

动态多目标优化 进化算法及其应用

刘淳安 著



科学出版社

动态多目标优化进化算法 及其应用

刘淳安 著

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书在全面总结国内外关于动态多目标优化及其进化算法发展现状、基础理论及实现技术的基础上,着重介绍了作者基于进化计算的动态多目标优化方面的研究成果,主要包括:动态无约束多目标优化进化算法;动态约束多目标优化进化算法;离散时间空间上的动态多目标优化进化算法;基于粒子群算法的动态多目标优化求解方法;基于进化算法求解动态非线性约束优化问题;动态多目标进化算法性能评价指标度量方法;动态多目标优化问题测试集.为便于应用,书后附有部分算法源程序.

本书可供理工科院校计算机、自动化、信息、管理、控制与系统工程等专业的高年级本科生、研究生和教师、科研工作者阅读,也可供自然科学和工程技术领域相关人员参考.

图书在版编目(CIP)数据

动态多目标优化进化算法及其应用 / 刘淳安著. —北京: 科学出版社, 2011, 10

ISBN 978-7-03-032374-3

I. ①动… II. ①刘… III. ①多目标(数学)—算法—研究 IV. 0224

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 191008 号

责任编辑: 赵彦超 李欣 / 责任校对: 刘亚琦

责任印制: 钱玉芬 / 封面设计: 王浩

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

骏立印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2011 年 10 月第 一 版 开本: B5 (720 × 1000)

2011 年 10 月第一次印刷 印张: 10 3/4

印数: 1—2 000 字数: 200 000

定价: 39.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

序

计算机的出现使人类的科学研究进程得到了快速发展，也使一些困难问题有了新的解决方法，众多领域都因研究工具的进步而重现生机，同时也诞生了许多新兴学科。

在进化计算领域，基于达尔文进化论的进化算法在求解静态多目标优化问题方面取得了令人瞩目的进展。然而，在现实生活中，许多问题不仅有多目标，而且各目标是与时间因素有关的，人们把这类与时间有关且多个目标需同时优化的问题称为动态多目标优化问题。动态多目标优化问题，因其具有多个依赖时间的相互冲突、不可公度的目标，加之其 Pareto 最优解随时间的变化会发生改变，所以对其优化比较困难，通常很难设计出一种通用的有效求解方法。

该书是作者近年来在多项国家、省厅级自然科学基金项目的资助下，取得的一些关于动态多目标优化进化算法研究成果的总结。该书在全面介绍国内外动态多目标优化问题及其进化算法发展现状、基础理论及实现技术的基础上，着重针对几类动态多目标优化问题进行了比较系统深入的研究，针对不同类型问题提出了不同的进化算法。同时，还对动态多目标优化进化算法性能度量方法、动态多目标优化问题测试集的构造及常见的动态多目标测试函数进行了详细的介绍。该书内容丰富、阐述严谨、思想方法新颖，具有一定的应用价值，不失为我国智能计算和智能优化领域又一部有一定阅读和参考价值的著作。

王宇平

西安电子科技大学计算机学院

前 言

最优化问题是工程实践和科学研究中主要的问题之一，动态优化问题（dynamic optimization problems, DOP）是指其目标函数不仅与决策变量有关，而且还会随着时间（环境）动态变化，因此其最优解也会随着时间（环境）动态改变。静态优化问题（static optimization problems, SOP）是指其目标函数仅与决策变量有关，其最优解不随时间（环境）的变化而改变的问题。动态优化问题一般包括动态单目标优化问题（dynamic simple-objective optimization problems, DSOP）和动态多目标优化问题（dynamic multi-objective optimization problems, DMOP）两大类。动态多目标优化问题，起源于复杂的实时设计、建模和规划问题，这些问题包括生产调度、人工智能、组合优化、工程设计、大规模数据处理、城市运输、水库管理、网络通信、数据挖掘和资本预算等，现实生活中的很多重要决策问题都存在动态多目标优化问题。因DMOP具有多个依赖时间（环境）的相互冲突、不可公度的目标，加之其Pareto最优解随时间的变化会发生改变，故对其优化显得比较困难，通常很难设计出一种通用的有效求解方法。

20世纪60年代，进化算法（evolutionary algorithms, EA）作为一种启发式随机搜索算法，已被成功应用于复杂动态单目标优化问题的求解，且已经出现了许多有效的动态单目标优化进化算法。然而，对于DMOP，由于问题自身的复杂性，对其设计算法往往还存在一定的困难。通常，在设计动态多目标优化进化算法时期望解决的主要问题有：①如何使算法尽可能有效地跟踪DMOP随时间变化的Pareto最优解集在搜索空间内的运行轨迹。②如何使算法能有效地判断环境的变化且较为准确地判断何时发生变化。③算法如何在一次运行中求出DMOP随时间变化的真正Pareto最优解集或近似Pareto最优解集。④算法在变化的环境下求得DMOP的Pareto最优解（目标空间）数量较多、分布较广且均匀。⑤算法具有较快的收敛性和较少的计算量等。

鉴于此，作者在国家自然科学基金（60374063；60873099）、陕西省科技厅科研计划项目（2006A12；2009JM1013）及陕西省教育厅科学研究计划项目（07JK180；09JK329；11JK0506），特别是在宝鸡文理学院陕西省省级重点学科基础数学专项建设经费的资助下，历经多年努力，构建了不同动态多目标优化问题，提出了求解的新优化模型，同时设计了新的求解方法和实现策略。这些工作极大地丰富了动态多目标优化进化算法的理论，且为其他优化领域中出现的动态优化问题提供

了新的解决思路和方法。本书可作为理工院校计算机、自动化、信息、管理、控制与系统工程等专业从事进化计算及动态多目标优化研究的相关专业技术人员的参考书，希望起到抛砖引玉的作用。

本书在全面总结国内外在动态多目标优化及其进化计算发展现状、基础理论及实现技术的基础上，着重介绍了作者基于进化计算的动态多目标优化方面的研究成果，主要包括：基于进化计算的动态无约束、动态约束多目标优化模型、方法；定义在离散时间空间上、自变量维数随时间变化的动态多目标优化进化算法；基于粒子群算法的动态多目标求解方法；基于进化算法求解动态非线性约束优化问题；动态多目标进化算法性能评价指标度量方法；动态多目标优化问题测试集的构造及其常见的动态多目标测试函数。作者愿将这些研究成果与国内外同行一起分享，以进一步推动该领域的研究与发展。

本书在简要叙述动态多目标优化问题及进化算法的理论和实现技术基础上，对研究的动态多目标优化问题给出了数学形式，对所提出的算法思想、相关技术，以及实现算法的具体步骤、收敛性理论和模拟仿真给出了详细介绍。这些有助于读者正确理解本书所述内容，深入这一研究领域。

在本书的撰写过程中，作者得到了西安电子科技大学计算机学院博士生导师王宇平教授的悉心指导。王老师在百忙之中不但仔细审阅了全部书稿，且对书稿提出了许多非常中肯的建议和意见，并欣然为本书作序，令作者深受鼓舞。在此向王老师表示衷心的感谢！另外，本书在写作过程中参考了大量的最新文献。这里也向这些文献的作者们致以诚挚的谢意！

值此，作者非常感谢宝鸡文理学院院长王志刚教授、副院长赵荣侠教授，科技处处长吴毅教授、数学系主任赵天绪教授及诸位同事为本书的撰写给予的热情支持与帮助！

感谢家人的大力支持和理解！

动态多目标优化进化算法是一个较为复杂且处于快速发展中的进化计算学科分支，其理论、方法和应用还有许多问题需要进一步深入研究。由于作者学术水平及可获得的资料有限，书中不妥之处在所难免，敬请同行专家和读者不吝批评指正。

作者

2011年8月

目 录

序

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 进化算法简介	2
1.2.1 EA 的产生背景	2
1.2.2 EA 的主要特点	3
1.2.3 EA 的研究现状	3
1.2.4 EA 的主要应用	4
1.3 动态优化问题及其进化算法	5
1.3.1 DMOP 及基本概念	5
1.3.2 动态优化进化算法研究现状	8
1.4 动态优化问题的进化算法研究目标	10
1.5 本书的体系结构	11
1.6 本章小结	12
参考文献	12
第 2 章 进化算法的理论及其实现技术	20
2.1 EA 的基本框架	20
2.2 遗传算法的模式理论	21
2.2.1 模式理论	22
2.2.2 积木块理论	24
2.3 进化算法的收敛性理论	25
2.3.1 预备知识	25
2.3.2 经典遗传算法的收敛性	27
2.3.3 改进的经典遗传算法的收敛性	29
2.3.4 一般遗传算法的收敛性	32
2.4 进化算子及其操作设计	33
2.5 本章小结	35
参考文献	36

第 3 章 动态无约束多目标优化进化算法	37
3.1 问题及相关概念	37
3.2 静态优化模型	38
3.2.1 DUMOP 转化为许多静态优化问题	38
3.2.2 静态双目标优化模型	39
3.3 解动态无约束多目标优化进化算法	40
3.3.1 子空间 Levy 分布杂交算子	40
3.3.2 带区间分割的非均匀变异算子	41
3.3.3 动态多目标优化进化算法 (DMEA)	42
3.4 理论分析	42
3.5 实验结果	45
3.5.1 测试函数	45
3.5.2 测试结果与分析	46
3.6 本章小结	51
参考文献	52
第 4 章 动态约束多目标优化进化算法	54
4.1 问题及相关概念	54
4.2 动态双目标优化模型	55
4.2.1 广义解序值方差函数	55
4.2.2 广义解密度方差函数	56
4.2.3 问题的转化	57
4.3 动态约束多目标优化进化算法	58
4.3.1 选择算子	58
4.3.2 杂交算子	58
4.3.3 约束处理	59
4.3.4 动态多目标优化进化算法流程	59
4.4 收敛性分析	60
4.5 数值仿真	62
4.5.1 测试函数	62
4.5.2 测试结果	64
4.6 本章小结	67
参考文献	67

第 5 章 离散时间空间上的动态多目标优化进化算法	69
5.1 问题及预备知识	69
5.2 分布估计模型	70
5.3 核分布估计动态多目标进化算法	72
5.3.1 环境变化自检算子	72
5.3.2 新算法 (CDDMEA) 流程	72
5.4 算法复杂性分析	73
5.5 数值仿真结果	74
5.6 本章小结	78
参考文献	78
第 6 章 动态多目标优化问题的粒子群算法	80
6.1 问题及预备知识	80
6.2 动态多目标优化粒子群算法	80
6.2.1 PSO 的数学模型	81
6.2.2 适时变异算子	82
6.2.3 改进的惯性因子 ω	83
6.2.4 环境变化判断规则	83
6.2.5 动态多目标优化 PSO 算法	83
6.3 算法分析	84
6.4 数值仿真	85
6.5 本章小结	89
参考文献	89
第 7 章 基于进化算法求解动态非线性约束优化问题	92
7.1 问题及相关概念	92
7.2 动态非线性约束优化问题数学模型	93
7.3 动态多目标优化进化算法	95
7.3.1 杂交算子	95
7.3.2 变异算子	95
7.3.3 新的进化算法 (DNEA) 流程	95
7.4 收敛性分析	96
7.5 数值仿真	100
7.5.1 性能度量指标	100
7.5.2 测试函数	100

7.5.3 测试结果	101
7.6 本章小结	104
参考文献	105
第 8 章 动态多目标进化算法性能评价	108
8.1 引言	108
8.2 性能测试设计方法	109
8.2.1 性能测试目的	109
8.2.2 度量 DMOEA 的指标	109
8.3 静态多目标进化算法性能评价方法	110
8.3.1 收敛性的度量	110
8.3.2 分布性的度量	112
8.4 动态多目标进化算法 (DMOEA) 性能评价方法	115
8.4.1 收敛性的度量	115
8.4.2 分布性的度量	117
8.5 本章小结	117
参考文献	118
第 9 章 动态多目标优化问题测试集	119
9.1 静态多目标优化测试函数	119
9.1.1 无约束 SMOP 测试函数	119
9.1.2 约束 SMOP 测试函数	122
9.1.3 ZDT 测试函数集	123
9.1.4 DTLZ 测试函数集	124
9.2 动态多目标优化测试函数	129
9.2.1 无约束 DMOP 测试函数	129
9.2.2 约束 DMOP 测试函数	132
9.3 本章小结	133
参考文献	133
附录 1 符号说明	136
附录 2 算法 DMEA 在固定时间 (环境) t 下部分源程序	137
附录 3 第 3 章绘制 C-measure 示意图部分源程序	143
附录 4 第 3 章绘制 U-measure 示意图的源程序	149

第 1 章 绪 论

本章作为绪论，首先简要介绍了进化算法的产生背景、主要特点、研究现状和主要应用。然后介绍了动态优化问题的数学描述及其相关概念、动态优化进化算法的研究现状、研究目标。最后给出了本书的组织结构以及各章所包含的主要内容。

1.1 引 言

在生产调度、人工智能、组合优化、工程设计、大规模数据处理、城市运输、水库管理、网络通信、数据挖掘和资本预算等诸多优化领域，常常会遇到许多复杂的更为接近现实生活的动态和静态优化问题。动态优化问题（DOP）是指其目标函数不仅与决策变量有关，而且会随着时间（环境）动态变化，因此其最优解也会随着时间（环境）动态改变；静态优化问题（SOP）是指其目标函数仅与决策变量有关，其最优解不随时间（环境）的变化而改变。在过去的几十年里，人们大多致力于 SOP 的研究，直到近几年，DOP 才引起越来越多研究者的兴趣^[1-3]。对于 DOP，一般可将其分为动态单目标优化问题（DSOP）和动态多目标优化问题（DMOP）两大类。目前对 DOP 的研究主要集中在 DSOP^[4-12]，对 DMOP 的研究成果还不多，可见到的理论很少，只有少量研究成果^[13-17]，而且这些成果大多是针对时间变量取值于离散空间的 DMOP 设计算法，或者把一些静态多目标优化进化算法直接用于 DMOP 的求解。然而，对于 DMOP 而言，因其具有多个依赖时间（环境）的相互冲突、不可公度的目标，加之其 Pareto 最优解随时间的变化会发生改变，因此对 DMOP 的优化显得比较困难，通常很难设计出一种通用的有效求解方法。20 世纪 60 年代以来，借鉴达尔文的“物竞天择”生物进化理论及孟德尔的遗传理论，通过对生物进化中的繁殖、变异、竞争和选择四个基本形式进行模拟，人们获得了解决复杂优化问题（例如：多目标优化问题、动态优化问题等）的一类新方法——进化算法（EA）^[18-23]。EA 自产生以来，一直备受人们的关注，作为一种随机搜索算法，它较传统优化技术相比具有许多优势，其中算法演化的并行性、对全局优化问题的有效性和实用性以及对问题求解的稳健性是其其他算法无法比拟的。本书在全面总结国内外动态多目标优化及其进化计算发展现状、基

础理论及实现技术的基础上,着重介绍了作者基于进化计算在动态多目标优化方面的研究成果.

1.2 进化算法简介

1.2.1 EA的产生背景

计算机的出现使人类的科学研究进程得到了飞速发展,也使得一些困难问题有了新的解决方法,众多领域都因研究工具的进步而重现生机,同时也产生了众多的新兴学科.尽管人们可以让计算机完成一些过去无法想象的任务,但仍然有很多复杂问题得不到很好的解决,例如多目标优化、非线性优化、动态优化等,但是也应看到高速运行的计算机给这些问题的解决提供了物质基础,目前人们致力于研究一些具有自组织、自适应能力的大规模并行算法^[22].自然界中丰富多彩的生物是自然选择和进化的直接结果,现代分子生物学的发展为这一学说提供了有力的证据,进化使得生物能够更好地适应变化的环境,进化的结果虽然表现的非常复杂,但进化的过程却很简单:繁殖→变异→竞争→选择.正是在自然界的这种进化模式启示下,一种模拟自然界生物进化过程的学科——进化算法^[24,25]诞生了.

EA是一种模拟生物进化过程和进化机制求解问题的自组织、自适应人工智能技术^[23,26],该方法以体现群体搜索和群体中个体之间信息交换两大策略的交叉和变异算子为主,为每个个体提供优化的机会,从而使整个群体在优胜劣汰(survival of the fittest)的选择机制下保证了进化的趋势.EA采用某种编码来表示复杂的结构,并将每个编码称之为一个个体(individual).算法维持一定数目的编码集合,称为种群(population),并通过对种群中的每个个体进行一些进化操作来模拟进化过程,最终获得一些具有较高性能指标的编码.进化算法中常用的进化操作有交叉(crossover)、变异(mutation)和选择(selection)等,其中变异是模拟自然界中生物遗传物质的变异,交叉是模拟有性生殖过程中的染色体交换过程,选择则是模拟自然界的优胜劣汰过程.目前研究的进化算法主要有四种典型分支:遗传算法(genetic algorithms, GA)、进化规划(evolutionary programming, EP)、进化策略(evolutionary strategy, ES)和遗传程序设计(genetic programming, GP).遗传算法是由美国的J. H. Holland于1975年提出^[27],后由K. Dejong, J. Grefenstete, D. Goldberg和L. Davis等进行了改进;进化规划是由美国的L. J. Fogel, A. J. Owens和M. J.H. Walsh于1966年提出^[28],后来被D. B. Fogel进行了完善;进化策略是由德国的I. Rechenberg^[29]和H. P. Schwefel建立的;遗传程序设计是1990年Koza将遗传算法应用于计算机程序的优化设计及自动生成,提出了遗传编程的概念^[30].他

成功地将遗传编程方法应用于人工智能、机器学习、符号处理等方面。虽然这几个分支在算法的实现上有一些细微的差别，但它们都是借助生物进化的思想和原理来求解实际问题的。

1.2.2 EA的主要特点

与基于导数的解析方法和其他启发式搜索方法一样,EA 在形式上也是一种迭代方法。它使用种群搜索技术,通过对当前种群采用类似于自然选择和有性繁殖的方式,在继承原有优良基因的基础上,生成具有更好性能指标的下一代解的群体。但它又不是简单的随机搜索方法,而是通过对染色体的评价和对染色体中基因的作用,利用已有的信息来指导搜索,逐渐使得种群进化到包含或接近最优解的状态。在进化过程中,进化算子仅仅利用适应值度量作为运算指标进行染色体的随机操作,降低了一般启发式算法在搜索过程中对交互的依赖,极大地提高了算法的全局搜索能力。另外,因其固有的智能性,信息处理的隐并行性,应用的鲁棒性及操作的简明性等,使得 EA 成为一种具有良好普适性和可规模化的优化方法。然而,EA 也有一些缺点,比如容易产生早熟收敛以及收敛速度慢等。

EA 与传统的优化算法相比,其最主要的特点体现在以下五个方面^[22,30]:

(1) EA 的搜索过程是从一群初始点开始,通过这些点内部结构的调节和重组来形成新的点,且每次进化都将提供多个近似解,因此,其非常适合多目标优化问题的求解。

(2) EA 只需要利用目标函数值的信息,而不像传统的优化方法需要采用目标函数的梯度等解析信息,因此它可以有效地用于解决较为复杂的非线性优化问题,且具有良好的通用性。

(3) EA 具有显著的隐并行性。进化算法虽然在每一代只对有限个个体进行操作,但处理的信息量为群体规模的高次方。

(4) 传统的优化方法对多峰函数的求解已陷入局部最优,进化算法能同时在解空间的多个区域进行搜索,并且能以较大的概率跳出局部最优。

(5) EA 具有很强的鲁棒性,即在存在噪声的情况下,对同一问题的进化算法在多次求解中得到的结果是相似的,或者算法在速度和效益之间的权衡使得它能适应不同的环境并取得较好的结果。

1.2.3 EA的研究现状

进化算法固有的本质并行性、自组织适应性以及优胜劣汰的自然选择和简单的进化操作性,使得进化算法具有不受搜索空间限制性条件的约束和不需要其他

辅助信息（如相关函数可微、单峰、多峰）等特点，如今，进化算法已成为一个引人注目的研究方向。

根据德国 Dortmund 大学提供的一份研究报告，进化算法已经在16个大领域250个小领域中获得了应用^[33]。目前有数种以进化算法为主题的国际会议在世界各地定期召开。同时已有一些专门刊登进化算法的国际专业杂志，如*Evolutionary Computation*（由MIT Press出版，1993创刊，DeJong主编）和*IEEE Transactions on Evolutionary Computation*（IEEE汇刊，1997年创刊，Garrison Greenwood 主编）。一些国际性期刊也竞相出版以进化算法为主题的专刊^[34~37]。某些学者研究了进化算法的灵现行为（emergent behavior）后声称，进化算法将与混沌理论、分形几何一起成为人们研究非线性现象和复杂大系统的新的三大方法，并且将与神经网络一道成为人们认知过程的重要工具^[38~40]。

我国有关进化算法的研究，从20世纪90年代以来一直处于不断上升的时期，相继有许多论文和专著出版，如：刘勇、康立山、陈毓屏于1995年出版的《非数值并行计算（第二册）——遗传算法》；陈国良、王煦法于1996年出版的《遗传算法及其应用》；李敏强、寇纪淞、林丹于2002年出版的《遗传算法的基本理论与应用》；徐宗本、张讲社、郑亚林于2003年出版的《计算智能中的仿生学：理论与算法》；王凌于2003年出版的《车间调度及其遗传算法》；玄光男、程润伟于2004年出版的《遗传算法与工程优化》；刘宝碇出版的*Theory and Practice of Uncertain Programming*. Heidelberg: Physica-Verlag, 2002; *Uncertain Programming*. New York: Wiley, 1999; *Decision Criteria and Optimal Inventory Processes*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1999; *Uncertainty Theory*. Heidelberg: Physica-Verlag, 2007; 崔逊学于2006年出版的《多目标进化算法及其应用》；郑金华于2006年出版的《多目标进化算法及其应用》等。因此，进化计算无论在理论上，还是在算法的实现、改进与应用上都已取得了很大的进展。目前，进化算法的研究主要集中在基础理论、进化计算模型、编码方式和进化算子及进化算法的应用等方面。其中基础理论的研究包括发展进化计算的数学基础、分析算法的收敛性、估计算法的收敛速度等，这些都是进化算法理论研究的热点。另外，如何融合数学、生物、计算机技术等多个领域的原理与技巧，设计出更加有效的进化算法使其适应复杂的动态优化，尤其是动态多目标优化、动态非线性约束规划等问题，也成为进化计算领域研究的一个重要方向。

1.2.4 EA的主要应用

EA虽然产生于20世纪60年代，但真正引起普遍关注和广泛应用则始于20世

纪80年代,遗憾的是,除70年代初 Holland 本人对遗传算法提出的模式理论, Rechenberg 及他的学生们对进化策略所作的收敛性分析以外,在之后的几十年里进化算法的基础理论研究基本上没有大的进展.虽然近年来有关进化算法的渐近行为分析受到越来越广泛的注意,但已有的研究还具有相当的局限性.到目前为止,可以说还没有一套完整的理论体系可以准确、全面地阐明一般进化算法的收敛性,从而对进化算法在大量优化问题中所表现的全局优化能力作出合理的理论解释,同时也没有找到一个恰当的度量与论证方法精确刻画进化算法在不同实现方式下的收敛速度.正是由于数学理论基础的缺乏,进化算法的应用、推广及改进受到严重的影响.然而进化算法提供了一种求解复杂系统优化问题的通用框架,它不依赖于问题的具体领域,不要求目标函数有明确的解析表达式,对问题的种类有很强的鲁棒性,所以已广泛应用于动态优化、多目标优化、组合优化、机器学习、信号处理、自适应控制和人工生命等优化领域^[41-48].例如,文献[41,42]将遗传算法应用于教师排课问题,由计算机根据教师的意愿,利用遗传算法自动进行排课,最大限度地满足教师的愿望,对资源作出优化合理的安排. Engeneous 将EA成功地应用于汽轮机设计,并改善了波音777发动机的性能.文献[43]将进化算法与人工神经网络结合,建立了震灾风险预测的遗传神经网络模型.文献[44]讨论了遗传神经网络法及其在机器人误差补偿中的应用.文献[45]提出了一种基于模糊聚类和遗传算法的模糊分类系统的设计方法,利用遗传算法对约简后的模糊分类系统进行优化,提高其精确性.文献[46]为了提高足球机器人的射门成功率,给出了一种基于遗传模糊算法的足球机器人射门实现方法.文献[47]讨论了进化算法在车辆优化调度中的应用.文献[48]将基因遗传算法应用于产品人机形态设计,实现了产品人机形态设计的优化.因此,随着对进化算法研究的深入,其应用涉及从工程技术到社会管理等诸多领域,可以预计其应用前景一定会更加广阔.

1.3 动态优化问题及其进化算法

本节首先介绍动态多目标优化问题的数学描述及相关概念,继而作为DMOP的几点说明,给出其他几类动态优化问题的表达形式,最后对动态优化进化算法的研究现状及研究目标等进行讨论.

1.3.1 DMOP及基本概念

在现实生活中,许多优化问题都是多个目标的,而且与时间因素有关.许多系统需要考虑动态调度问题,考虑时间间隔上各个运行状态之间的约束,

即时间带来的约束, 这些约束称为动态约束. 面对一个复杂动态变化的系统, 静态优化方法具有明显的局限性, 因为在这些问题中, 其研究目标是复杂变化的. 将现实中这些具有多个目标、与时间因素相关的问题抽象成数学模型, 就是动态多目标优化问题 (dynamic multiobjective optimization problems, DMOP).

不失一般性, 若记 V_o , V_F 和 W 分别是 n_o 维, n_F 维和 m_w 维连续或离散的向量空间, 则任何 DMOP 都可以表述为如下的参数化优化形式^[16,17]

$$\begin{cases} \min_{v_o \in V_o} f = (f_1(v_o, v_F), f_2(v_o, v_F), \dots, f_m(v_o, v_F)), \\ \text{s.t. } g(v_o, v_F) \leq 0, \quad h(v_o, v_F) = 0, \end{cases} \quad (1.3.1)$$

其中, $g(v_o, v_F) \leq 0$, $h(v_o, v_F) = 0$ 分别为不等式和等式向量约束, $f: V_o \times V_F \rightarrow W$ 是目标向量函数, $f_i(v_o, v_F)$ 是 m 个子目标函数.

在式 (1.3.1) 中, 变量 v_o 对于优化是有用的, 而变量 v_F 是强加的参数, 其与优化变量无关. 目标向量函数 f 和约束向量函数 g , h 都受制于时间参数约束, 而且可以是非线性的.

若令 V 是 n 维连续或离散的决策向量空间, W 是 m 维连续或离散的目标向量空间, 强加的参数 v_F 是一个取值于连续或离散实值空间 T 的参数变量 t , 则上述优化问题 (1.3.1) 可描述为^[16,17]

$$\begin{cases} \min_{v \in V} f = (f_1(v, t), f_2(v, t), \dots, f_m(v, t)), \\ \text{s.t. } g(v, t) \leq 0, \quad h(v, t) = 0, \end{cases} \quad (1.3.2)$$

其中, $g(v, t) \leq 0$ 和 $h(v, t) = 0$ 分别为不等式和等式向量约束, $f: V \times T \rightarrow W$ 是目标向量函数.

对于动态多目标优化问题 (1.3.2), 其决策空间中的 Pareto 最优解集 $P_s(t)$ 和目标空间中的 Pareto 前沿面 $P_F(t)$ 通常有以下 4 种可能随时间变化的方式^[16,17]:

方式 I: Pareto 最优解集 $P_s(t)$ 随时间变化, 而 Pareto 前沿面 $P_F(t)$ 不随时间变化.

方式 II: Pareto 最优解集 $P_s(t)$ 和 Pareto 前沿面 $P_F(t)$ 都随时间变化.

方式 III: Pareto 最优解集 $P_s(t)$ 不随时间变化, 而 Pareto 前沿面 $P_F(t)$ 随时间变化.

方式 IV: 尽管问题发生改变, 但 Pareto 最优解集 $P_s(t)$ 和 Pareto 前沿面 $P_F(t)$ 都不随时间变化.

对上述 4 种情况可简述为表 1.3.1 的形式. 可是, 除了上述 4 种类型外, 在现实中, 还存在另外一种情形, 即当问题发生改变时, 上述变化的几种类型可能在时间尺度内同时发生. 在讨论中, 一般只考虑前 3 种类型.

表 1.3.1 DMOP 的四种不同类型

		$P_s(t)$	
		不变化	变化
$P_s(t)$	不变化	方式 IV	方式 I
	变化	方式 III	方式 II

下面给出动态多目标优化问题 (1.3.2) 的几点说明.

(1) 对于优化问题 (1.3.2), 在算法设计中往往需考虑其随时间变化的强度或随时间变化的频率. 一般而言, 包括两个方面: 1) DMOP 随时间 t 是连续缓慢变化的, 即在整个时间段上 DMOP 的变化非常平稳, 其变化幅度保持在一个非常小的误差内; 2) DMOP 随时间 t 的变化出现突变, 即在一个小时间段内很少变化或保持不变, 但随之发生突然随机变化.

(2) 当 $m=1$ 时, 优化问题 (1.3.2) 退化为动态单目标优化问题

$$\begin{cases} \min_{v \in V} f(v, t), \\ \text{s.t. } g_i(v, t) \leq 0, \quad i=1, 2, \dots, p, \\ \quad \quad h_j(v, t) = 0, \quad j=1, 2, \dots, q, \end{cases} \quad (1.3.3)$$

其中, t 是一个取值于连续或离散实值空间 T 的参数变量, $g_i(v, t) \leq 0$ 和 $h_j(v, t) = 0$ 分别为不等式和等式约束, $f: V \times T \rightarrow \mathbb{R}$ 是目标函数. 若目标函数是非线性的, 则优化问题 (1.3.2) 又变为动态非线性单目标优化问题.

(3) 当时间 $t=t_0$ (常数) 时, 动态多目标优化问题 (1.3.2) 退化为静态多目标优化问题

$$\begin{cases} \min_{v \in V} f = (f_1(v), f_2(v), \dots, f_m(v)), \\ \text{s.t. } g_i(v) \leq 0, \quad i=1, 2, \dots, p, \\ \quad \quad h_j(v) = 0, \quad j=1, 2, \dots, q, \end{cases} \quad (1.3.4)$$

其中, $g_i(v) \leq 0$ 和 $h_j(v) = 0$ 为不等式和等式约束, $f: V \rightarrow W$ 是目标向量函数.

(4) 当不等式约束 $g(v, t) \leq 0$ 和等式约束 $h(v, t) = 0$ 退化为超立方体区域 $[L, U] \subset \mathbb{R}^n$ 时, 优化问题 (1.3.2) 变为简单约束动态多目标优化问题

$$\min_{v \in [L, U]} f = (f_1(v, t), f_2(v, t), \dots, f_m(v, t)), \quad (1.3.5)$$

其中, $L = (l_1, l_2, \dots, l_n)^T$, $U = (u_1, u_2, \dots, u_n)^T$, $f: \mathbb{R}^n \times T \rightarrow W$ 是目标向量函数.

(5) 当不等式约束 $g(v, t) \leq 0$ 和等式约束 $h(v, t) = 0$ 退化为 \mathbb{R}^n 时, 优化问题 (1.3.2) 退化为无约束动态多目标优化问题