

华是学院 管理类专业学位联考挑战高分系列丛书

2012版

MBA MPA MPAcc

管理类专业学位联考 数学高分突破

时光朋 编著

- 全面梳理考试大纲
- 剖析重点难点热点
- 精准把握命题脉搏
- 一题多解拓展思路
- 多题一解提升能力
- 秒杀技巧高分制胜



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

管理类专业学位联考挑战高分丛书

管理类专业学位联考
(MBA—MPA—MPAcc)
数学高分突破

时光朋 编著

上海交通大学出版社

内 容 提 要

本书严格按照管理类专业学位硕士研究生联考(MBA、MPA、MPAcc、MEM、MTA、MLIS)最新考试大纲的要求,由数学辅导名师编写而成。作者对历年联考真题进行了深入地研究,将其整理分类、系统归纳与总结,结合最新考试大纲整理出相对应的考点,精讲典型例题,总结出解题思路与技巧,使考生能够快速掌握联考数学考试的解题规律与应试技巧。每章后面配有强化专题训练,并附有详细参考答案,方便考生进行自我检测,及时查漏补缺。

本书难度与真题相仿,或略高于真题,可以作为初学者系统复习的辅导教材,也可以成为追求高分者迅速提高得分的教材,适合不同基础考生使用。

图书在版编目(CIP)数据

管理类专业学位联考数学高分突破/时光朋编著.

—上海:上海交通大学出版社,2011

ISBN 978-7-313-07533-8

I. ①管… II. ①时… III. ①管理学—研究生—入学考试—自学参考资料②高等数学—研究生—入学考试—自学参考资料 IV. ①C93②013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 119692 号

管理类专业学位联考数学高分突破

时光朋 编著

上海交通大学出版社出版发行

(上海市番禺路 951 号 邮政编码 200030)

电话:64071208 出版人:韩建民

上海颀辉印刷厂印刷 全国新华书店经销

开本:787 mm×1092 mm 1/16 印张:17.5 字数:441 千字

2011 年 7 月第 1 版 2011 年 7 月第 1 次印刷

印数:1~3 030

ISBN 978-7-313-07533-8/C 定价:39.80 元

版权所有 侵权必究

告读者:如发现本书有质量问题请与印刷厂质量科联系

联系电话:021-57602918

前 言

从2011年1月起,工商管理硕士(MBA)、公共管理硕士(MPA)、会计硕士(MPAcc)、旅游管理硕士(MTA)、工程管理硕士(MEM)、图书情报硕士(MLIS)入学考试,统称为全国硕士研究生入学统一考试——管理类专业学位联考。

“数学”是管理类专业学位联考中“综合能力考试”的一部分,综合能力考试满分200分,其中数学占75分。数学考试的题型有两种:问题求解和条件充分性判断,均是五选一的单项选择题。从2007年8月开始,MBA招生入学考试综合能力考试大纲数学部分有了重大改变,删去高等数学部分,以初等数学为考试内容,实现了与国际的接轨。虽然内容减少了,但纵向拓展加深,加之考试知识点多、考试复习时间紧,每年都有许多考生因为数学成绩不好而败走麦城。因此,一本好的复习参考书对久离书本的考生来说无疑是雪中送炭。

本书作者多年来一直从事考前辅导和联考研究工作,积累了丰富的辅导经验和应试技巧,深谙命题规律和最新动态。为了帮助广大考生尽快掌握考试内容,在短时间内提高应试能力,作者对历年联考数学真题进行了深入研究,并根据最新考试大纲,将其进行分类、系统归纳与总结,力求充分体现最新考试大纲的精神。本书的主要特点如下:

(1) 新:对最新考试大纲及历年真题深入研究,对联考命题方向具有准确的前瞻性。本书根据考试大纲要求以及历年考试的情况,对概念进行筛选、分类、整理,并将历年真题渗透到所对应知识点,使考试重点、难点、热点一目了然。对一些重要的概念(如平均值)和联考的热点(如解析几何中的对称问题)等进行进一步展开、挖掘、补充,力求让考生详尽、透彻地掌握知识。

(2) 精:对各知识点先进行归纳总结、再精讲典型例题、最后总结出解题方法与技巧。真正做到以考点为核心,以考生的思维规律为中心,使考生在反复的思维训练中掌握考试的方法与规律。针对参加联考的考生中有相当数量的考生数学概念比较模糊、基础知识遗忘较多、基本运算不熟练的特点,本书把历年考点精心系统整理,每个考点后都配有典型的例题,除个别题目为传统题型外,绝大多数题目都是考试标准题型(即问题求解和条件充分性判断),力求考点精讲细化,便于实战模拟。每个考点后都精选了一定数量的习题,全部仿真考试题型,分为基础专题训练与强化专题训练,习题后附有详细的解析过程,便于大家在不同阶段学习。

(3) 巧: 夯实基础作为复习基点,有效地提高解题技巧是本书的最大亮点.没有基础就谈不上技巧,对于常见题型的通式、通法要熟练掌握;同时要在基础牢固的前提下,寻找解题技巧,确保解题的速度与准确率.本书除了配备最基本的例题与习题,提供给基础相对薄弱的考生学习外,同时对一些基础较好的学员,还配备了较难一些(略高于联考真题)的例题、习题以及较灵活的解法,以拓展考生的思维空间,有利于考生选择最优解法.因此,本书既可以作为初学者系统复习的辅导教材,又可以成为追求高分者迅速提高得分能力的敲门砖.

(4) 快: 本书的“一题多解”思想帮助考生拓展思维,渗透的“多题一解”思想则力求快速制胜.要想在联考数学考试中得到高分,清晰的解题思路是前提,快速的解题技巧是关键.由于联考中的 25 道数学题均是选择题,而选择题往往有很多种解法,甚至有的题目可以“秒杀”,用哪种方法更快更准地找到答案,就变得非常重要,这也是考场取胜的秘诀.因此,编者对多年的经典真题与典型例题给出了通式、通法解法和巧妙解法,并进行归纳、总结,使考生领悟精髓,达到“举一反三、触类旁通”的效果.

(5) 深: 针对初等数学知识点多的特点,本书强调知识点的纵向衔接和横向联系,以适应联考数学考试对考生综合能力的考查.联考作为选拔基本素质优秀、具有综合能力和管理潜质的复合型人才的考试,对综合运用能力的考查必不可少,在知识的交汇点处命题是联考考试的热点.因此,本书建立了完善的知识体系,能够更全面、更直接地体现各知识点之间的联系与区别.

本书力求使考生在联考过程中达到“快速、准确、稳健”,使其成为参加 2012 年管理类专业学位研究生联考的最好帮手.但由于编者水平所限,兼之时间仓促,难免有错误和疏漏之处,恳请读者提出宝贵意见,请发至邮箱 shigp2006@sina.com,以便以后改进.在编写过程中,编者参阅了有关书籍,在此一并致谢.

最后,衷心希望广大考生通过学习本书之后,数学高分,联考成功!

编者
2011 年 6 月

目 录

2011年硕士研究生管理类专业硕士学位全国联考数学考试大纲解析	1
第一章 算术	6
第一节 充分条件和充分性判断	6
第二节 整数、分数、小数、百分数	8
第三节 比和比例	14
第四节 数轴和绝对值	17
基础阶段算术专题训练	23
强化阶段算术专题训练	25
基础阶段算术专题训练详解	28
强化阶段算术专题训练详解	31
第二章 整式、分式及其运算	35
第一节 整式	35
第二节 分式及其运算	42
基础阶段整式、分式专题训练	47
强化阶段整式、分式专题训练	49
基础阶段整式、分式专题训练详解	52
强化阶段整式、分式专题训练详解	54
第三章 函数、代数方程和不等式	57
第一节 常用函数及其性质	57
第二节 代数方程	65
第三节 不等式	75
基础阶段函数、代数方程、不等式专题训练	85
强化阶段函数、代数方程、不等式专题训练	87
基础阶段函数、代数方程、不等式专题训练详解	90
强化阶段函数、代数方程、不等式专题训练详解	92
第四章 数列、等差数列、等比数列	96
第一节 数列的基本概念	96

第二节 等差数列·····	100
第三节 等比数列·····	105
第四节 数列求和与应用题·····	110
基础阶段数列专题训练·····	112
强化阶段数列专题训练·····	115
基础阶段数列专题训练详解·····	118
强化阶段数列专题训练详解·····	121
第五章 平面图形 ·····	125
第一节 相交线、平行线·····	125
第二节 三角形·····	127
第三节 四边形·····	138
第四节 圆与扇形·····	141
基础阶段平面图形专题训练·····	145
强化阶段平面图形专题训练·····	147
基础阶段平面图形专题训练详解·····	149
强化阶段平面图形专题训练详解·····	150
第六章 空间几何体 ·····	152
第一节 长方体、圆柱体、球体的基本概念·····	152
第二节 长方体、圆柱体、球体的表面积和体积公式·····	153
基础阶段空间几何体专题训练·····	156
强化阶段空间几何体专题训练·····	158
基础阶段空间几何体专题训练详解·····	160
强化阶段空间几何体专题训练详解·····	161
第七章 平面解析几何 ·····	163
第一节 平面直角坐标系·····	163
第二节 直线方程、点到直线的距离公式·····	165
第三节 圆的方程·····	177
基础阶段平面解析几何专题训练·····	184
强化阶段平面解析几何专题训练·····	186
基础阶段平面解析几何专题训练详解·····	189
强化阶段平面解析几何专题训练详解·····	192
第八章 数据描述 ·····	196
第一节 平均值、方差与标准差·····	196
第二节 数据的图表表示·····	200
数据描述专题训练·····	205
数据描述专题训练详解·····	206

第九章 计数原理与概率	207
第一节 计数原理	207
第二节 概率.....	219
基础阶段排列组合、概率专题训练	231
强化阶段排列组合、概率专题训练	233
基础阶段排列组合、概率专题训练详解	236
强化阶段排列组合、概率专题训练详解	238
第十章 应用题	242
基础阶段应用题专题训练.....	254
强化阶段应用题专题训练.....	257
基础阶段应用题专题训练详解.....	260
强化阶段应用题专题训练详解.....	262
2011年1月管理类专业硕士研究生全国联考数学真题	266
2011年1月管理类专业硕士研究生全国联考数学真题解析	269

2011 年硕士研究生管理类专业硕士学位 全国联考数学考试大纲解析

一、2011 年硕士研究生管理类专业硕士学位全国联考数学考试大纲

综合能力考试中的数学基础部分主要考查考生的运算能力、逻辑推理能力、空间想象能力和数据处理能力,通过问题求解和条件充分性判断两种形式来测试. 试题涉及的数学知识范围如下所述.

(一) 算术

1. 整数

- (1) 整数及其运算
- (2) 整除、公倍数、公约数
- (3) 奇数、偶数
- (4) 质数、合数

2. 分数、小数、百分数

3. 比和比例

4. 数轴和绝对值

(二) 代数

1. 整式

- (1) 整式及其运算
- (2) 整式的因式与因式分解

2. 分式及其运算

3. 函数

- (1) 集合
- (2) 一元二次函数及其图像

(3) 指数函数和对数函数

4. 代数方程

- (1) 一元一次方程
- (2) 一元二次方程

(3) 二元一次方程组

5. 不等式

- (1) 不等式的性质
- (2) 均值不等式

(3) 不等式求解

6. 数列、等差数列、等比数列

(三) 几何

1. 平面图形

- (1) 三角形
- (2) 四边形(矩形、平行四边形、梯形)

(3) 圆与扇形

2. 空间几何体

- (1) 长方体
- (2) 圆柱体
- (3) 球体
- 3. 平面解析几何
 - (1) 平面直角坐标系
 - (2) 直线方程与圆的方程
 - (3) 两点间距离公式与点到直线的距离公式
- (四) 数据分析
 - 1. 计数原理
 - (1) 加法原理、乘法原理
 - (2) 排列与排列数
 - (3) 组合与组合数
 - 2. 数据描述
 - (1) 平均值
 - (2) 方差与标准差
 - (3) 数据的图表表示：直方图、饼图、数表.
 - 3. 概率
 - (1) 事件及其简单运算
 - (2) 加法公式
 - (3) 乘法公式
 - (4) 古典概型
 - (5) 贝努里概型

二、2011 年硕士研究生管理类专业硕士学位全国联考数学考试大纲解析

(一) 联考考试大纲调整的目的与应对策略

从 2007 年 10 月开始,联考中的数学只考查初等数学,以利于广大在职人员备考专业学位.初等数学的特点是:知识点贯穿了整个初、高中的内容,范围非常广,题目灵活多变,解题技巧性强,很多题目都可以一题多解,或多题一解.在以往的联考中,初数是广大考生一个普遍容易失分的地方,管理类专业硕士研究生联考,数学是主战场,考查 25 道题,共 75 分,是客观题中单题分值最高的,也是最容易拉开档次的.数学功底薄弱的同学更要认真备考,不然可能就会在这一门上与别人拉开很大的档次.

(二) 联考真题考查各部分知识模块所占的比例

按照 2011 年考试大纲规定的数学试题中涉及的知识可分为五大模块.

第一块:算术

第二块:代数

第三块:几何,包括平面图形、平面解析几何、空间几何体

第四块:数据分析

第五块:应用题

新大纲修订后数学真题到目前有 8 套题目,按知识模块各部分考查比值大致如下:

年份 内容	2007/10	2008/1	2008/10	2009/1	2009/10	2010/1	2010/10	2011/1
算术/分	5	6	14	6	18	12	6	9
代数/分	36	23	29	33	24	21	24	21
几何/分	12	25	13	12	12	12	18	18

续表

年份 内容	2007/10	2008/1	2008/10	2009/1	2009/10	2010/1	2010/10	2011/1
数据分析/分	11	14	12	9	8	15	15	15
应用题/分	11	7	7	15	12	15	12	12

2011年新考试大纲与2010年的相比,新增简单的立体几何初步(长方体、圆柱体、球体)、数据描述(方差与标准差),数据的图表表示(直方图、饼图、数表).新增内容都是公式化的内容,不必担心.

(三) 考试题型: 问题求解题与条件充分性判断题,总分为75分

1. 问题求解题: 15小题,每小题3分,共45分.测试形式为单项选择题,要求考生从给定的5个选择项中,选择1个作为答案.

2. 条件充分性判断题: 10小题,每小题3分,共30分.测试形式为单项选择题,要求考生从给定的5个选项中,选择1个作为答案.

(四) 答题方式: 答题方式为闭卷、笔试,不允许使用计算器

(五) 2011年新考试大纲考查的数学知识点分布与解析如下

1. 算术

考 点 分 布	考 点 解 析
(1) 整数 ① 整数及其运算 ② 整除、公倍数、公约数 ③ 奇数、偶数 ④ 质数、合数	掌握充分条件与充分性判断的概念;掌握整数、自然数、奇数、偶数、质数、合数的概念;整除的概念;最小公倍数、最大公约数的求法
(2) 分数、小数、百分数	分数、小数、百分数的概念与运算
(3) 比和比例	比和比例性质与运算;重点是等比性质运算
(4) 数轴和绝对值	数轴的概念;绝对值的概念与运算 重点是利用绝对值几何意义的运算

2. 代数

考 点 分 布	考 点 解 析
(1) 整式 ① 整式及其运算 ② 整式的因式与因式分解	掌握整因式分解的各种方法:提取公因式,公式法,十字相乘法,待定系数法;因式定理与余数定理 重点是整式的灵活运算;裂项相消法、整体代入法等;十字相乘法与因式、余数定理
(2) 分式及其运算	掌握分式的基本性质与运算 重点是分式方程的增根
(3) 函数 ① 集合 ② 一元二次函数及其图像 ③ 指数函数、对数函数	掌握集合的概念:交、并、补集的运算 掌握一元二次函数及其图像;掌握指数函数、对数函数的图像与性质 重点是二次函数、指数函数、对数函数的图像与性质

续表

考点分布	考点解析
(4) 代数方程 ① 一元一次方程 ② 一元二次方程 ③ 二元一次方程组	一元一次、二次、高次方程及其解法,分式方程解法,指、对数方程解法;二元一次方程组解法 重点是一元二次方程韦达定理的应用、一元二次方程根分布
(5) 不等式 ① 不等式的性质 ② 均值不等式 ③ 不等式求解	掌握不等式的性质;均值不等式的灵活使用;正用、逆用、变形用,使用条件“一正、二定、三相等”;一元一次不等式(组)、一元二次不等式及其解法;含有绝对值的不等式,无理不等式的解法;指、对数不等式的解法 重点是均值不等式、各类不等式的求解
(6) 数列、等差数列、等比数列	掌握数列通项等基本概念;等差、等比数列的性质;数列求和与应用 重点是等差、等比数列的性质与运算

3. 几何

考点分布	考点解析
(1) 平面图形 ① 三角形 ② 四边形(矩形、平行四边形、梯形) ③ 圆与扇形	掌握三角形的周长与面积公式;三角形的全等与相似;四边形、平行四边形、矩形、梯形、菱形、正方形的性质与运算;圆的性质;扇形的弧长与面积计算 重点是阴影部分的面积计算
(2) 空间几何体 ① 长方体 ② 圆柱体 ③ 球体	掌握长方体、圆柱体、球的表面积和体积公式;长方体、圆柱体的侧面展开图形的计算;可能涉及球与长方体、正方体的接、切的计算等 重点是面积与体积计算
(3) 平面解析几何 ① 平面直角坐标系 ② 直线方程与圆的方程 ③ 两点间距离公式与点到直线的距离公式	解析几何基本公式;直线方程,两条直线的位置关系(平行、垂直);点线间的距离与对称;圆的三种形式方程(一般式,标准式,参数);直线与圆、圆与圆的位置关系 重点是直线与圆的运算

4. 数据分析

考点分布	考点解析
(1) 计数原理 ① 加法原理、乘法原理 ② 排列与排列数 ③ 组合与组合数	掌握两个基本原理;排列数、组合数公式与排列组合综合应用 重点是排列组合里插空、捆绑、排除、隔板等各种方法的综合应用
(2) 数据描述 ① 平均值 ② 方差与标准差 ③ 数据的图表表示:直方图、饼图、数表	掌握算术平均值的概念;方差与标准差的运算公式;数据的图表表示:直方图、饼图、数表 重点是方差、标准差的运算公式;频率分布直方图的意义

考 点 分 布	考 点 解 析
(3) 概率 ① 事件及其简单运算 ② 加法公式 ③ 乘法公式 ④ 古典概型 ⑤ 贝努里概型	掌握事件的和、积及对立事件的运算定律;加法公式、乘法公式;古典概型(等可能事件)、互斥事件、相互独立事件、独立重复实验、贝努里概型的概率公式 重点是事件符合哪一类事件的运算定律

三、2012 年硕士研究生管理类专业硕士学位备考策略与建议

备战 2012 年硕士研究生管理类专业硕士学位,一定要严格按照考试大纲,针对每个考点,重视基本功,熟练掌握常见题型的基本方法,注重解题策略与技巧,不断提高自己的运算速度与准确率,相信大家只要能稳扎稳打,就一定能在联考中取得优异的成绩!

1. 题量由 2008 年的 30 题变为现在的 25 题,是一个好消息.基础薄弱的同学,可以提高解题的准确率;基础好的同学,可以有充分的时间检查,得到高分.

2. 基础阶段:应该先练内功,动手做题,重视基础知识、基本方法的掌握;

强化阶段:培养常见题型的基本技能,举一反三,将知识点融会贯通,注重解题技巧;

冲刺阶段:在熟练掌握解题技巧的基础上,注重解题的娴熟程度与较高的准确率.

3. 遵循“预习—做题—复习总结—再做题”的学习规律,实现高效复习效率的良性循环.

第一章

算 术

第一节 充分条件和充分性判断



考纲要求

充分条件和充分性判断.



考点解析

掌握充分条件和充分性判断规定选项的意义,寻求合理、快捷的解题途径.

一、充分条件的定义

两个数学命题 A、B,若由条件 A 成立,就可以推出结论 B 成立(即 $A \Rightarrow B$ 是真命题),则 A 是 B 的充分条件,即 A 具备了使 B 成立的充分性. 若由 $A \not\Rightarrow B$,则称 A 不是 B 的充分条件,即 A 不具备使 B 成立的充分性.

例如:命题 A: $x > 0, y > 0$; 命题 B: $xy > 0$.

当 $x > 0, y > 0$,即 A 成立时,必有 $xy > 0$,即 B 成立,故 A 是 B 的充分条件. 反之,若 B 成立,则 A 不一定成立,故 B 不是 A 成立的充分条件.

二、充分性判断的概念

1. 充分性判断题的解题说明

此类题的求解,要求判断所给出的条件能否充分支持题干中陈述的结论,阅读条件(1)、(2)后作出选择.

- A. 条件(1)充分,但条件(2)不充分
- B. 条件(2)充分,但条件(1)不充分
- C. 条件(1)和(2)单独都不充分,但条件(1)和(2)联合起来充分
- D. 条件(1)充分,条件(2)也充分
- E. 条件(1)和(2)单独都不充分,条件(1)和(2)联合起来也不充分

2. 充分性判断题型的图示表达

题干: 条件 结论. ()

条件(1)

条件(2)

选项所规定的含义

选项

(1) \checkmark

(2) \times

A

(1) ×	(2) √		B
(1) ×	(2) ×	(1)和(2)联合 √	C
(1) √	(2) √		D
(1) ×	(2) ×	(1)和(2)联合 ×	E

【注意】本教材中,所有充分性判断题中的 A、B、C、D、E 5 个选项所规定的含义,均按照以上标准.

三、充分性判断题的解题思路与方法

1. 充分性判断的解题思路

(1) 从逻辑的角度:

若 $A \Rightarrow B$, 但 $B \not\Rightarrow A$, 则 A 是 B 的充分而不必要条件.

若既有 $A \Rightarrow B$, 又有 $B \Rightarrow A$, 就记作 $A \Leftrightarrow B$, 则 A 是 B 的充分必要条件, 简称充要条件.

(2) 从集合的角度:

(比较容易判断)若条件的范围落入题干成立范围之内, 则充分性成立.

若 $A \subseteq B$, 则 A 是 B 成立的充分条件.

若 $A \subset B$, 则 A 是 B 成立的充分而不必要条件.

2. 充分性判断的解题方法

方法一 (自下而上, 直接判断)

若条件(1)与条件(2)是具体数字, 则把条件(1)与条件(2)分别直接代入题干中验证, 特点是至少要运算两次.

方法二 (自上而下, 等价转化)

先不看条件(1)与条件(2), 假设题干中命题正确, 求出使题干结论成立的充要条件, 然后将条件(1)与条件(2)中的参数范围与题干成立的参数范围进行比较, 若条件范围落入题干成立范围之内, 则充分性成立. 特点是一次运算即可.

方法三 (特殊反例, 推导矛盾)

若碰到条件充分性不成立的判断, 可以由条件(1)或条件(2)中的特殊情况入手, 推导出与题干矛盾的结论, 从而得出条件不充分的选择. 即要证明一个命题是错误的, 只要举一个反例即可; 而要证明一个命题是正确的, 必须严格加以证明.



典型例题精讲

例 1-1 (充分性判断) 方程 $x^2 - 5x - 6 = 0$ 成立. ()

(1) $x = -1$.

(2) $x = 6$.

解: 选 D.

方法一: 条件(1)中, $x = -1$ 代入, $(-1)^2 - 5 \cdot (-1) - 6 = 0$, 因而条件(1)充分; 条件(2)中, $x = 6$, 代入题干 $6^2 - 5 \cdot 6 - 6 = 0$, 因而条件(2)也充分.

方法二: 由 $x^2 - 5x - 6 = 0$ 得 $x_1 = -1$, $x_2 = 6$, 即条件(1)和条件(2)单独都充分.

例 1-2 (充分性判断) $x < 8$ 成立. ()

(1) $x < 10$.

(2) $x < 6$.

解: 选 B. 在数轴上画图表示, 很容易判断 $(-\infty, 6)$ 为 $(-\infty, 8)$ 的真子集. 条件(1)不充分, 条件(2)充分.

例 1-3 (2008 年 1 月,充分性判断) $ab^2 < cb^2$. ()

(1) 实数 a, b, c 满足 $a + b + c = 0$.

(2) 实数 a, b, c 满足 $a < b < c$.

解: 选 E. 特殊值法: 条件(1)可取 $b = 0$, 不充分. 条件(2)可取 $b = 0$, 也不充分. (1)和(2)联合起来, 同样可取 $b = 0$, 不充分.

第二节 整数、分数、小数、百分数



考纲要求

实数的概念、性质、运算及应用.



考点解析

考查实数的性质、概念和运算, 通过分析题目的已知条件, 进行数与式的巧妙变形, 寻求合理、快速的解题途径.

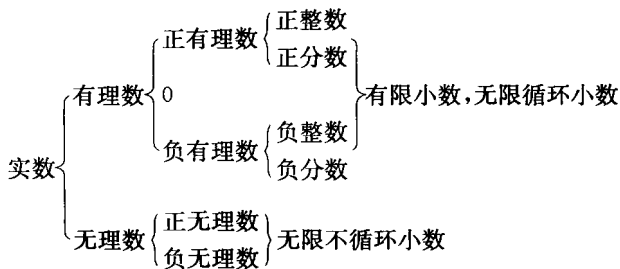


知识点归纳与总结

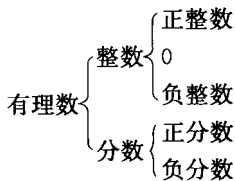
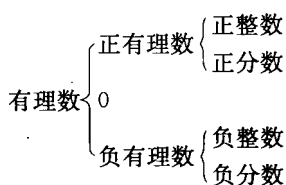
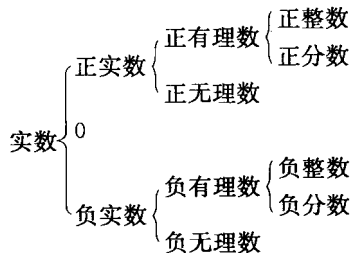
一、实数的概念及其运算

1. 实数的分类

(1) 实数包括有理数和无理数.



(2) 按数的正负符号和性质分类:



$$\text{整数 } (\mathbf{Z}) \begin{cases} \text{偶数 } 2n \\ \text{奇数 } 2n \pm 1 \end{cases} (n \in \mathbf{Z})$$

$$\text{正整数 } (\mathbf{Z}^+, \mathbf{N}^*) \begin{cases} 1 \\ \text{质数(也称素数,只有1和本身两个约数)} \\ \text{合数(有除1和自身以外的约数)} \end{cases}$$

【注意】

(1) 自然数集 \mathbf{N} 是非负整数集,是由正整数(\mathbf{Z}^+ 或 \mathbf{N}^*)和零组成的.

(2) 最小质数是2,为偶数,其余的质数均为奇数,两个相邻整数必为一奇一偶.任何一个合数都能分解为若干个质因数之积.1既不是质数,也不是合数.最小合数是4.

100以内的质数共25个:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.

(3) 有理数一定可表示为 $\frac{n}{m}$ 的形式,其中 $n \in \mathbf{Z}, m \in \mathbf{Z}$.

有理数一定可写成分数形式,无理数则不能,这是两者的本质区别.

(4) 约数与倍数:设 a 为一个正整数($a \in \mathbf{Z}^+$), m 为 a 的一个约数是指: a 能被正整数 m 除尽,此时也称 a 为 m 的一个倍数,如 $a = 15 = 3 \times 5 = 15 \times 1$,所以 a 有约数1, 3, 5, 15共4个.

2. 质因数、公约数、公倍数、互质

(1) 质因数:把整数表示为质因数积的形式叫做分解质因数,如 $600 = 2^3 \times 5^2 \times 3$.

(2) 公约数:若正整数 m 同时是几个正整数 a_1, a_2, \dots, a_r 的约数,就称 m 是 a_1, a_2, \dots, a_r 的公约数,并把 a_1, a_2, \dots, a_r 的公约数中的最大的称为最大公约数.

(3) 公倍数:若正整数 n 同时是几个正整数 a_1, a_2, \dots, a_r 的倍数,就称 n 是 a_1, a_2, \dots, a_r 的公倍数,并把 a_1, a_2, \dots, a_r 的公倍数中最小的称为最小公倍数.

★ 两个正整数的最小公倍数的求法:

$$\frac{n}{m} = \frac{n_1}{m_1} \text{ (化成最简分数), 则 } m, n \text{ 的最小公倍数即为 } m_1 n \text{ 或 } n_1 m.$$

例 求1800与1890的最大公约数与最小公倍数.

解:分别把1800与1890分解质因数: $1800 = 2^3 \times 3^2 \times 5^2$, $1890 = 2 \times 3^3 \times 5 \times 7$.

求最大公约数:取出它们相同的质因数,质因数次数取最低的相乘,即 $2 \times 3^2 \times 5 = 90$.

求最小公倍数:取出它们相同的质因数,质因数次数取出最高的,连同它们各自独有的质因数之积,即 $2^3 \times 3^3 \times 5^2 \times 7 = 37800$.

(4) 互质:若正整数 m 与正整数 n 的公约数只有1,就称这两个正整数 m 与 n 互质,并称 $\frac{n}{m}$ 为既约分数(最简分数).如:3和7互质.

3. 带余除法(被除数、除数、商、余数的联系)

若正整数 n 被正整数 m 除,商为 s ,余数为 r ,则 n 可以表示为:

$$n = ms + r (s, r \in \mathbf{N}, 0 \leq r < m), \text{ 特别当余数 } r = 0 \text{ 时,称 } n \text{ 能被 } m \text{ 整除.}$$

4. 数字整除的特征

能被2整除的数:个位为0, 2, 4, 6, 8.