

基于储备池的 非线性系统预测 理论与分析方法

韩敏 编著



YZLI0890136051



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

基于储备池的 非线性系统预测 理论与分析方法

韩敏 编著



YZLI0890135051



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书从储备池网络的基本概念出发,重点论述了基于储备池的非线性系统辨识和预测方法,并针对储备池网络的优化算法进行了深入探讨。在此基础上,针对具体的实际问题,给出了多个算例,进而说明储备池网络在非线性系统辨识和预测研究中的应用。

本书适合学习神经网络、非线性系统建模辨识、混沌时间序列预测等方面的研究生阅读,也适合从事混沌时间序列预测、复杂系统建模与辨识等领域的工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

基于储备池的非线性系统预测理论与分析方法 / 韩敏编著. — 北京:中国水利水电出版社, 2011.12
ISBN 978-7-5084-9362-6

I. ①基… II. ①韩… III. ①非线性系统(自动化)—最优化算法—研究 IV. ①TP18

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第281610号

书 名	基于储备池的非线性系统预测理论与分析方法
作 者	韩敏 编著
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路1号D座 100038) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: sales@waterpub.com.cn 电话: (010) 68367658 (发行部)
经 售	北京科水图书销售中心(零售) 电话: (010) 88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	中国水利水电出版社微机排版中心
印 刷	北京瑞斯通印务发展有限公司
规 格	140mm×203mm 32开本 7.75印张 208千字
版 次	2011年12月第1版 2011年12月第1次印刷
印 数	0001—1000册
定 价	25.00元

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社发行部负责调换

版权所有·侵权必究

前言



非线性系统广泛存在于自然界和日常的生产、生活中。人们所熟悉的物理对象，如太阳黑子、河流径流量、降雨量等都具有较为明显的非线性特性。而在工业控制领域得到广泛应用的各种电磁装置、机械传动装置以及人工制造的继电器装置也都是非线性的。非线性系统的普遍存在性，促使人们日益认识到对非线性理论及其应用研究的重要性。非线性系统理论是建立在以非线性微分方程描述系统模型的基础上，但由于建立非线性系统模型以及求解非线性微分方程较为困难，增加了对非线性系统分析和预测的难度。近些年，在储备池方法的理论基础上，回声状态网络、流体状态机等非线性工具的应用为非线性系统的研究提供了新的方法和思路。

本书从储备池网络的基本概念出发，重点论述了基于储备池的非线性系统辨识和预测方法，并对储备池网络的改进算法进行了深入探讨。在此基础上，针对具体的实际问题，给出了多个非线性系统的辨识和预测研究的实例作为辅助说明。作者多年来一直致力于储备池网络的研究，同时也收集参考了国内外众多学者的相关成果，试图将该研究领域中的诸多的方法予以汇总，并尽量采用简单、易懂的语言进行描述，使本书具有良好的可

读性。希望本书不仅能够为相关领域的科学工作者提供帮助,而且可以吸引更广泛研究领域的研究者共同深入研究非线性系统的预测问题。

本书共分6章。第1章从储备池方法的基本概念出发,介绍了储备池网络的发展历程和研究现状,并与几种相关的神经网络方法进行了比较说明;第2章以储备池网络的数学模型为基础,具体阐述了储备池的结构、实现机理及常规学习算法,并重点介绍了基于储备池的非线性系统建模方法;第3章论述了储备池网络的几种正则化方法,其中主要包括噪声抖动方法、奇异值截断方法和岭回归方法,重点论述了基于 Levenberg Marquardt 算法以及信赖域 Newton 算法的储备池方法;第4章通过将结构风险最小化原则引入储备池方法中,具体讨论了基于储备池的无核支持向量机,实现了递归神经网络同核方法的有机结合;第5章论述了不同的储备池网络改进方法,分别叙述了储备池网络的卡尔曼滤波在线学习方法、基于储备池的主成分分析方法、基于静态储备池的无核支持向量机 Newton 算法、基于 l_1 -范数正则化的静态储备池网络以及基于贝叶斯回归的多储备池网络;第6章以前几章介绍的理论方法为基础,采用不同方法对实际非线性系统进行分析和预测,并对仿真结果作了详细的分析。

在本书出版之际,作者要感谢参与本书相关内容研究及书稿编写、校对工作的学生们,他们是史志伟博士、魏茹、李德才、王亚楠、穆大芸、梁志平、王新迎、孙磊磊、刘晓欣、许美玲等。特别感谢中国水利水电出版社的责任编辑王艺老师对本书的出版所做的认真

细致的工作。借此机会，谨向长期以来国内外所有给予作者关心、支持和鼓励的人士及家人致以最真诚的谢意。

本书受国家自然科学基金（60674073、61074096）资助，在此表示感谢。

由于作者水平有限，书中难免存在缺点和错误，热诚期待读者们的批评指正。

韩 敏

2011年9月于大连

目录



前言

第1章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 储备池及相关神经网络方法	3
1.3 基于储备池的非线性系统辨识和预测方法	19
1.4 小结	33
参考文献	34
第2章 储备池网络基础	42
2.1 引言	42
2.2 储备池网络	43
2.3 静态储备池网络的模型结构	53
2.4 动态储备池网络的模型结构	58
2.5 基于储备池的非线性系统建模	63
2.6 小结	75
参考文献	75
第3章 储备池解的性能分析及几种改进学习算法	80
3.1 引言	80
3.2 储备池解的性能分析	81
3.3 基于正则化方法的储备池网络	85
3.4 基于 LM 算法的储备池网络	99
3.5 基于信赖域 Newton 算法的储备池网络	104

3.6 小结	109
参考文献	110
第4章 基于储备池的无核支持向量机	113
4.1 引言	113
4.2 基于储备池的无核支持向量机	116
4.3 无核支持向量机的鲁棒性及其实现方法	125
4.4 无核支持向量机与传统支持向量机的区别和联系	136
4.5 小结	138
参考文献	138
第5章 储备池网络的几种改进方法	142
5.1 引言	142
5.2 储备池网络的卡尔曼滤波在线学习方法	143
5.3 基于储备池的主成分分析方法	150
5.4 基于静态储备池的无核支持向量机 Newton 算法	155
5.5 基于 1-范数正则化的静态储备池网络	161
5.6 基于贝叶斯回归的多储备池网络	169
5.7 小结	173
参考文献	173
第6章 基于储备池的非线性系统辨识和预测仿真实例	177
6.1 性能指标	177
6.2 静态储备池的仿真实例	179
6.3 基于动态储备池的非线性系统辨识仿真实例	186
6.4 基于动态储备池的混沌时间序列预测仿真实例	195
6.5 储备池网络的几种改进方法仿真实例	211
6.6 小结	236
参考文献	237
附录 公式符号对照表	238

第 1 章 绪 论

人工神经网络 (Artificial Neural Network, ANN), 通常也称为神经网络 (Neural Network, NN), 是受生物神经网络结构和功能启发而提出的一种并行分布式数学计算模型。神经网络因其强大的非线性处理能力, 在非线性系统辨识、分析和预测等领域起到越来越重要的作用。随着经济和社会的发展, 人们对非线性系统的控制精度要求越来越高, 作为研究非线性系统的有利工具, 神经网络也从仅可拟合非线性系统输入输出静态映射关系的前馈神经网络发展到可有效描述非线性系统动态特性的递归神经网络。储备池网络作为一种新型的递归神经网络, 克服了传统递归神经网络收敛速度慢、训练困难等不足, 一经提出就受到了学术界的广泛关注, 并在非线性系统辨识和预测领域展现了巨大的应用前景。本章将给出储备池网络的概念和研究现状, 分析几种与储备池网络相关的神经网络。

1.1 引言

在实际的生产生活中, 许多问题都是时序的, 如预测 (天气、动态系统、经济数据等)、系统辨识、自适应滤波、语音和图像识别、信息处理等。作为解决非时序问题有效工具的前馈神经网络, 在某些条件下可用于解决时序问题。如在动态系统建模领域, Takens^[1]指出动态系统的状态可通过适当的延迟坐标进行相空间重构, 可将时序问题转化为空间问题, 这时, 可采用前馈神经网络有效学习相空间中的数据。但该方法的一个缺陷是相空间重构参数的选取对动态系统的建模效果影响较大, 且目前仍未有良好的重构参数选取方法。



递归神经网络的出现为解决时序问题提供了一种有效的工具。递归神经网络的反馈连接使网络的输出不仅受当前时刻的输入影响同时也受历史时刻输入的影响,可有效刻画系统的动态特性。由此可见,递归神经网络是处理非线性时序问题的一种理想工具。但递归神经网络基于梯度原理的训练算法计算复杂度较高且收敛速度较慢,其在很长一段时期内一直在实际应用中受到限制。为解决递归神经网络训练困难的问题,研究者们提出了多种改进训练算法,但这些算法并没有脱离梯度原理的范畴,因此并没有从根本上解决该问题。

储备池网络是一种新型的递归神经网络,在一定程度上解决了传统递归神经网络训练困难的不足。流体状态机(Liquid State Machine, LSM)和回声状态网络(Echo State Network, ESN)是储备池网络的两种具体实现形式。由于流体状态机的侧重点在模拟生物神经网络,而回声状态网络的侧重点在工程应用,本书将以回声状态网络为储备池网络的具体实现展开研究。储备池网络的核心是一个随机生成、稀疏连接,通常由输入信号驱动的递归网络结构,称为储备池,这也是储备池网络名称的由来。储备池方法仅需训练储备池到输出层之间的连接权值,简单的线性回归即可得到满意解,因此大大简化了训练过程。

储备池网络的研究在国际神经网络学术界十分活跃,例如,在2005年,国际神经网络联合会议(International Joint Conference on Neural Networks, IJCNN)召开了关于储备池网络的特别会议;在2006年,神经信息处理系统年会(Neural Information Processing Systems, NIPS)召开了关于储备池网络的研讨会;在2007年,欧洲人工神经网络研讨会(European Symposium on Artificial Neural Networks, ESANN)也召开了关于储备池网络的特别会议。同时,在2007年,神经网络(Neural Networks)期刊出版了关于储备池网络的专刊。这些学术活动从一个侧面反映了储备池网络作为一种新型的递归神经网络为神经网络研究领域注入的新鲜活力。



1.2 储备池及相关神经网络方法

储备池网络作为一种新的神经网络，具有结构简单，训练快速等优点，已成为神经网络研究领域的一个新热点。本节将首先介绍储备池网络的概念，对储备池网络及与储备池网络研究密切相关的传统神经网络的研究现状进行简要回顾。

1.2.1 储备池网络

储备池网络在保持递归神经网络动态特性基础上，简化了递归神经网络的训练。下面将给出储备池网络的结构和算法，并对储备池网络的研究现状做一简单总结。

(1) 储备池网络的结构和算法

储备池网络的结构如图 1.1 所示。从图中可以看出，储备池网络具有简单的三层结构：一个输入层、一个输出层以及包含大量稀疏连接非线性节点的动态递归层；通常动态递归层被称为储备池。输入层和储备池之间的连接权值以及储备池内部的连接权值均在网络训练开始前随机产生并在训练过程中保持不变，在图 1.1 中用实线表示。储备池网络唯一需要训练确定的是储备池与输出层之间的连接权值，在图中用虚线表示。储备池网络的数学实现如下式所示：

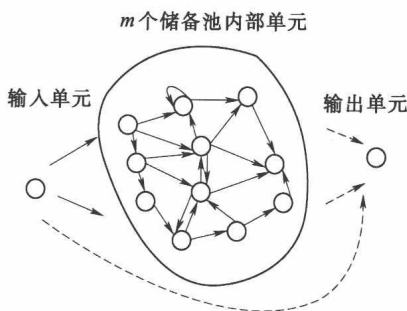


图 1.1 储备池网络结构图

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k) = \text{sig}(\mathbf{W}_x \mathbf{x}(k-1) + \mathbf{W}_u \mathbf{u}(k) + \mathbf{b}_x) \\ y(k) = \mathbf{w}^T \mathbf{x}(k) + b \end{cases} \quad (1.2.1)$$

式中： $\text{sig}(\cdot)$ 表示 Sigmoid 激活函数； $\mathbf{x}(k)$ 、 $\mathbf{u}(k)$ 和 $y(k)$ 分别为储备池网络 k 时刻的状态变量、输入变量和输出变量； $\mathbf{W}_x$



和 W_{in} 分别表示内部连接权值矩阵和输入权值矩阵； b_x 为输入偏置，其中 W_x 、 W_{in} 和 b_x 按照特定方式随机生成，并且在训练过程中保持不变， W_x 通常保持 1%~5% 的稀疏连接，其谱半径（矩阵所有特征值模的最大值）则一般保持小于 1，通常称这个高维的状态空间为“储备池空间”； w 和 b 是需要根据训练样本确定的输出权值和输出偏置。

为简化分析，可将偏置向量 b_x 和 b 作为与固定输入值 1 相连的权值合并到矩阵 W_x 和 w 中，式 (1.2.1) 可写为

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k) = \text{sig}(\mathbf{W}_x \mathbf{x}(k-1) + \mathbf{W}_{in} \mathbf{u}(k)) \\ y(k) = \mathbf{w}^T \mathbf{x}(k) \end{cases} \quad (1.2.2)$$

为保证储备池网络的稳定运行，储备池网络需要满足一定的条件以保持回声状态特性，一般要求储备池网络内部连接矩阵 W_x 的谱半径小于 1。回声状态特性是指网络当前的状态唯一的由到当前时刻为止的网络输入确定，而与初始状态无关，也就是说储备池网络需具有状态遗忘特性^[2]。

储备池网络的训练目的是确定输出权值 w 。由于储备池网络中的储备池状态变量与目标输出间是线性关系，因此训练十分简便，并可有效克服传统递归神经网络存在的局部最小、收敛速度慢等缺点。

储备池网络的训练包括两个基本步骤：首先初始化储备池，然后由给定的教师信号确定输出权值。储备池网络稳定运行前存在受初始状态影响的一段初始暂态，会对网络产生不利影响。在训练中，往往需舍弃长度为 r 的暂态过程。此时储备池网络的状态矩阵 A 和对应的期望输出可以表示为

$$\begin{aligned} A &= [\mathbf{x}(r), \mathbf{x}(r+1), \dots, \mathbf{x}(r+N-1)]^T \\ \mathbf{y}_d &= [y_d(r), y_d(r+1), \dots, y_d(r+N-1)]^T \end{aligned}$$

式中： r 一般不从 1 开始，以去掉初始暂态的影响； N 为训练样本的数目。

储备池网络输出权值的确定可以通过求解如下的优化问题来实现。



$$\min_w \| A\hat{w} - y_d \| \quad (1.2.3)$$

式中： $\hat{w}$ 是对 w 的估计。

储备池网络较传统的递归神经网络有较大改进。最重要的一点是储备池网络可在训练开始前确定网络的稳定性。由于储备池到输出间是线性关系，储备池网络存在全局唯一最优解。储备池网络无须求取时序偏微分，因此训练过程十分简单高效。在混沌时间序列预测方面，储备池网络方法显示出较好的预测性能^[3]。

传统的递归神经网络的隐含层内部节点较少，但其训练算法较为复杂。储备池网络则相反，隐含层内部节点较为庞大（几十到上千），但训练算法较为简单，且具有较好的训练效果。

储备池的选择对建模质量的影响较大，主要的待选参数包括储备池内部连接权值 W_x 的谱半径、输入权值幅值、储备池规模大小和储备池稀疏度。这些参数的选取可以在一个较大的范围内，比如若储备池的谱半径在 0.85 时可以得到较好的性能，那么取其谱半径为 0.8 和 0.9 仍然可以获得较好的结果。储备池的大小可以有几十甚至几百的变化幅度而不引起辨识效果的恶化，比如大小取 200~1000 之间。储备池连接矩阵的稀疏度通常保持 1%~10% 连接。这些参数的选取可以通过交叉检验等方法获取较为精确的估计。

(2) 储备池方法的研究现状

储备池网络作为一种新的递归神经网络，简化了传统递归神经网络的训练过程，扩展了递归神经网络的实际应用前景，吸引了众多的研究者。然而，作为一种新的递归神经网络，储备池网络的研究仍不成熟，仍有许多不足需要改进^[4]。表 1.1 中对目前较为常用的几种储备池网络输出权值训练方法进行了比较。

表 1.1 储备池网络主要学习算法

训练算法	核 心 思 想	优 缺 点
伪逆	通过简单的线性回归计算模型的输出权值 $\hat{w} = (X^T X)^{-1} X^T y_d$	最简单的权值算法，易出现病态解，导致较大幅值的输出权值

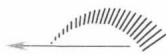


续表

训练算法	核 心 思 想	优 缺 点
正则化	在伪逆方法基础上, 添加正则项, 计算公式为 $\hat{\mathbf{w}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X} + \mu \mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}_d$	能够有效克服不适定问题, 提高网络的泛化能力, 但需要对正则化系数进行估计
序列最小优化	用储备池代替核方法, 无核支持向量机, 输出计算公式为 $f(\mathbf{x}^{\text{test}}) = \sum_{i=1}^s \alpha_s(i) \mathbf{x}^T \mathbf{x}^{\text{test}}$	能够克服不适定问题, 但计算复杂度较高

表 1.1 所列三种方法中, 伪逆 (Pseudoinverse) 方法最为简单、快捷, 而且在实际中得到了广泛的应用^[5]。然而, 伪逆方法仍存在着一个不容回避的问题: 在处理实际问题的过程中, 用于求解网络输出权值的系数矩阵往往具有较为明显的病态特性, 并伴随较大幅值的输出权值, 从而易产生过拟合现象, 影响网络的泛化能力^[6]。伪逆方法存在的另一个问题是其无法有效保证网络的泛化性能。当采用伪逆方法作为储备池网络训练方法时, 为了保证储备池的泛化性能, 一般是选择较小规模的储备池, 然而, 若储备池规模选择的过小, 将导致储备池网络优点的丧失, 使其性能退化到常规神经网络水平。例如, 在某些数据上, 当储备池的规模与传统的多层感知机的网络规模相近甚至相同时, 将会导致储备池方法的优点不能较好地发挥, 同时储备池的泛化性能也受到了影响^[6]。

正则化 (Regularization) 方法在伪逆方法基础上添加正则项, 可有效克服不适定问题, 提高网络的泛化能力。常用的储备池网络正则化方法有: 噪声抖动方法、奇异值截断方法和岭回归方法。通过对储备池状态变量添加噪声抖动可改变对应储备池系数矩阵的性质, 进而改善储备池网络解的性能, 这种处理方式在本质上可看作是一种正则化方法。然而, 所要添加噪声抖动的幅值缺乏可靠的确定方法, 需要较多的人工经验。此外, 已有证明, 当训练样本个数小于储备池网络输出权值维数时, 噪声抖动



方法不再适用。奇异值截断方法和岭回归方法是另外两种常用的储备池网络正则化方法,两者在数学上是等价的,都可削弱较小奇异值的影响。而且当训练样本个数小于输出权值维数时,两种方法也能可靠地工作。其中奇异值截断方法通过舍弃系数矩阵较小的奇异值,避免了原有伪逆方法中数值秩的确定问题。不同于奇异值截断方法,岭回归方法通过在原有的误差函数中加入输出权值的二次项,其借助于正则项的添加消除原线性回归方程中出现的病态矩阵问题,从而改善储备池网络解的性能。岭回归方法通过引入正则项系数保证了系数矩阵的对称正定性,从而可以利用高效的 Cholesky 分解提高计算效率。但上述讨论仅仅进行了定性分析,并未涉及正则项系数的具体确定问题。实际上,在岭回归方法中,正则项系数是一个非常重要的参数,正则项系数过大则模型精度无法保证,正则项系数偏小则模型复杂度增高,只有选择适当的正则化系数,才能得到高质量的预测模型。目前,对储备池网络岭回归方法的正则项系数的选取,仍缺乏有效的方法,已有的方法也基本上没有摆脱统计检验法的范畴^[7]。

序列最小优化 (Sequential Minimal Optimization, SMO) 方法是一种有效的支持向量机训练方法。表 1.1 中的序列最小优化方法是针对于在结构风险最小化思想下所提出的一种新型递归学习方法——支持向量回声状态机 (Support Vector Echo State Machine, SVESM) 的一种有效储备池网络训练方法。支持向量回声状态机又称为基于储备池的无核支持向量机,简称为无核支持向量机,将在本书第 4 章进行详细介绍。其基本实现过程可以表示为:类比于支持向量机的实现机制,将线性支持向量回归方法作用于储备池的高维特征空间中,在此基础上,引入正则化方法来控制网络的复杂度,最后的求解问题可转化为一个二次规划问题,解的形式可以表示为拉格朗日乘子和支持向量的形式。同其他方法相比较,支持向量回声状态机属于一类特殊具有凸目标函数的递归神经网络,其解具有全局性、最优性以及唯一性;另一方面,由于支持向量回声状态机同时具有递归神经网络和支



持向量机的特点,因此,模型的泛化问题得到了很好的解决,有效地提高了网络模型的性能。

此外,将高斯过程与储备池网络有机结合提出的高斯过程回声状态网络(Echo State Gaussian Process, ESGP)^[8],具有储备池网络求解简单快速的优点,同时高斯过程的引入使得储备池网络具有更好的鲁棒性;将该方法用于动态系统预测,既高效又无须折中考虑预测精度。高斯过程回声状态网络假设储备池的输出含有高斯白噪声,输出权值服从某个先验分布,通过边缘化输出权值,计算网络输出的后验分布,将问题转化为一个依赖储备池状态值的高斯过程求解问题。高斯过程回声状态网络与其他高斯模型相比,计算速度更高效;与一般储备池网络相比,一般储备池网络只能求取某一点的预测值,而高斯过程回声状态网络将预测分布的均值作为预测值,同时提供预测值的置信区间,伴随计算出每一个预测值的方差。

储备池网络中,储备池的结构和参数选择对建模效果影响较大。但目前仍没有较好的方法可以直接确定适合特定任务的最优储备池结构和参数。因此,许多学者致力于储备池网络的构建,研究如何结合特定任务,减小储备池网络构建过程中的随机性,并努力寻找可以预测储备池网络性能的解析或者启发式方法。传统的储备池可看做一个黑箱,其内部结构稀疏、连接矩阵随机生成,这些参数难以设定,却是决定储备池网络性能的关键。该研究方向的代表性成果为最小复杂度储备池网络^[9],其主要思想是通过构造简单循环储备池(Simple Cycle Reservoir, SCR)结构,将储备池内部神经元连接简化为一个圆环,其理论分析和仿真结果表明:一个简单的圆环结构储备池就可以保证网络的记忆能力,进而保证网络的预测精度。与传统的储备池网络相比,最小复杂度储备池网络的目的不是构造一个新的储备池来更好地预测时间序列数据,而是尽可能简化储备池结构,消除传统储备池模型的随机性;相比于传统储备池网络,模型结构更透明,理论分析更具说服力。最小复杂度储备池网络揭开了储备池网络复杂



结构的面纱，为储备池网络的构建提供了一种有益思路。

与传统递归神经网络类似，储备池网络也可以采用基于梯度下降的算法进行训练或者采用 EKF 算法进行在线训练。Steil 提出的反向传播去相关 (Back Propagation De Correlation, BP-DC) 算法是一种在线储备池训练算法^[10]。反向传播去相关算法是在 Atiya - Parlos 递归学习算法基础上发展起来的，其采用固定权值的储备池对输入信号进行处理，并通过输出误差的反向传播对输出权值进行更新，每次迭代的计算复杂度为 $O(m)$ (m 为储备池维数)。试验结果表明，反向传播去相关算法相对于最小均方误差 (Least Mean Square, LMS) 算法具有更高的稳定性。递归最小二乘 (Recursive Least Square, RLS) 算法是另一种储备池在线学习算法^[3]。实际上，递归最小二乘算法可以用卡尔曼 (Kalman) 滤波理论来解释。由于储备池网络可看作是一个线性参数模型，卡尔曼滤波算法可直接用于对其输出权值进行在线学习，在本书第 5 章将详细介绍储备池网络的卡尔曼滤波在线学习方法。与反向传播去相关算法相比，储备池网络的卡尔曼滤波算法具有更快的收敛速度，更高的计算精度。然而，该算法还需要对许多中间变量进行计算，如误差的协方差矩阵，因此，随着储备池维数的增大，将导致其训练时间的增加。储备池网络反向传播去相关和卡尔曼滤波两种在线训练方法，虽然形式上与传统递归神经网络训练方法十分相似，但由于仅需对储备池的输出权值进行训练，因此，运算效率都得到了极大地提高。

储备池网络的研究方兴未艾，目前仍有许多问题值得进一步研究，如储备池正则化和储备池动态的理论分析、储备池结构和参数对储备池网络的性能影响的理论分析以及结合储备池网络的贝叶斯推理等。

储备池网络本质上仍是一种神经网络，神经网络研究领域的新发现和新进展对储备池方法的研究也必然具有推动作用。在下一小节中将对与储备池相关的神经网络研究现状作一简单回顾。