

九章算術





九章算術

劉徽注
李淳風注

編主五雲王

編初成集書叢

術 算 章 九

中華民國二十五年十二月初版

注 者 劉 徽

注 釋 者 李 瀉 風

發 行 人 王 雲 五
上海河南路

印 刷 所 商 務 印 書 館
上海河南路

發 行 所 商 務 印 書 館
上海及各埠

九章算術

提要

臣等謹案九章算術九卷。蓋周禮保氏之遺法。不知何人所傳。永樂大典引古今事通曰。王孝通言周公制禮。有九章之名。其理幽而微。其形祕而約。張蒼刪補殘缺。校其條目。頗與古術不同。云云。今考書有長安上林之名。上林苑在武帝時。蒼在漢初。何緣預載。知述是書者。在西漢中葉後矣。舊本有注。題曰劉徽所作。考晉書稱魏景元四年。劉徽注九章。然注中所云。晉武庫銅斛。則徽入晉之後。又有增損矣。又有注釋。題曰李淳風所作。考唐書稱淳風等奉詔注九章算術。爲算經十書之首。國子監置算學生三十人。習九章及海島算經。共限三歲。蓋卽是時作也。北宋以來。其術罕傳。自沈括夢溪筆談以外。士大夫少留意者。書遂幾於散佚。洎南宋慶元中。鮑澣之始得其本於楊忠輔家。因傳寫以入祕閣。然流傳不廣。至明又亡。故二三百年來。算術之家。未有得睹其全者。惟分載於永樂大典者。依類裒輯。尙九篇具在。考鮑澣之後序。稱唐以來所傳舊圖。至宋已亡。又稱盈不足方程之篇。咸缺淳風注文。今校其所言。一一悉合。知卽慶元之舊本。蓋顯於唐。晦於宋。亡於明。而幸逢聖代表章之盛。復完於今。其隱其見。若有數默存於其間。

非偶然矣。謹排纂成編，併考訂訛異，各付案語於下方。其注中指狀表目，如朱實、青實、黃實之類，皆就圖中所列而言。圖既不存，則其注猝不易曉。今推尋注意，爲之補圖，以成完帙。算數莫古於九數，九數莫古於是書。雖新法屢更，愈推愈密，而窮源探本，要百變不離其宗。錄而傳之，固今古算學之弁冕矣。

劉徽九章算術注原序

昔在庖犧氏始畫八卦。以通神明之德。以類萬物之情。作九九之數。以合六爻之變。暨於黃帝。神而化之。引而伸之。於是建歷紀。協律呂。用稽道原。然後兩儀四象。精微之氣。可得而效焉。記稱隸首作數。其詳未之聞也。按周公制禮。而有九數。九數之流。則九章是矣。往者暴秦焚書。經術散壞。自時厥後。漢北平侯張蒼。大司農中丞耿壽昌。皆以善算命世。蒼等因舊文之遺殘。各稱刪補。故校其目。則與古或異。而所論者多近語也。徽幼習九章。長再詳覽。觀陰陽之割裂。總算術之根源。探蹟之暇。遂悟其意。是以敢竭頑魯。采其所見。爲之作注。事類相推。各有攸歸。故枝條雖分。而同本幹者。知發其一端而已。又所析理以辭。解體用圖。庶亦約而能周。通而不黷。覽之者思過半矣。且算在六藝。古者以賓興賢能。教習國子。雖曰九數。其能窮纖入微。探測無方。至於以法相傳。亦猶規矩度量。可得而共。非特難爲也。當今好之者寡。故世雖多通才達學。而未必能綜於此耳。周官大司徒職。夏至日中立八尺之表。其景尺有五寸。謂之地中。說云南戴日下萬五千里。夫云爾者。以術推之。案九章立四表望遠。及因木望山之術。皆端旁互見。無有超邈若斯之類。然則蒼等爲術。猶未足以博盡羣數也。徽尋九數。有重差之名。原其指趣。乃所以施於此也。凡望極高。測絕深。而兼知其遠者。必用重差。句股則必以重差爲率。故曰重差也。立兩表於洛陽之城。令高八

尺。南北各盡平地。同日度其正中之時。以景差爲法。表高乘表間爲實。如法而一。所得加表高。卽日去地也。以南表之景乘表間。爲實。實如法而一。卽爲從南表至南戴日下也。以南戴日下及日去地。爲句股。爲之求弦。卽日去人也。以徑寸之筩。南望日。日滿筩空。則定筩之長短。以爲股率。以筩徑爲句率。日去人之數爲大股。大股之句。卽日徑也。雖夫圓穹之象。猶曰可度。又況泰山之高。與江海之廣哉。微以爲今之史籍。且略舉天地之物。考論厥數。載之於志。以闡世術之美。輒造重差。并爲注解。以究古人之意。綴於句股之下。度高者重表。測深者累矩。孤離者三望。離而又旁求者四望。觸類而長之。則雖幽遐詭伏。靡所不入。博物君子。詳而覽焉。晉劉徽序。

九章算術目錄

卷一

方田

卷二

粟米

卷三

衰分

卷四

少廣

卷五

商功

卷六

均輸

卷七

盈朒

卷八

方程

卷九

勾股

附錄

九章算術音義

九章算術卷一

晉 劉 徽 注
唐 李 淳 風 注 釋

方田以御田疇界域

今有田廣十五步。從十六步。問爲田幾何。答曰。一畝。

又有田廣十二步。從十四步。問爲田幾何。答曰。一百六十八步。

方田術曰。廣從步數相乘。得積步。

此積爲田畧。凡廣從相乘。謂之畧。

淳風等按。經云。廣從相乘。得積步。注云。廣從相乘。謂之畧。觀斯注意。積畧義同。以理推之。固當不爾。何則。畧是方面單布之名。積乃衆數聚居之稱。循名責實。二者全殊。雖欲同之。竊恐不可。今以凡言畧者。據廣從之一方。其言積者。舉衆步之都數。經云。相乘得積步。卽是都數之明文。注云。謂之爲畧。全乖積步之本意。此注前云。積爲田畧。於理得通。復云。謂之爲畧。繁而不當。今者注釋。存善去非。略爲科簡。遺諸後學。

以畝法二百四十步除之。卽畝數。百畝爲一頃。

淳風等按。此爲篇端。故特舉頃畝二法。餘數不復言者。從此可知。一畝之田。廣十五步。從而疏之。令爲十五行。則每行廣一步。而從十六步。又橫而截之。令爲十六行。則每行廣一步。而從十五步。此卽從疏橫截之步。各自爲方。凡有二百四十步。一畝之地。步數正同。以此言之。則廣從相乘得積步。驗矣。二百四十步者。畝法也。百畝者。頃法也。故以除之。卽得。

今有田廣一里。從一里。問爲田幾何。答曰。三頃七十五畝。

又有田廣二里。從三里。問爲田幾何。答曰。二十二頃五十畝。

里田術曰。廣從里數相乘。得積里。以三百七十五乘之。卽畝數。

按。此術廣從里數相乘。得積里。方里之中。有三頃七十五畝。故以乘之。卽得畝數也。

今有十八分之十二。問約之得幾何。答曰。三分之二。

又有九十一分之四十九。問約之得幾何。答曰。十三分之七。

約分

按。約分者。物之數量。不可悉全。必以分言之。分之爲數。繁則難用。設有四分之二者。繁而言之。亦可爲八分之四。約而言之。則二分之一也。雖則異辭。至於爲數。亦同歸爾。法實相推。動有參差。故爲術者。先

治諸分。

術曰。可半者半之。不可半者。副置分母子之數。以少減多。更相減損。求其等也。以等數約之。

等數約之。卽除也。其所以相減者。皆等數之重疊。故以等數約之。

今有三分之一。五分之二。問合之得幾何。答曰。十五分之十一。

又有三分之一。二七分之四。九分之五。問合之得幾何。答曰。得一六十三分之五十。

又有二分之一。三分之一。二四分之三。五分之四。問合之得幾何。答曰。得二六十分之四十三。

合分

淳風等按。合分。知數非一端。分無定準。諸分子雜互。羣母參差。麤細既殊。理難從一。故齊其衆分。同其羣母。令可相併。故曰合分。

術曰。母互乘子。并以爲實。母相乘爲法。

母互乘子。約而言之者。其分麤繁而言之者。其分細。雖則麤細有殊。然其實一也。衆雖錯雜。非細不會。乘而散之。所以通之。通之則可并也。凡母互乘子。謂之齊。羣母相乘。謂之同。同者相與通同。共一母也。齊者子與母齊。勢不可失本數也。方以類聚。物以羣分。數同類者無遠。數異類者無近。遠而通體。知雖異位。而相從也。近而殊形。知雖同列。而相違也。然則齊同之術。要矣。錯綜度數。動之斯諧。其猶佩觿解結。無往而不理焉。乘以散之。約以聚之。齊同以通之。此其算之綱紀乎。其一術者。可令母除爲率。率乘子爲齊。

實如法而一。不滿法者。以法命之。

今欲求其實。故齊其子。又同其母。令如母而一。其餘以等數約之。卽得知。所謂同法爲母。實餘爲子。皆從此例。

其母同者。直相從之。

今有九分之八。減其五分之一。問餘幾何。答曰。四十五分之三十一。
又有四分之三。減其三分之一。問餘幾何。答曰。十二分之五。

減分

淳風等按。諸分子母數各不同。欲知餘幾。減餘爲實。故曰減分。
術曰。母互乘子。以少減多。餘爲實。母相乘爲法。實如法而一。

母互乘子者。知以齊其子也。以少減多者。知齊故可相減也。母相乘爲法者。同其母也。母同子齊。故如母而一。卽得。

今有八分之五。二十五分之十六。問孰多。多幾何。答曰。二十五分之十六多。多二百分之三。

又有九分之八。七分之六。問孰多。多幾何。答曰。九分之八多。多六十三分之二。

又有二十一分之八。五十分之十七。問孰多。多幾何。答曰。二十一分之八多。多一千五十分之四十三。
課分

淳風等按。分各異名。理不齊一。較其相近之數。故曰課分也。

術曰。母互乘子。以少減多。餘爲實。母相乘爲法。實如法而一。卽相多也。

淳風等按。此術母互乘子。以少分減多分。與減分義同。惟相多之數。意與減分有異。減分知其餘數有幾。課分知其餘數相多也。

今有三分之一。三分之二。四分之三。問減多益少。各幾何而平。答曰。減四分之三者二。三分之二者一。并以益三分之一。而各平於十二分之七。

又有二分之一。三分之一。四分之三。問減多益少。各幾何而平。答曰。減三分之二者一。四分之三者四。并以益二分之一。而各平於三十六分之二十三。

平分

淳風等按。平分。知諸分參差。欲令齊等。減彼之多。增此之少。故曰平分也。

術曰。母互乘子。

齊其子也。

副并爲平實

淳風等按。母互乘子。副并爲平實。知定此平實主限。衆子所當損益。知限爲平。

案。此注有舛誤。據首問。第二數母三。第三數母四。互乘第

一數子一。得十二。第一數母三。第三數母四。互乘第二數子二。得二十四。第一第二數母各三。互乘第三數子三。得二十七。并之共六十三。爲平實。母三三相乘。又與四乘。得三十六。爲法。列數凡三。卽以三乘十二。得三十六。乘二十四。得七十二。乘二十七。得八十一。爲

列實亦以三乘法三十六得一百八平實六十三減列實三十六少二十七減七十二餘九減八十一餘十八約之九爲一則十八爲二而二十七爲三平實六十三爲七法一百八爲十二命爲十二分之七設以十二作三數三分之一則四也三分之二則八也四分之三則九也定平實七立限八減一九減二皆七所減之一二益於四亦七損多益少適如其限宜云定此平實立限如限爲平立訛作主如訛作知途不可通

母相乘爲法

母相乘爲法知亦齊其子又同其母

以列數乘未并者各自爲列實亦以列數乘法

此當副并列數爲平實若然則重有分故反以列數乘同齊

淳風等按問云所平之分多少不定或三或二列位無常平三知置位三重平二知置位二重凡此之例一準平分不可豫定多少故直云列數而已

以平實減列實餘約之爲所減并所減以益於少以法命平實各得其平

今有七人分八錢三分錢之一問人得幾何答曰人得一錢二十一分錢之四

又有三人三分人之一分六錢三分錢之一四分錢之三問人得幾何答曰人得二錢八分錢之一

經分

淳風等按經分者自合分已下皆與諸分相齊此乃直求一人之分以人數分所分故曰經分也術曰以人數爲法錢數爲實實如法而一有分者通之

母互乘子。知齊其子。母相乘者。同其母。以母通之者。分母乘全。內子散全。則爲積分。積分則與子相通。故可令相從。凡數相與者。謂之率。率知自相與。通有分則可散。分重疊則約也。等除。法實相與率也。故散分者。必令兩分母相乘爲法也。

重有分者。同而通之。

又以法分母乘實。實分母乘法。此謂法實俱有分。故令分母各乘全分。內子。又令分母互乘上下。

今有田廣七分步之四。從五分步之三。問爲田幾何。答曰。三十五分步之十二。

又有田廣九分步之七。從十一分步之九。問爲田幾何。答曰。十一分步之七。

又有田廣五分步之四。從九分步之五。問爲田幾何。答曰。九分步之四。

乘分

淳風等按。乘分者。分母相乘爲法。子相乘爲實。故曰乘分。

術曰。母相乘爲法。子相乘爲實。實如法而一。

凡實不滿法者。而有母子之名。若有分以乘其實而長之。則亦滿法。乃爲全耳。又以子有所乘。故母當報除。報除者。實如法而一也。今子相乘。則母各當報除。因令分母相乘而連除也。此田有廣從。難以廣諭。設有問者曰。馬二十四。直金十二斤。今賣馬二十四。三十五人分之。人得幾何。答曰。三十五分斤之十二。其爲之也。當如經分術。以十二斤金爲實。三十五人爲法。設更言馬五匹。直金三斤。今賣馬四匹。

七人分之。人得幾何。答曰。人得三十五分斤之十二。其爲之也。當齊其金人之數。皆合初問人於經分矣。然則分子相乘爲實者。猶齊其金也。母相乘爲法者。猶齊其人也。同其母爲二十。馬無事於同。但欲求齊而已。又馬五匹直金三斤。完全之率。分而言之。則爲一匹直金五分斤之三。七人賣四匹馬。一人賣七分馬之四。分子與人交互相生。所從言之異。而計數則三術同歸也。

今有田廣三步三分步之一。從五步五分步之二。問爲田幾何。答曰。十八步。

又有田廣七步四分步之三。從十五步九分步之五。問爲田幾何。答曰。一百二十步九分步之五。

又有田廣十八步七分步之五。從二十三步十一分步之六。問爲田幾何。答曰。一畝二百步十一分步之七。

大廣田

淳風等按。大廣田。知初術直有全步而無餘分。次術空有餘分而無全步。此術先見全步復有餘分。可
以廣兼三術。故曰大廣。

術曰。分母各乘其全。分子從之。

分母各乘其全。分子從之者。通全步。內分子。如此則母子皆爲實矣。

相乘爲實。分母相乘爲法。

猶乘分也。