 2$  的实数      C.  $x > 2$  的实数      D.  $x \geq 2$  的实数

**考场错解:** 由题意得,  $\frac{-6}{2-x} \geq 0$ , 即  $2-x \leq 0$ , 所以  $x \geq 2$ , 故选 D.

**走出误区:** 本题错解忽略了含有字母  $x$  的分母  $2-x$  不能为零这个前提条件, 因为  $2-x=0$  时,  $\frac{-6}{2-x}$  没有意义, 当然  $\sqrt{\frac{-6}{2-x}}$  也没有意义了.

**正解:** 由题意得,  $\frac{-6}{2-x} \geq 0$ , 且  $2-x \neq 0$ , 即  $2-x < 0$ , 所以  $x > 2$ , 故选 C.

## 自主限时 精题精练

●新题 活题 巧题 典题……

请在 15 分钟内完成以下 3 个题.

1. 下列各式:  $\sqrt{15}$ ,  $\sqrt{3a}$ ,  $\sqrt{b^2-1}$ ,  $\sqrt{a^2+b^2}$ ,  $\sqrt{m^2+20}$ ,  $\sqrt{-144}$ , 其中一定是二次根式的个数是( )

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 大于 3

2. (2009·芜湖) 已知  $|a+1| + \sqrt{8-b} = 0$ , 则  $a-b =$  \_\_\_\_\_.

3. 若使  $\frac{\sqrt{m-2}}{m^2-m-12}$  有意义, 求  $m$  的取值范围.

## 练后反思

题号	训练点	反思与提升点
1	二次根式概念的应用	要满足 $\sqrt{a}(a \geq 0)$ 的形式, 即①带二次根号“ $\sqrt{\quad}$ ”, ②被开方数不小于 0
2	二次根式的非负性	几个非负数(式子)的和为 0, 则每一个数(式子)都为 0
3	二次根式有意义的条件	被开方数为非负数, 分式的分母不为零同时成立

## 答案详解

① C

② -9 点拨:  $\because |a+1| \geq 0, \sqrt{8-b} \geq 0$ , 且  $|a+1| + \sqrt{8-b} = 0, \therefore \begin{cases} a+1=0, \\ 8-b=0. \end{cases} \therefore \begin{cases} a=-1, \\ b=8. \end{cases}$   
 $\therefore a-b = -1-8 = -9$ , 故答案为 -9.

③ 解: 由题意, 得  $\begin{cases} m-2 \geq 0, \\ m^2-m-12 \neq 0, \end{cases}$  即  $\begin{cases} m \geq 2, \\ (m-4)(m+3) \neq 0, \end{cases} \therefore m \geq 2$  且  $m \neq 4$ .



## 教材问题 详尽解答

●问题 习题 全析 全解……

○○○○○

### 教材习题详解

#### 课内练习(P5)

1. 解:(1)由  $x-1 \geq 0$ , 得  $x \geq 1$ .

(2)因为  $4x^2$  无论  $x$  取什么实数都表示非负数, 所以  $x$  的取值范围是任意实数.

(3)由  $\frac{1}{x} \geq 0$  且  $x \neq 0$ , 得  $x > 0$ . (4)由  $-3x \geq 0$ , 得  $x \leq 0$ .

2. (1)  $\sqrt{2\,500+625t^2}$  千米; (2) 约 90.14 千米.

#### 作业题(P5)

1. (1)  $a \geq 0$  (2)  $a > 0$  (3)  $a \leq \frac{1}{3}$

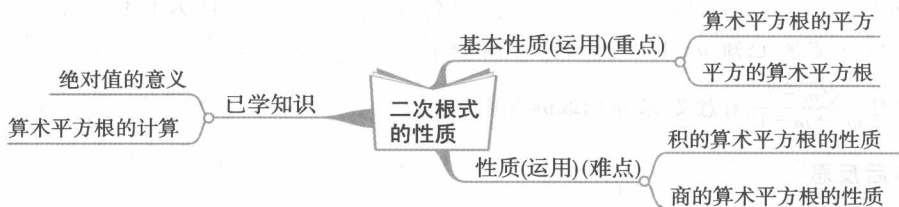
2. 1 3.  $\sqrt{2.43^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$  米; 若  $a=2$ , 拉索 AC 长约 2.63 米.

4. (1) 2 (2)  $\sqrt{2}$  (3)  $\sqrt{6}$  5.  $x = \pm 3$  6. (1)  $t = \sqrt{\frac{h}{5}}$  (2) 约 3.3 秒

## 1.2 二次根式的性质



### 本节知识方法能力图解

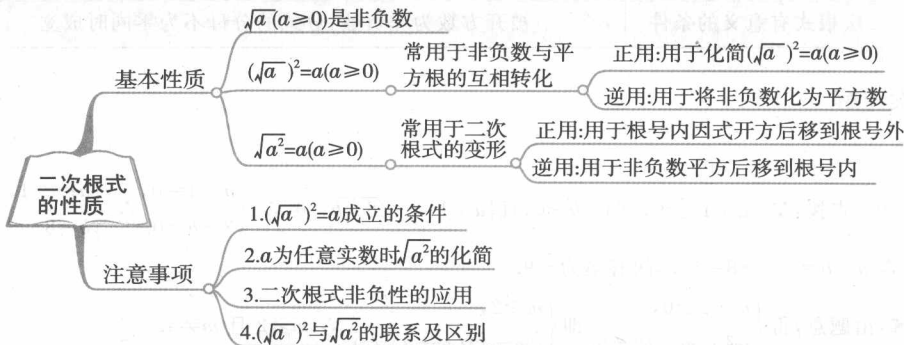


## 多元智能 知识点击

●重点 难点 疑点 方法……

### 探究一 ● 二次根式的性质

#### 智能导航





## 各个击破

1.  $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$  的作用

公式  $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$  的作用主要是非负数与平方数的互相转化, 正用公式可化简形如  $(\sqrt{a})^2$  的二次根式, 其结果等于  $a$ ; 逆用公式可把一个非负数写成一个平方数的形式, 如:  $(\sqrt{7})^2 = 7$ , 反过来,  $7 = (\sqrt{7})^2$ , 这个性质在因式分解和分式的化简中应用广泛.

2. 怎样理解运用公式  $\sqrt{a^2} = a (a \geq 0)$ ?

公式  $\sqrt{a^2} = a (a \geq 0)$  的作用主要是将根号内的因式开方后移到根号外. 计算形如  $\sqrt{(-2)^2}$  的二次根式时, 由于  $(-2)^2 = 2^2$ , 故  $\sqrt{(-2)^2} = \sqrt{2^2} = 2$ , 即先变成正数的平方, 再按公式计算. 特别注意结果必须是一个非负数, 不要犯  $\sqrt{(-2)^2} = -2$  的错误.

3.  $\sqrt{a^2}$  的化简

由于  $\sqrt{a^2}$  无论  $a$  取何实数,  $\sqrt{a^2}$  都是一个非负数, 因此当  $a < 0$  时,  $\sqrt{a^2} = a$  是不正确的. 从  $\sqrt{(-2)^2} = \sqrt{2^2} = 2 = -(-2)$  发现: 当  $a < 0$  时,  $\sqrt{a^2}$  等于  $a$  的相反数, 即  $\sqrt{a^2} = -a$ .

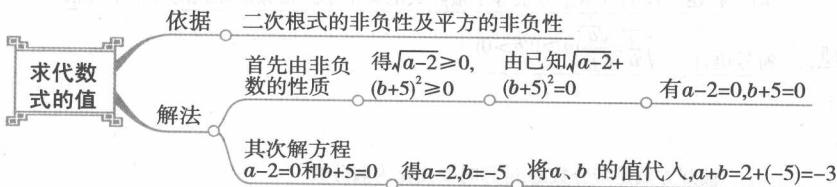
$$\text{所以 } \sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a \geq 0), \\ -a & (a < 0). \end{cases} \quad (\text{注意: 结果均为非负数})$$

## 4. 二次根式的非负性的应用

在初中阶段, 我们共接触三个非负数: 二次根式  $\sqrt{a} (a \geq 0)$ 、实数的绝对值  $|a|$ 、实数的偶次方 (如  $a^2 \geq 0$ ). 非负数有如下性质: (1) 若几个非负数的和为 0, 则每个非负数均为 0, 如: 若  $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 0$ , 则  $a = 0, b = 0$ ; 若  $\sqrt{a} + |b| + c^2 = 0$ , 则  $a = 0, b = 0, c = 0$ .

例 1 (四川成都中考) 已知  $\sqrt{a-2} + (b+5)^2 = 0$ , 那么  $a+b$  的值为 \_\_\_\_\_.

思路图解:



答案: -3

5.  $\sqrt{a^2}$  与  $(\sqrt{a})^2$  相同吗?

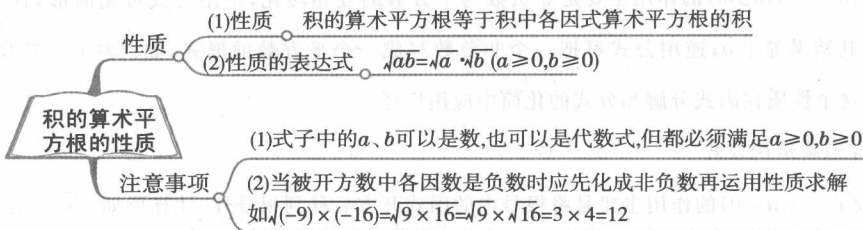
相同点: (1) 被开方数都是非负数; (2)  $\sqrt{a^2}$  与  $(\sqrt{a})^2$  的结果均为非负数.

不同点: (1)  $\sqrt{a^2}$  中的  $a$  可取任何实数, 而  $(\sqrt{a})^2$  中的  $a$  必须取非负数;

$$(2) \sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a \geq 0), \\ -a & (a < 0), \end{cases} \quad \text{而 } (\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0).$$

探究二 ● 积的算术平方根的性质

智能导航



各个击破

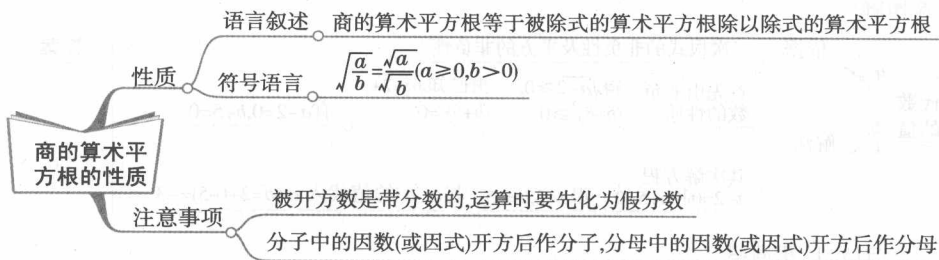
怎样运用公式  $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} (a \geq 0, b \geq 0)$ ?

(1)在这个公式中,  $a, b$  可以是数,也可以是代数式,但都必须满足  $a \geq 0, b \geq 0$ ,才能用此式进行化简或计算,如果不满足这个条件,等式右边就没有意义了,等式也就不能成立了. 如计算  $\sqrt{(-3)(-5)}$  时,若写成  $\sqrt{(-3)(-5)} = \sqrt{(-3)} \times \sqrt{(-5)}$ ,等式的右边显然没有意义,而应为  $\sqrt{(-3)(-5)} = \sqrt{3 \times 5} = \sqrt{3} \times \sqrt{5}$ .

(2)这个公式的作用是化简二次根式,化简时,一般先将将被开方数进行因式分解或因数分解,再将因式或因数指数不小于2的“开方”出来. 如  $\sqrt{720} = \sqrt{4^2 \times 3^2 \times 5} = \sqrt{4^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{5} = 4 \times 3 \times \sqrt{5} = 12\sqrt{5}$ .

探究三 ● 商的算术平方根的性质

智能导航



各个击破

商的算术平方根性质的应用

商的算术平方根的性质,也就是化简被开方数含分母的算术平方根问题. 商的算术平方根中的分子、分母必须满足分子大于或等于零,分母大于零. 这个限制条件与积的算术平方根的性质类似,但也有区别. 因为分母不能为零,所以被除式必须是非负的,除式必须是正的,否则性质不成立.



# 发散思维 题型方法

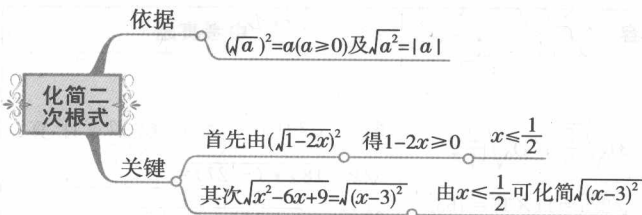
●思路 步骤 方法 技巧……

## 题型一 应用二次根式的性质化简二次根式

**题型揭秘:** 利用二次根式的性质( $\sqrt{a}$ )<sup>2</sup>= $a(a \geq 0)$ ),  $\sqrt{a^2} = |a|$  对二次根式化简求值是本节课的重要知识点,也是中考的常考内容之一。

**例 1** 化简 $(\sqrt{1-2x})^2 + \sqrt{x^2-6x+9}$ .

思路图解:



解:  $(\sqrt{1-2x})^2 + \sqrt{x^2-6x+9}$   
 $= 1-2x + \sqrt{(x-3)^2}$   
 $= 1-2x + |x-3|$   
 $\because 1-2x \geq 0,$   
 $\therefore x \leq \frac{1}{2}, \therefore x-3 < 0.$

$\therefore$  原式 $= 1-2x + |x-3| = 1-2x + 3-x = 4-3x.$

### 题后小结

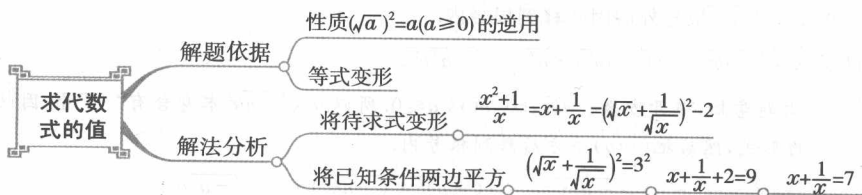
有关二次根式的化简题目要结合题目中的已知和隐含条件,寻找出字母的取值范围,再脱根号、脱绝对值符号进行化简. 本例关键是隐含条件,即 $\sqrt{1-2x}$ 有意义,则 $1-2x \geq 0$ ,得到 $x \leq \frac{1}{2}$ ,从而 $x-3 < 0$ ,然后进行化简.

## 题型二 应用二次根式的性质求代数式的值

**题型揭秘:** 二次根式的性质( $\sqrt{a}$ )<sup>2</sup>= $a(a \geq 0)$ ),  $\sqrt{a^2} = |a|$ ,几个非负数的和等于0,则每个数必为0,这三个性质在求代数式值时应用非常广泛,在近几年各地中考中有所强化.

**例 2** (一题多解) 已知 $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 3$ ,求代数式 $\frac{x^2+1}{x}$ 的值.

思路图解:



解法 1:  $\because \frac{x^2+1}{x} = x + \frac{1}{x} = (\sqrt{x})^2 + \frac{1}{(\sqrt{x})^2} + 2 \cdot \sqrt{x} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} - 2 = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 - 2,$

又 $\because \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 3, \therefore \frac{x^2+1}{x} = 3^2 - 2 = 7.$

解法 2: 将等式 $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 3$ 两边同时平方得 $x + \frac{1}{x} + 2 = 9,$