

现代物理基础丛书

35

引力理论

(上册)

王永久 著



科学出版社

现代物理基础丛书 35

引 力 理 论

(上册)

王永久 著

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书系统地阐述了广义相对论的基本内容和相关领域近年来的新进展,包括作者和合作者们以及国内外同行学者们的近期研究成果. 全书包括绪论、广义相对论基础、一些特殊形式的引力场、广义相对论流体动力学、黑洞物理、广义相对论宇宙学、宇宙的暴胀、量子宇宙学、Brans-Dicke 理论和膜宇宙、广义相对论引力效应十篇,共 37 章 230 节.

本书可供理论物理、天体物理和应用数学专业的硕士生、博士生和研究人员阅读,也可供本科高年级学生和自学者参考.

图书在版编目(CIP)数据

引力理论. 上册/王永久著. —北京: 科学出版社, 2011

ISBN 978-7-03-031070-5

I. ①引… II. ①王… III. ①引力理论 IV. ①O314

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011) 第 088586 号

责任编辑: 钱 俊 张 静 / 责任校对: 张怡君

责任印制: 钱玉芬 / 封面设计: 陈 敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

铭浩彩色印装有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2011 年 6 月第 一 版 开本: B5(720 × 1000)

2011 年 6 月第一次印刷 印张: 49 3/4

印数: 1—2 000 字数: 966 000

定价: 98.00 元 (上、下册)

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

《引力理论和引力效应》一书自 1990 年出版以来有幸受到诸多读者的欢迎, 出版不到两年时间便已售完, 不少读者希望再版. 本书在对《引力理论和引力效应》进行修改的基础上增加了广义相对论近年来的新成果和新进展. 由于篇幅限制, 关于黑洞量子化的部分内容 (黑洞的面积量子化、质量量子化和电荷量子化) 以及宇宙学的部分内容 (宇宙暴胀的机制、圈量子宇宙和大爆炸的量子特性) 未做详细阐述, 有兴趣的读者可分别参阅《经典黑洞和量子黑洞》(王永久, 2008) 和《经典宇宙和量子宇宙》(王永久, 2010).

1687 年, 牛顿创立了第一个引力理论, 这是人类对自然界普遍存在的力 —— 引力的认识的第一次升华. 牛顿引力理论首次揭开了行星运动之谜, 奇迹般地预言了两个行星 (海王星和冥王星) 的存在并被天文观测所证实, 从此牛顿的名字誉满全球. 直至 20 世纪初, 这一理论是人们普遍接受的、唯一正确的引力理论. 随着人类智慧的发展, 牛顿引力理论的困难日益引起学者们的重视: 它无法解释天文学家观测到的事实 —— 水星近日点的移动, 无法解释物体的引力质量为何等于惯性质量

牛顿引力理论无法用来研究宇宙. 用牛顿引力理论研究宇宙会导致著名的纽曼 (Newman) 疑难.

1916 年, 爱因斯坦以全新的观点创立了新的引力理论 —— 广义相对论, 这是人类对引力认识的第二次升华. 爱因斯坦引力理论将时-空几何和引力场统为一体, 以其简洁的逻辑和优美的结构令学者们叹服甚至陶醉. 它圆满地解决了牛顿引力理论的困难, 并将牛顿引力理论纳入自己的特殊情况 (弱场近似).

爱因斯坦引力理论的建立, 第一次为宇宙学提供了动力学基础, 使宇宙学成为一门定量的科学. 爱因斯坦的引力场方程可以用于宇宙, 作为宇宙演化的动力学方程. 因此, 应用广义相对论, 可以根据宇宙的现在研究宇宙的去和未来.

引力理论的发展在很大程度上取决于爱因斯坦场方程的严格解及其物理解释. 本书第一部分以场方程的严格解为中心论述广义相对论的基本内容, 给出了爱因斯坦引力场方程的数十个严格解的推导过程和诸种生成解技术; 系统地叙述了广义相对论流体动力学; 阐述了黑洞的时空理论、经典黑洞热力学、黑洞熵的量子修正和黑洞的量子效应.

大爆炸宇宙学成功地解释了自 $t = 10^{-2}$ 秒 (轻核形成) 至 $t = 10^{10}$ 年 (现在) 宇宙演化阶段的观测事实. 其中包括元素的起源 (氦丰度测量)、星系光谱的宇宙学

红移、3K 微波背景辐射、星系计数、宇宙大尺度的均匀各向同性等。宇宙背景辐射的观测两次获得诺贝尔物理学奖 (1978 年, 2006 年), 就是因为它们支持了大爆炸宇宙模型。由于大爆炸宇宙模型普遍为人们所接受, 故称其为标准宇宙模型。然而标准宇宙模型仍有它的困难, 就是在 $t = 10^{-10}$ 秒这一极早期演化阶段中的四个问题: 奇点问题、视界问题、平直性问题和磁单极问题。本书第七篇阐述了宇宙的暴胀理论。这一理论解决了上述四个问题中的后三个。它已经把我们带到 $t = 10^{-36}$ 秒的宇宙极早期, 已接近宇宙的开端。我们可以把加入了暴胀理论的大爆炸宇宙模型称为新的标准宇宙模型。标准宇宙模型原来的四个困难问题还剩下一个, 即宇宙的初始奇点 (宇宙的创生) 问题, 这是本书第八篇 (量子宇宙学) 的内容。

广义相对论宇宙学是建立在爱因斯坦引力理论基础上的。严格地说, 量子宇宙学应该建立在量子引力理论的基础上。然而, 至今尚未建立一个令人满意的量子引力理论。尽管如此, 人们仍然可以根据已经了解到的量子引力的某些特征, 去寻找各种途径, 尝试解决量子宇宙学的主要问题——宇宙的创生问题。20 世纪末, 哈特 (Hartle)、霍金 (Hawking)、维林金 (Vilenkin) 等提出, 用宇宙波函数来描述宇宙的量子状态, 宇宙动力学方程即惠勒-德维特方程。这样, 只要确定宇宙的边界条件, 便可定量地研究宇宙的创生问题了。本书第八篇阐述了哈特-霍金的量子宇宙学理论。

由引力场方程和场源物质及试验粒子的运动方程, 可以引出许多新的推论, 其中有一些具有明显的物理意义。这些推论是牛顿力学中所没有的, 称为广义相对论引力效应。本书第十篇收集了 141 种广义相对论引力效应。除了和几个经典实验相对应的引力效应以外, 还有更多的引力效应不能为目前的实验所检验。随着观测技术、引力辐射探测技术和空间技术的发展, 太阳系不再是检验引力理论的唯一场所, 这一点已经越来越明显。可望在今后的 10 年内, 有更多的引力效应为新的实验所检验。

全书包括绪论、广义相对论基础、一些特殊形式的引力场、广义相对论流体力学、黑洞物理、广义相对论宇宙学、宇宙的暴胀、量子宇宙学、Brans-Dicke 理论和膜宇宙、广义相对论引力效应十篇, 共 37 章 230 节。

作者与同事和合作者荆继良教授、余洪伟教授和唐智明教授获得过两次国际引力研究荣誉奖 (美国)、两次中国图书奖和一次教育部科技进步奖; 在几种相关杂志上发表过一些文章 (*Phys. Rev. D* 47 篇, *Ap. J. Lett.* 3 篇, *Ap. J.* 3 篇, *JCAP* 3 篇, *Nucl. Phys. B* 21 篇, *JHEP* 9 篇, *Phys. Lett. A&B* 32 篇, 《中国科学》4 篇), 加上诸多国内外同行学者的原始论文, 其中部分相关内容经补充推导和加工整理已写入书中。

作者深深感谢刘辽教授、郭汉英研究员、张元仲研究员、D.Kramer 教授、C.Will 教授、V.Cruz 教授、易照华教授和王绶琯院士、曲钦岳院士、杨国桢院士、周又元

院士、陆埏院士,他们曾对作者的部分论文的初稿提出过有益的意见,对作者的科研工作给予热情的关心和支持.

作者和须重明教授、彭秋和教授、梁灿彬教授、赵峥教授、王永成教授、李新洲教授、桂元星教授、钟在哲教授、黄超光研究员、沈有根研究员、罗俊教授、李芳昱教授进行过多次讨论和交流,受益颇多,在此一并致谢.

作者还要感谢樊军辉教授、吕君丽教授、郭鸿钧教授、黎忠恒教授、鄢德平编审以及黄亦斌、罗新炼、陈菊华、黄秀菊、陈松柏、潘启元、张佳林、龚添喜诸位博士,他们对作者的科研工作和本书的出版给予了热情的帮助和支持.

本书和作者的前两本书《经典黑洞和量子黑洞》(王永久, 2008)、《经典宇宙和量子宇宙》(王永久, 2010) 分别得到了国家“973”计划、国家理论物理重点学科和中国科学院科学出版基金的资助,作者深表感谢.

王永久

于湖南师范大学物理研究所

2010 年 4 月

目 录

前言

第一篇 绪 论

第 1 章 广义洛伦兹变换	3
1.1 非本征欧氏空间	3
1.2 附加惯例	3
1.3 狭义相对论中线元的表示式	4
1.4 类空、类时和各向同性四维矢量	7
1.5 四维欧氏空间的运动群	7
1.6 广义和狭义洛伦兹变换	9
第 2 章 相对论运动学	20
2.1 四维速度矢量	20
2.2 广义速度合成公式	22
2.3 速度矢量的大小和方向	24
2.4 多普勒效应	27
第 3 章 相对论动力学	30
3.1 动量、能量和固有质量	30
3.2 质点动力学基本定律	31
3.3 质量-能量关系式	33
3.4 时钟佯谬的狭义相对论处理	34
第 4 章 相对论电动力学	38
4.1 电磁场张量	38
4.2 四维势	40
4.3 能量-动量张量	40
4.4 任意曲线坐标系中的表示式	42
4.5 存在磁单极的情况	44
4.6 Dirac 的磁单极理论	47

第二篇 广义相对论基础

第 1 章 平直时空引力理论	53
1.1 万有引力定律	53
1.2 牛顿引力势	54
1.3 惯性质量和引力质量	55
第 2 章 爱因斯坦引力理论基础	58
2.1 等效原理	58
2.2 广义协变原理	60
2.3 广义相对论中的空间和时间	61
2.4 引力场的势	69
第 3 章 引力场方程	71
3.1 场方程的建立	71
3.2 牛顿极限	73
3.3 关于宇宙因子 λ 的讨论	75
3.4 引力场的变分原理	79
3.5 引力场中的 Maxwell 方程	82
3.6 物质的运动方程和物质场的能量-动量张量	87
3.7 Lie 导数和时空的对称性	89
3.8 Killing 矢量	94
3.9 引力场的对称性	102
3.10 引力场方程的正交标架形式	116
3.11 引力场方程的零标架形式	119
3.12 共形 Ricci 平直理想流体的场方程	129
3.13 能量-动量张量	133
第 4 章 引力场的分类	137
4.1 Petrov 分类	137
4.2 电磁场的分类	138
4.3 引力场的分类	142

第三篇 一些特殊形式的引力场

第 1 章 一些特殊形式引力场方程的解	149
1.1 任意变速参考系中的引力场	149
1.2 Schwarzschild 外部解	151
1.3 Reissner-Nordström 解	154
1.4 Schwarzschild 内部解	156
1.5 Kasner 解的推广	158
1.6 电荷和磁矩的外部解	161
1.7 Weyl-Levi-Civita 解	166
1.8 质量四极矩的外部解	170
1.9 Vaidya 解	174
1.10 电(磁)荷、磁矩和质量四极矩的外部解	178
1.11 Tolman 解	188
1.12 Wilson 解	192
1.13 Einstein-Rosen 解	195
1.14 Kerr-Newman 解	199
1.15 Kerr 度规的直接推导	203
第 2 章 复合场方程及解	207
2.1 标量-电磁-引力复合场	207
2.2 五维标量-电磁-引力复合场理论中的介子质量谱	216
2.3 dilaton-Maxwell-Einstein 复合场	221
2.4 共形引力物质规范场	225
2.5 非稳态 Einstein-Maxwell 场	231
2.6 Einstein-Maxwell 场的一个静磁解	240
第 3 章 生成解定理	248
3.1 引言	248
3.2 轴对称度规	248
3.3 Ernst 方程	252
3.4 Curzon 解	256
3.5 由 Ernst 方程直接得到的几个解	257
3.6 Ernst 生成解定理和几个生成解	259

3.7 Geroch-Kinnersley 生成解定理	262
3.8 强磁场中的旋转双荷黑洞解	267
3.9 Chandrasekhar 生成解定理	271
3.10 参量变换方法	276
3.11 Ehlers-Bonnor 生成解定理	278
3.12 孤立子方法	283
3.13 矩阵 g 的 n -孤立子解	284
3.14 度规系数 f 的计算	288
3.15 平直时空背景上的 2-孤立子解	290
3.16 平直时空背景上的 n -孤立子解	293
3.17 两个 Kerr 解的叠加	295

第四篇 广义相对论流体动力学

第 1 章 理想流体动力学	303
1.1 热力学方程	303
1.2 流线方程	304
1.3 守恒方程	305
1.4 不可压缩相对论热力学流体	306
第 2 章 荷电流体动力学	309
2.1 荷电流体运动方程和热力学方程	309
2.2 连续性方程和流线方程	310
2.3 电磁场方程和能量-动量张量	311
第 3 章 磁流体动力学	315
3.1 电磁场方程	315
3.2 磁流体动力学的主要方程	316
3.3 流体运动学方程	317
3.4 流体动力学波和阿尔文波	319
3.5 不可压缩流体	323
3.6 冲击方程	323
3.7 切向冲击和非切向冲击	325
3.8 非切向冲击的分析	327

3.9 阿尔文冲击	329
3.10 矢量 U^μ 在冲击中的性质	331
3.11 广义相对论 Hugoniot 方程	332

第五篇 黑洞物理

第 1 章 Schwarzschild 黑洞	337
1.1 Schwarzschild 面	337
1.2 自由下落坐标系	339
1.3 Schwarzschild 黑洞	341
1.4 Kruskal 坐标	342
1.5 Penrose 图	344
第 2 章 球对称恒星的引力坍缩	346
2.1 广义相对论恒星的引力平衡	346
2.2 球对称恒星的引力坍缩	349
第 3 章 Kerr 黑洞	351
3.1 Kerr 度规	351
3.2 特征曲面	352
3.3 黑洞的无毛定理	355
3.4 Rindler 变换	361
3.5 稳态时空中的事件视界	365
3.6 黑洞的第四个参量	367
第 4 章 经典黑洞热力学	377
4.1 经典黑洞的面积不减定理	377
4.2 经典黑洞的温度和熵	382
4.3 黑洞热力学的基本定律	388
第 5 章 黑洞热力学的量子理论	389
5.1 离壳与即壳	389
5.2 欧氏方案和热力学熵	390
5.3 模型描述: 即壳结果	393
5.4 离壳方法	396
5.5 砖墙模型	397

5.6	顶角奇异性方法	401
5.7	钝锥方法	403
5.8	体积截断方法	405
5.9	离壳与即壳计算结果的比较	408
5.10	小结	414
第 6 章	黑洞的量子效应	416
6.1	粒子对的自发产生过程	416
6.2	霍金辐射	421
6.3	静态和稳态黑洞的量子辐射	428

第一篇 绪 论

1905 年, 爱因斯坦历史性地突破了经典物理学框架, 创立了狭义相对论, 完整地建立了相对论运动学、相对论动力学和相对论电动力学. 本篇力求系统地阐述四维形式的狭义相对论, 为读者能够顺利地进入广义相对论做必要的知识准备.

第 1 章 广义洛伦兹变换

1.1 非本征欧氏空间

狭义相对论的基本原理之一是光速不变原理.

对于任意一个洛伦兹 (Lorentz) 变换, 二次齐次式

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \quad (1.1.1)$$

是一个不变量; 对于光信号有

$$ds^2 = 0. \quad (1.1.2)$$

我们这里取的度规符号为 $(+ - - -)$.

不变量 (1.1.1) 给出一个欧几里得空间 (欧氏空间). 这里应注意, ds^2 不一定是正定的. 因此, 这一空间常称为伪欧氏空间 (非本征欧氏空间).

1.2 附加惯例

1. 附标

在相对论中, 采用的坐标有时不都是实的, 如

$$x^1 = x, \quad x^2 = y, \quad x^3 = z, \quad x^4 = ict, \quad (1.2.1)$$

或者写成

$$x^\mu, \quad \mu = 1, 2, 3, 4. \quad (1.2.2)$$

有时选取坐标都是实的, 如:

$$x^1 = x, \quad x^2 = y, \quad x^3 = z, \quad x^0 = ct, \quad (1.2.3)$$

或者写成

$$x^\mu, \quad \mu = 1, 2, 3, 0. \quad (1.2.4)$$

2. 取和惯例

若在同一项中有上下一对附标相同, 则意味着取和:

$$A_\mu B^\mu = A_1 B^1 + A_2 B^2 + A_3 B^3 + A_0 B^0, \quad \mu = 1, 2, 3, 0,$$

$$A_i B^i = A_1 B^1 + A_2 B^2 + A_3 B^3, \quad i = 1, 2, 3.$$

以下凡希腊字母作为附标, 其取值为 1,2,3,0 或 1,2,3,4; 凡拉丁字母作为附标, 其取值为 1,2,3.

3. 矢量

在三维空间中, 矢量记为 A . 该矢量以分量表示可写为

$$A^1 = A_x, \quad A^2 = A_y, \quad A^3 = A_z;$$

或者写成

$$A^i, \quad i = 1, 2, 3.$$

在四维空间中矢量也可记为 A , 它的分量为

$$A^1 = A_x, \quad A^2 = A_y, \quad A^3 = A_z, \quad A^0 = A_{ct} \quad \text{或} \quad A^4 = A_{ict};$$

或者写成

$$A^\mu, \quad \mu = 1, 2, 3, 0(\text{或 } 1, 2, 3, 4).$$

应注意, 四维矢量的前三个分量不一定是三维矢量的三个分量, 例如, 坐标微分四维矢量 dx^μ 的前三个分量 dx^i 是三维矢量的分量. 但是四维速度矢量 $u^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau}$ 的前三个分量 $u^i = \frac{dx^i}{d\tau}$ 就不是三维速度矢量 $v^i = \frac{dx^i}{dt}$ 的分量. 换句话说, $v^\mu = (v^i, v^4)$ 不构成四维矢量.

1.3 狭义相对论中线元的表示式

1. 选用虚坐标

若令

$$x^1 = ix, \quad x^2 = iy, \quad x^3 = iz, \quad x^4 = ct, \quad (1.3.1)$$

则线元 (1.1.1) 可表示为椭圆形式:

$$ds^2 = \sum_{\mu} (dx^\mu)^2, \quad \mu = 1, 2, 3, 4. \quad (1.3.2)$$

这是四维欧氏空间中的线元 (直线正交系).

如果直线正交坐标轴以四个单位矢量 e_μ 表示之, 则有

$$\begin{aligned} e_\mu \cdot e_\nu &= 0, \quad \text{当 } \mu \neq \nu; \\ e_\mu \cdot e_\nu &= 1, \quad \text{当 } \mu = \nu; \end{aligned} \quad (1.3.3)$$

和

$$ds = e_\mu dx^\mu. \quad (1.3.4)$$

按 (1.3.4), $ds \cdot ds = ds^2$ 恰为 (1.3.2).

条件 (1.3.3) 可写为

$$e_\mu \cdot e_\nu = \delta_{\mu\nu}. \quad (1.3.5)$$

这样, (1.3.2) 可表示为

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad (1.3.6)$$

$$g_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu}. \quad (1.3.7)$$

由 (1.3.7) 可以得到

$$A_\mu \equiv g_{\mu\nu} A^\nu = A^\mu. \quad (1.3.8)$$

上式表明, 在直线正交坐标系中, 协变矢量和逆变矢量没有区分的必要.

很容易得到两个矢量的标量和矢量模的表示式:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = g_{\mu\nu} A^\mu B^\nu = \sum_{\mu} A^\mu B^\mu, \quad (1.3.9)$$

$$|\mathbf{A}|^2 = g_{\mu\nu} A^\mu A^\nu = \sum_{\mu} (A^\mu)^2. \quad (1.3.10)$$

通常, 令

$$x^1 = x, \quad x^2 = y, \quad x^3 = z, \quad x^4 = ict,$$

这时有

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = - \sum_{\mu} (dx^\mu)^2, \quad (1.3.11)$$

这对应于

$$e_\mu \cdot e_\nu = -\delta_{\mu\nu}, \quad (1.3.12)$$

或

$$g_{\mu\nu} = -\delta_{\mu\nu}. \quad (1.3.13)$$

对于这样的坐标系, 矢量的协变分量和逆变分量之间的关系为

$$A_\mu = g_{\mu\nu} A^\nu = -A^\mu. \quad (1.3.14)$$

标积和模表示为

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = g_{\mu\nu} A^\mu B^\nu = - \sum_{\mu} A^\mu B^\mu, \quad (1.3.15)$$

$$|\mathbf{A}^2| = g_{\mu\nu} A^\mu A^\nu = - \sum_{\mu} (A^\mu)^2. \quad (1.3.16)$$