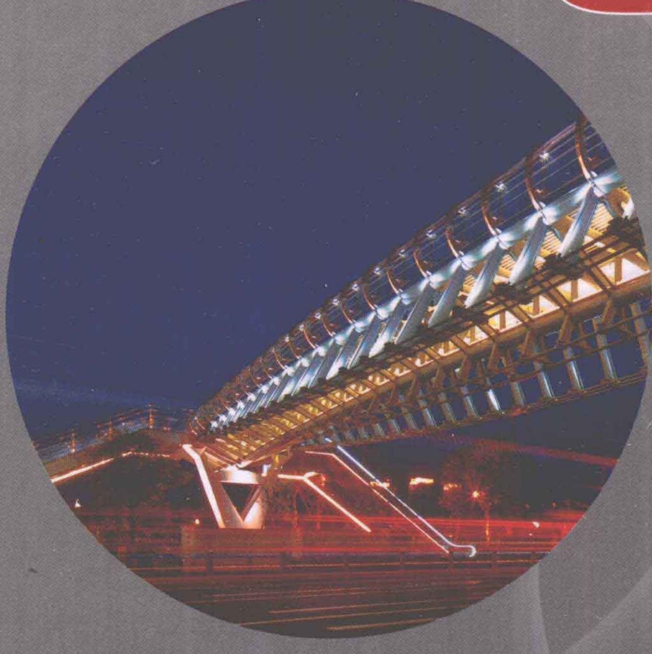
基于灵敏度分析的结构模型修正

戴 航 袁爱民 著



科学出版社

基于灵敏度分析的结构模型修正

戴 航 袁爱民 著

科 学 出 版 社
北 京

内 容 简 介

本书是作者在总结近几年研究成果的基础上撰写而成的。全书共8章。内容主要包括：第1章绪论；第2章模态试验中的传感器优化布置；第3章基于模态参数灵敏度分析的有限元模型修正技术；第4章基于频响函数灵敏度分析的有限元模型修正技术；第5章基于静态挠度测量值的有限元模型修正技术；第6章基于一阶优化算法的有限元模型修正技术；第7章基于模型修正和LMBP神经网络的损伤识别；第8章工程应用，对五河口大桥实现了有限元模型修正。

本书适合从事土木工程科研和设计的人员参考阅读，也可作为桥梁、结构工程专业的研究生、高年级本科生的专业参考书。

图书在版编目(CIP)数据

基于灵敏度分析的结构模型修正／戴航，袁爱民著．—北京：科学出版社，2011.10

ISBN 978-7-03-032488-7

Ⅰ.①基… Ⅱ.①戴… ②袁… Ⅲ.①土木工程－工程结构－结构分析 Ⅳ.①TU3

中国版本图书馆CIP数据核字（2011）第204340号

责任编辑：牛宇锋 袁舜华／责任校对：赵燕珍
责任印制：赵 博／封面设计：耕者设计工作室

科学出版社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com
双青印刷厂 印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销
*
2011年10月第 一 版 开本：B5（720×1000）
2011年10月第一次印刷 印张：14 1/4
印数：1—2 000 字数：272 000

定价：60.00元

（如有印装质量问题，我社负责调换）

前　　言

结构模型修正技术是在有限元理论发展的基础上，为满足大型复杂结构分析需要而建立的。随着现代大型航空航天器、海上平台、高耸建筑和大跨度桥梁的复杂化，同时受初始的简化假设、边界条件模拟的差异，以及非结构构件等因素的影响，仅凭工程师的经验欲建立一个与试验结果相一致的有限元模型几乎是不可能的，这给结构的数值模拟分析、参数识别、状态评估、剩余寿命的预测增加了困难。因此有限元模型修正技术的研究越来越引起科学工作者和工程师的重视。

目前，模型修正方法已经得到了大量的研究，研究方法主要有最优矩阵法、设计参数型法、频响函数法、神经网络法、基于静态测量值的方法、统计的方法、优化的方法。这些方法在航空航天、机械工程等领域均得到了不同程度和深度的研究，但其运用到土木工程结构中的研究还较少，仍处于探索中。本书探讨这些典型方法在土木工程领域的适用性，并努力对这些方法在土木工程领域的实质性应用进行探索的同时，赋予这些方法新内容、新价值和新意义。

理论研究和试验研究相结合是本书坚持的两条主线。在理论分析中，对每一种模型修正方法的影响因素均作了较为深入的分析；在试验研究中，采用土木工程中常见的钢筋混凝土作为试验梁的原材料，试验仪器和方法完全和目前实际工程常用的一致。用与实际工程检测测试接近的试验数据来验证方法的正确性、可行性，无疑是非常具有说服力的，其工程应用价值也是显而易见的。

灵敏度分析贯穿本书的始末，是本书研究的主要技术手段。灵敏度分析是考虑参数（物理、几何和边界条件等）微观变化对特征量的影响，是目前模型修正非常推崇的一种方法，它使修正的参数具有明确的物理意义。

本书针对模型修正中遇到的关键问题：修正参数的选择、模型的缩聚和扩阶、传感器的布置、奇异方程的求解策略等进行了系统的、较为全面的研究，对模型修正各种方法的技术路线、难点和关键技术均有清晰的表述，这将便于工程师对每种方法的整体把握、思考和探索，为后续的研究提供了方向性指引。

限于时间和作者水平，书中难免出现疏漏和不足，敬请专家学者提出宝贵意见和建议，以便进一步补充、完善、发展和提高。

目　　录

前言
第 1 章　绪论 …… 1
1.1　引言 …… 1
1.2　模型修正的主要方法 …… 1
1.2.1　最优矩阵法 …… 1
1.2.2　设计参数型法 …… 4
1.2.3　频响函数法 …… 6
1.2.4　神经网络法 …… 7
1.2.5　基于静态测量值的模型修正方法 …… 8
1.2.6　统计的方法 …… 9
1.2.7　优化的方法 …… 9
1.3　模型修正存在的若干关键问题 …… 9
1.3.1　模态的扩阶和缩聚 …… 10
1.3.2　修正参数的选择 …… 11
1.3.3　不适定方程的求解 …… 12
1.3.4　传感器的优化布置 …… 12
1.4　本书研究的目的 …… 13
1.5　本书研究的主要内容 …… 13
参考文献 …… 15
第 2 章　模态试验中的传感器优化布置 …… 21
2.1　引言 …… 21
2.2　有效独立法 …… 22
2.3　基于列主元 *QR* 分解的 MAC 法 …… 24
2.4　基于 EI 及 MAC 混合算法的传感器优化布置 …… 26
2.5　模态试验中的传感器布置 …… 26
2.5.1　基于 EI 法的传感器优化布置 …… 26

2.5.2 基于列主元 *QR* 分解 MAC 的传感器优化布置 …… 31

2.5.3 基于 EI 和 MAC 混合算法的传感器优化布置 …… 36

2.6 本章小结 …… 37

参考文献 …… 38

第 3 章 基于模态参数灵敏度分析的有限元模型修正技术 …… 40

3.1 引言 …… 40

3.2 模态试验分析理论 …… 40

3.2.1 多自由度系统实模态分析 …… 40

3.2.2 模态参数频域识别方法 …… 46

3.2.3 模态试验基本步骤 …… 52

3.3 模态参数的灵敏度分析 …… 54

3.3.1 基本理论 …… 54

3.3.2 灵敏度矩阵的求解 …… 55

3.4 刚度矩阵及质量矩阵关于修正参数的偏导数 …… 57

3.5 试验模型与有限元模型的相关性分析 …… 59

3.6 基于贝叶斯法的模型修正 …… 60

3.7 试验梁模态试验概况及试验结果分析 …… 62

3.7.1 试验概况 …… 62

3.7.2 各试验梁试验结果分析 …… 63

3.8 试验梁模态参数的相关性分析、灵敏度分析及有限元模型修正 …… 68

3.8.1 矩形截面简支梁 …… 68

3.8.2 T 形截面简支梁 …… 74

3.8.3 带悬臂的简支梁 …… 80

3.9 本章小结 …… 86

参考文献 …… 87

第 4 章 基于频响函数灵敏度分析的有限元模型修正技术 …… 89

4.1 引言 …… 89

4.2 频响函数模型修正的基本理论 …… 90

4.2.1 基于模态参数的频响函数 …… 90

4.2.2 频响函数残差方程的建立和灵敏度矩阵的求解 …… 91

4.2.3 频响函数的相关性分析及互易性 …… 92

4.3 基于频响函数灵敏度分析的模型修正试验研究 …… 94

4.3.1 矩形截面简支梁 …… 94

4.3.2　带悬臂的简支梁 …… 106
4.4　本章小结 …… 116
参考文献 …… 118
第5章　基于静态挠度测量值的有限元模型修正技术 …… 119
5.1　引言 …… 119
5.2　基本原理 …… 119
5.2.1　位移残差矩阵 …… 119
5.2.2　位移残差加权矩阵 …… 120
5.3　残差矩阵对待修正参数灵敏度矩阵的推导 …… 121
5.4　目标函数及求解方程的确立 …… 122
5.4.1　目标函数的建立 …… 122
5.4.2　求解的方法及收敛准则 …… 123
5.5　程序的编制 …… 125
5.6　基于静态挠度测量值模型修正的试验研究 …… 125
5.6.1　试验概况 …… 125
5.6.2　试验结果分析 …… 126
5.6.3　有限元建模及划分 …… 128
5.6.4　灵敏度分析 …… 129
5.7　模型修正 …… 130
5.8　基于模型修正的参数识别 …… 134
5.9　本章小结 …… 136
参考文献 …… 137
第6章　基于一阶优化算法的有限元模型修正技术 …… 139
6.1　引言 …… 139
6.2　优化设计的基本原理 …… 139
6.2.1　优化设计的原理及步骤 …… 139
6.2.2　1阶优化算法 …… 140
6.3　空间有机玻璃桁架桥模型的模态试验及模态分析 …… 142
6.3.1　试验概况及试验结果分析 …… 142
6.3.2　有限元建模及分析 …… 145
6.4　桁架桥模态参数的相关性分析及灵敏度分析 …… 146
6.4.1　相关性分析 …… 146
6.4.2　灵敏度分析、参数的选择及目标函数的确定 …… 147

6.5　桁架桥基于优化的有限元模型修正 …… 149
6.6　本章小结 …… 151
参考文献 …… 151
第7章　基于模型修正和LMBP神经网络的损伤识别 …… 152
7.1　引言 …… 152
7.2　混凝土简支梁损伤识别模态试验 …… 155
7.2.1　试验梁概况 …… 155
7.2.2　试验过程 …… 156
7.2.3　各工况试验梁试验结果与分析 …… 158
7.2.4　本节小结 …… 165
7.3　基于模态试验测量值的混凝土简支梁有限元模型修正 …… 165
7.3.1　总体思路 …… 165
7.3.2　有限元建模及分析 …… 166
7.3.3　简支梁模态参数的相关性分析及优化参数的选择 …… 168
7.3.4　简支梁基于优化的有限元模型修正 …… 169
7.3.5　本节小结 …… 172
7.4　BP神经网络基本原理 …… 172
7.4.1　BP神经网络模型 …… 172
7.4.2　BP算法 …… 173
7.4.3　BP算法的改进 …… 176
7.4.4　BP网络设计 …… 179
7.4.5　本节小结 …… 182
7.5　基于模型修正和LMBP神经网络的损伤识别 …… 182
7.5.1　LMBP神经网络的样本采集与数据处理 …… 182
7.5.2　神经网络的输入向量 …… 184
7.5.3　神经网络的输出向量 …… 186
7.5.4　损伤位置识别 …… 189
7.5.5　损伤程度识别 …… 191
7.5.6　本节小结 …… 192
参考文献 …… 193
第8章　工程应用 …… 195
8.1　工程概况 …… 195
8.2　基于有效独立法及混合算法的五河口斜拉桥传感器优化布置 …… 197
8.2.1　基于有效独立法的传感器优化布置 …… 197

8.2.2　基于混合算法的传感器优化布置 …… 198
8.3　考虑边界条件约束和参数灵敏度的斜拉桥有限元模型修正 …… 202
8.3.1　有限元模型的建立 …… 202
8.3.2　五河口斜拉桥的模态分析 …… 203
8.3.3　实桥的动力测试及分析 …… 206
8.3.4　相关分析、参数的选择、目标函数的确定 …… 208
8.3.5　灵敏度分析 …… 210
8.3.6　有限元模型的修正 …… 212
8.4　本章小结 …… 213
参考文献 …… 215
后记 …… 216

第1章 绪　论

1.1 引　言

结构的模型修正是随着有限元理论的发展，为满足大型复杂结构分析需要而发展起来，它为结构动力学研究赋予了新的内涵和研究方向。随着当代大型航空航天器、海上平台、高耸建筑和大跨度桥梁的复杂化，仅凭工程师的经验建立一个与试验结果相一致的有限元模型几乎是不可能的。Mottershead 等[1]、Brownjohn 等[2]指出，有限元模型的不精确因素主要来自三个方面：一是模型的结构误差。这是由影响模型控制方程的一些不确定因素引起的，通常与所选择的数学模型有关。二是模型的参数误差。这是指模型的物理参数由于环境的变化和生产制作等原因存在误差。例如，混凝土的浇注和养护条件、钢结构的焊接工艺和工序、构件之间连接的刚域影响、材料的不均匀性和施工误差等。另外，边界条件和连接条件的简化、几何尺寸和本构关系的不准确、系统阻尼的忽略等都将使模型存在误差。三是模型的阶次误差。这是指有限元将实际连续的模型离散化所带来的误差。桥梁有限元模型修正一般假定结构误差可以通过寻找合理的数学模型而解决，阶次误差也可以通过有限元网格离散疏密得到最大限度的缩小。因而有限元模型修正的关键是怎样缩小第二项所造成的有限元模型和实际结构之间的误差[3]。科学工作者不仅要求结构完成预定的使命，更希望了解结构正常使用时的静、动力特性，于是利用试验测试数据修正有限元模型成为有效的方法。修正后的有限元模型不仅可以充分反映桥梁结构的实际状态，还可以利用其对结构进行抗震、抗风计算及健康监测，为结构的安全性、可靠性评估提供有价值、有说服力且可靠的数据。对于复杂结构而言，“建模不难修正难”已成为同行的共识[4]。

1.2 模型修正的主要方法

1.2.1 最优矩阵法

最优矩阵法以有限元模型的质量矩阵与刚度矩阵元素作为修正对象，直接去

修正装配质量和刚度矩阵，以使实测模态和解析模态相关，使模型的计算结果和实际测试结果一致[5,6]。常见的矩阵型模型修正方法最具有代表性的是参考基准法[7~13]。其中 Berman 利用此方法，通过测量前几阶固有频率和与之相对应的不完整的模态，利用系统特征方程的约束条件和原模型刚度、质量矩阵，进行模态扩展，并第一次构建如下目标函数：

$$J_{M}=\frac{1}{2}\left\|[M_{A}]^{-1/2}([M]-[M_{A}])[M_{A}]^{-1/2}\right\|+\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}\lambda_{ij}([\phi]^{T}[M][\phi]-I)_{ij} \tag{1.1}$$

式中，$[M_{A}]$ 为修正前的质量矩阵；λ_{ij}为拉格朗日（Lagrange）乘子；m 为实测模态数。通过优化 J_M 求得修正后的质量矩阵，即

$$[M]=[M_{A}]+[M_{A}][\phi][m_{A}]^{-1}(I-[m_{A}])[m_{A}]^{-1}[\phi]^{T}[M_{A}] \tag{1.2}$$

式中，$[m_{A}]=[\phi]^{T}[M_{A}][\phi]$。再通过使修正后的质量阵满足正交性条件，刚度、质量阵满足对称性条件第二次构建目标函数

$$\begin{aligned}J_{K}=&\frac{1}{2}\left\|[M_{A}]^{-1/2}([K]-[K_{A}])[M_{A}]^{-1/2}\right\|\\&+\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{m}\lambda_{Kij}([K][\phi]-[M][\phi][\Lambda])_{ij}\\&+\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}\lambda_{oij}([\phi]^{T}[K][\phi]-[\Lambda])_{ij}+\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{i}\lambda_{sij}([K]-[K]^{T})_{ij}\end{aligned} \tag{1.3}$$

式中，p 为模型自由度阶数；$[\Lambda]$ 为特征值矩阵。通过优化 J_K 求得修正后的刚度矩阵，即

$$[K]=[K_{A}]+([\Delta]+[\Delta]^{T}) \tag{1.4}$$

$$[\Delta]=\frac{1}{2}[M][\Phi]([\phi]^{T}[K_{A}][\Phi]+[\Lambda])[\phi]^{T}[M]-[K][\phi]^{T}[\phi][M] \tag{1.5}$$

Berman 方法的优点是只需对原广义质量阵求逆，其他部分仅涉及简单的矩阵加乘运算，不需要迭代和重复分析特征值，适合自由度数高的结构系统。缺点是此法得到的质量和刚度阵不仅改变了原矩阵的带状和稀疏性，而且物理意义不明确，并在修正的过程中会产生一些虚假模态，可能会使修正后的质量矩阵和刚度矩阵失去正定性。

鉴于传统的参考基准法存在上述缺点，Caesar[14]、Baruch[15]、Wei[16,17]、Cha[18]、Kenigsbuch 等[19]和 Bucher 等[20]尝试将矩阵型与参数型修正方法结合起来，提出了多重修正的广义加权参考基准法。他们认为合理的修正模型既能满足

试验的结果，又能较好地保持原模型的连接信息，在选择不同的参考基时，其余两个量应保持正定和正交。为此，他们将修正过程分为两步，第一步按照传统的参考基准法得到一个无约束条件的修正后的刚度矩阵$[K]$

$$[K]=[K_A]+([K_A][\phi]-[M][\phi][\Lambda])[R]^T-[R]([K_A][\phi]-[M][\phi][\Lambda])^T+[R]([\phi]^T[K_A][\phi]-[\Lambda])[R]^T \tag{1.6}$$

式中，$[R]=[W][\phi]([\phi]^T[W][\phi])^{-1}$，$[W]$ 为权系数矩阵，根据模型特征值方程的残差矩阵来选取。

这样得到的 $[K]$ 使修正后的模型特性能较好地与试验值吻合，但失去了原模型各单元的连接信息。因此第二步是寻找新的修正矩阵 $[K]_{con}$，使得其既保持原来的连接信息又能在 Frobenius 模意义上逼近于 $[K]$。故第二步以原模型刚度矩阵 $[K_A]$ 为基础，选取一定的物理参数 α 作为摄动量进行线性展开，从而得到新的修正矩阵 $[K]_{con}$，确定摄动量的原则是满足下列关系：

$$\min_{\alpha}(J)=\left\|[K]_{con}-[K]\right\|_F^2=\left\|\sum_{i=1}^{p}\alpha_i\frac{\partial[K_A]}{\partial\alpha_i}-([K]-[K_A])\right\|_f^2 \tag{1.7}$$

不断调整第一步中权系数的取值并重复上述步骤使得 $[K]_{con}$满足连接信息亏损最小。

混合矩阵法[21]和误差矩阵法[22]是有限元模型修正的另外两种矩阵方法。由于测试的模态数据的阶数 m 小于结构分析所需要的阶数 p，没有测试的高阶模态数据就用原始模型的分析数据来代替，这样修正后的质量矩阵和刚度矩阵为

$$[M]^{-1}=\sum_{i=1}^{m}\phi_{Ti}\phi_{Ti}^T+\sum_{i=m+1}^{p}\phi_{Ti}\phi_{Ti}^T \tag{1.8}$$

$$[K]^{-1}=\sum_{i=1}^{m}\frac{\phi_{Ti}\phi_{Ti}^T}{\omega_{Ti}^2}+\sum_{i=m+1}^{p}\frac{\phi_{Ti}\phi_{Ti}^T}{\omega_{Ai}^2} \tag{1.9}$$

式中，下角标 A 和 T 分别代表分析和测试的数据。

这两种方法中，前者的主要目的是通过测试和分析的数据来共同产生结构的质量矩阵和刚度矩阵，避免了参考基准法中对质量矩阵和刚度矩阵直接求逆，缺点是该方法得到的质量和刚度矩阵为满阵，失去了原模型的意义；后者是在假设模型误差较小的前提下修正质量矩阵和刚度矩阵，虽然修正后的模型有与试验模型接近的特征结构，但难以在理论上证明此方法一定可以重现测试的特征结构。

为了避免使用完整模态，Minas 等[23]、Zimmerman 等[24]利用现代系统控制-反馈理论发展了一种新的方法——特征值匹配法。特征值匹配法主要把状态反馈技术引入了修正过程，把局部修改看做反馈回路来研究它对原系统的影响。N 维带有反馈控制结构动力模型可表示为

$$
\begin{aligned}
[M]\{x''\} + [D_A]\{x'\} + [K_A]\{x\} &= [B_0]\{u\} \\
\{G\} &= [C_0]\{x\} + [C_1]\{x'\} \\
\{u\} &= [F]\{G\}
\end{aligned}
\tag{1.10}
$$

式中，$[B_0]$ 为 $n \times m$ 维输入影响分布矩阵；$\{G\}$ 为 $r \times 1$ 维实测的输出状态反馈矢量，是通过位移和速度状态矢量来表示的；$[C_0]$ 和 $[C_1]$ 为 $r \times n$ 维输出影响矩阵；$[F]$ 为 $m \times r$ 维反馈增益矩阵。

修正中假设结构的质量矩阵是已知的，不需要修正。修正后得到结构的刚度矩阵和阻尼矩阵为

$$
\begin{aligned}
[K] &= [K_A] + [B_0]\{G\}[C_0] \\
[C] &= [C_A] + [B_0]\{G\}[C_1]
\end{aligned}
\tag{1.11}
$$

式中，$[B_0]$可以任意选择；$[C_0]$和$[C_1]$的选择必须保证 $C_1\Phi\Lambda + C_0\Phi$ 是非奇异的。

一般地，矩阵$[B_0]\{G\}[C_0]$和$[B_0]\{G\}[C_1]$为不对称矩阵，需要不断地调整$[C_0]$和$[C_1]$使$[K]$和$[C]$对称。由于要调试$[C_0]$和$[C_1]$，对于大型结构而言，其计算量将十分巨大。

1.2.2 设计参数型法

设计参数型法一般要计算敏感矩阵，这就要特征向量或特征值对修正参数进行求导，因此该方法求解非常复杂。与最优矩阵修正法相比，设计参数型法有一系列优点：初始模型的公式，包括其连通性被隐含地保存下来；模型修正的结果可用设计参数或建模假设中的误差表示出来。下面选择这种方法中最具有代表性的方法加以评述。

参数型修正法的基本思路与结构优化理论类似，构造理论模型与实际模型之间在同一激励下的动力特性误差，然后选择一定的修正量使该误差满足最小化来达到修正的目的。设计参数型法修正的对象是结构的物理、几何参数及边界条件，修正后的模型物理意义明确，虽然这一类型方法需要最小化非线性的罚函数，多数归结为一个逐步迭代的优化问题，其计算量大，但修正后模型的设计参数易于与工程实际对照，将是今后研究和应用的主流。在参数型修正法中，通过灵敏度分析来修正模型参数最为广泛。灵敏度分析是设计参数型有限元模型修正的重要环节，其目的是在于获取结构特征量对于设计参数的偏导数。目前发展的特征向量灵敏度解析分析方法可以分为：直接法和模态法。其中，直接法是建立在对特征方程求导所获得的特征向量导数支配方程基础上，这些支配方程为奇异方程。

直接法中 Fox 利用支配方程为

$$([K]-\lambda_i[M])\{\phi'_i\} = \lambda'_i[M]\{\phi_i\} - ([K']-\lambda'_i[M'])\{\phi_i\} = \{g_i\} \tag{1.12}$$

利用质量归一化条件补充一个独立方程消除支配方程的奇异性，得到求解特征向量导数的方程为

$$\begin{aligned}&[([K]-\lambda_i[M])^2+\mu^2[M]\{\phi_i\}\{\phi_i\}^{\mathrm{T}}[M]]\{\phi'_i\}\\&=([K]-\lambda_i[M])\{g_i\}-0.5\mu^2[M]\{\phi_i\}\{\phi_i\}^{\mathrm{T}}[M']\{\phi_i\}\end{aligned} \tag{1.13}$$

求解式（1.13）得到单根特征向量导数 ϕ'_i，该法破坏了特征方程系数矩阵的带状特征。Nelson[25]提出对式（1.12）增加了一个约束，消除了系数矩阵的奇异性，保持了系数矩阵的带状特征。Ojalvo[26]又将 Nelson 的方法扩展到对重根特征向量导数求解。张德文等[27]根据矩阵扰动原理消除系数矩阵奇异性，该方法虽然在理论上是近似方法，但是在实际使用时其结果几乎接近精确解。

模态法包括经典模态法、修正模态法、迭代模态法和位移模态法等。模态法中开创性的工作是 Fox 模态法。Fox 等[28]利用正交性条件，首次推导了线性结构特征值和特征矢量关于设计参数的一阶灵敏度计算公式

$$\frac{\partial\lambda_i}{\partial\theta_j} = \{\phi_i\}^{\mathrm{T}}\left(\frac{\partial[K]}{\partial\theta_j} - \lambda_i\frac{\partial[M]}{\partial\theta_j}\right)\{\phi_i\} \tag{1.14}$$

$$\frac{\partial\{\phi_i\}}{\partial\theta_j} = \sum_{l=1}^{n}\alpha_{ijl}\{\phi_l\} \tag{1.15}$$

式中，θ_j 为模型第 j 个设计参数；λ_i 为模型第 i 个特征值。

$$\alpha_{ijl} = \begin{cases}\dfrac{\{\phi_l\}^{\mathrm{T}}\left(\dfrac{\partial[K]}{\partial\theta_j}-\lambda_i\dfrac{\partial[M]}{\partial\theta_j}\right)\{\phi_i\}}{\lambda_i-\lambda_l}, & i\neq l\\[2ex] -\dfrac{1}{2}\{\phi_i\}^{\mathrm{T}}\dfrac{\partial[M]}{\partial\theta_j}\{\phi_i\}, & i=l\end{cases} \tag{1.16}$$

该模态法将灵敏度展开为特征向量的序列之和，需要高阶主模态，但测量一般只能得到低阶主模态，因此该方法存在严重的模态截断误差。Wang[29]提出了一种修正模态法，提高了模态法的收敛速度。张令弥等[30]提出了迭代模态法，该方法将经典模态法和修正模态法视为特例。另外，张令弥等[31]还提出了位移模态法，该方法是模态法更一般的形式，将经典模态法、修正模态法和迭代模态法归纳在统一的框架内。Zhang 等[32]提出了基于完备模态空间的完备模态法，该方法将近似模态法推向了精确模态法。Friswell[33]讨论了这类方法中测试数据和加权矩阵的选择问题。Nobari[34]利用系统的低阶模态将运动方程转化到模态坐标下，然后根据测试模态数据来最小化特征方程误差。

D'Ambrogio[35]的研究表明，某些情况下由试验模态识别而引起的模态参数误差可能已经超过了因理论模型不精确而引起的误差。因此试验模态参数识别精度

对基于模态参数的模型修正而言至关重要。费庆国[36]基于灵敏度分析方法，研究了最佳子空间法的误差定位能力和修正方程的求解技术，并针对修正方法的局部性从全局筛选、全局拟合和全局寻优的角度提出了基于全局信息的有限元模型修正方法。Smith 等[37]在利用灵敏度分析作模型修正时，在构建目标函数时包括了两项，即模型修正量的平方和及模型特征值灵敏度的一阶泰勒展开式与实测值之间残差矢量的加权平方和，然后通过优化目标函数得到了修正量。实践证明此法收敛快，适合于修正量较小的情况，但迭代开始前需要一个合理的修正量初始值，否则不能保证解收敛。

基于灵敏度分析的模型修正方法在桥梁的模型修正中也得到了运用。Zhang 等[38]运用类似方法对一缩小的桥梁振动模型进行了修正。张启伟[39]利用环境振动测量值对江阴长江大桥进行了有限元模型修正，指出了模型修正不能完全消去大桥结构理论-实测频率差的可能原因。范立础等[40]基于特征值敏感性分析对悬索桥进行有限元模型修正。Brownjohn 等[41]基于模型频率和振型修正了新加坡 Safti 桥的有限元模型，修正后前 7 阶模态频率误差在 10% 以内，MAC 矩阵对角元除 1 阶为 0. 84 外，其余各阶均大于 0. 9。

1.2.3 频响函数法

基于频率响应函数的模型修正技术在 20 世纪 90 年代以来一直受到学者的广泛关注。频响函数反映了系统的输入和输出之间的关系，以及系统的固有特性，是系统在频域中的一个重要特征量，因此对基于频响函数的桥梁有限元模型修正技术的研究具有十分重要的意义。

频响函数反映了力和位移之间的关系，但在利用频响函数进行模型修正时，一般用到力残差矩阵，而不是位移残差矩阵。Link[42]提出给位移响应形式的残差左乘阻抗矩阵，利用结构的力响应信息来修正模型，给出的力残差项为

$$\{R(p)\} = \{F_t(\omega,p)\} - \{F_A(\omega,p)\} \tag{1.17}$$

由于 $\{F_A(\omega,p)\} = [Z_A(\omega,p)]\{X_A(p)\}$，并且在结构第 j 个自由度施加一个单位力时，式（1.17）可以变为

$$\{R(p)\} = \{I\}_j - [Z_A(\omega,p)]\{H_t\}_j \tag{1.18}$$

式中，$\{I\}_j$ 代表第 j 个分量为 1，其余分量为 0 的列向量。对结构的动力刚度矩阵利用泰勒展开式展开，并代入到式（1.18）中，可得

$$\{R(p)\} = \{I\}_j - [Z_A^0]\{H_t\}_j - \left|\sum_i \frac{\partial[Z_A]}{\partial p_i}\Delta p_i\right|\{H_t\}_j \tag{1.19}$$

则模型修正问题可以通过求解下面的最小化问题得到解决

$$\begin{cases}\min \| R(p) \|_2^2 \\ \text{s. t.} \qquad VLB \leqslant p \leqslant VUB\end{cases} \tag{1.20}$$

式中，VLB 和 VUB 是设计参数 p 变化的上下限。

频响函数的另一种方法[43,44]是将实际系统的参数矩阵表示为计算模型参数矩阵和摄动量之和，而摄动量为参数的一阶摄动，在频域内利用试验测量加速度响应来求设计参数的修正量。

另外，在利用频响函数进行模型修正方法中，Natke[45]采用加权最小二乘技术处理无阻尼问题。Foster[46]和 Link[47]利用静态和动态方法来缩聚系统矩阵，解决了试验数据的不完备性问题。Fritzen[48]提出通过对残差前乘一个与测试噪声无关的矩阵来减小这个偏差。Ljung[49]进一步讨论了这一方法的具体细节和前乘矩阵的选取。Mottershead[50,51]提出利用基于频域滤波器的非线性优化问题来修正设计参数，又通过矩阵分解将问题线性化，求得最小范数解。Larsson[52]利用泰勒级数来展开动刚度矩阵，提出了方程残差的一种新的变形，采用动态缩聚解决试验模型与分析模型之间维数的差别，方法对参数误差较大与测试数据不完备问题都可以得到满意的修正结果。徐张明等[53,54]利用试验测试和有限元模型计算得到的频响函数，推导了一种基于频响函数的灵敏度分析模型修正方法。Kwon[55]提出了一种新的频率选择方法，应用到基于 FRF 的模型修正中，证明该方法具有一定的稳定性和鲁棒性。秦仙蓉[56]对基于频率响应函数的结构计算模型修正技术进行了深入的研究，并在理论上提出了在位移响应残差前乘阻抗矩阵，利用结构力响应的方法来修正有限元模型。Hemez 等[57]分析了应用频响函数进行动力学模型修正的难点。Ting[58]提出了一种改进的计算频响函数灵敏度的方法，用于研究频响函数模型修正技术。基于频率响应函数的模型修正与基于模态参数的模型修正相比，避免了将模态参数识别的误差带入结构计算模型修正中，因此研究利用频率响应函数进行模型修正具有非常大的意义，本书将对这方面的技术作深入的研究。

1.2.4 神经网络法

利用神经网络进行模型修正是把结构的反映作为一种模式，通过对输入输出数据的学习、训练，将输入输出的映射关系以神经元间连接权值存储下来。正因为如此，神经网络具有较强的抗噪和容错能力，并具有非线性映射能力强，鲁棒性好的优势。神经网络通过这种学习，将反问题正问题化，在模型修正中也有其独到之处。一般说来，利用神经网络进行模型修正有下面几个主要步骤：

（1）选择输入的参数和输出的参数（需要修正的参数），根据这些参数来设

计神经网络模型，包括网络的类型、层数和拓扑结构、输入层和输出层神经元个数、隐含层神经元的个数。

（2）由结构模态正分析获得网络的学习样本和测试样本，包括为了适应待识别模式的多样性和复杂性，就必须尽可能多地建立各类参数修正的标准模式。

（3）将学习样本送入网络进行训练、建立输入参数和修正参数间的映射关系，在修正的似然尺度上作适当的数学描述。

（4）将测试样本和其他样本输入网络中进行测试和推广。

（5）最后将实际测量的响应数据输入网络得到输出的修正参数。

在模型修正中比较常用的神经网络类型主要有前馈型网络、多层感知器网络（multi layer perceptron，MLP）、BP 神经网络（backpropagation neural network，BP）和径向基函数神经网络（radial basis function neural network，RBF）。Pandey 等[59]利用 MLP 网络和误差反向传播学习算法对一模拟的桁架式桥梁进行了损伤识别。Atalla 等[60]和 Levin 等[61,62]都曾利用 RBF 神经网络分别对一柔性框架结构和二维悬臂结构进行了模型修正，输入参数为实测的结构频响函数，结果表明 RBF 网络修正的精度相当好，而且还可以用于非线性系统的模型修正。Yun 等[63]将整体结构分解为各子结构，并将各种影响因素折算为各子结构的子矩阵放大系数，通过调整子矩阵放大系数达到模型修正。Xu 等[64]利用 BP 神经网络分两步对 5 层剪切型框架实现了模型修正。这些研究表明，目前的研究主要内容集中在利用什么样的算法，采用何种神经网络使网络的结构和输入初始参数得到优化，能够充分发挥神经网络非线性映射能力强、容错性好、能力强的优势，提高学习和训练的效率。

1.2.5 基于静态测量值的模型修正方法

测量的精度，不管是挠度测量还是应变测量，都要比振动特性测量好得多，所以基于静态应变及位移测量的桥梁有限元模型修正技术将是一种高效、可靠的桥梁监测评估手段。遗憾的是，基于静载试验测试数据进行桥梁有限元模型修正技术的研究较少，这类数据在桥梁健康监测中的应用大多集中在桥梁的参数识别上。张启伟[65]、崔飞[66]提出了基于静力试验位移与应变数据测量值的损伤识别方法。Hajela 等[67]探讨了综合利用模态试验和静载试验结果进行结构参数识别的可能性。Banan 等[68,69]提出了相互残余能量法，把基于动力反应和静力反应的结构参数识别算法统一起来，使之成为求解非线性方程组的问题。Sanayei 等[70,71]基于静载试验，把构件面积、惯性矩取为结构待识别参数，以测取的结构位移-应变反应与相应模型分析结果的差值建立优化目标函数，最后采用最小