

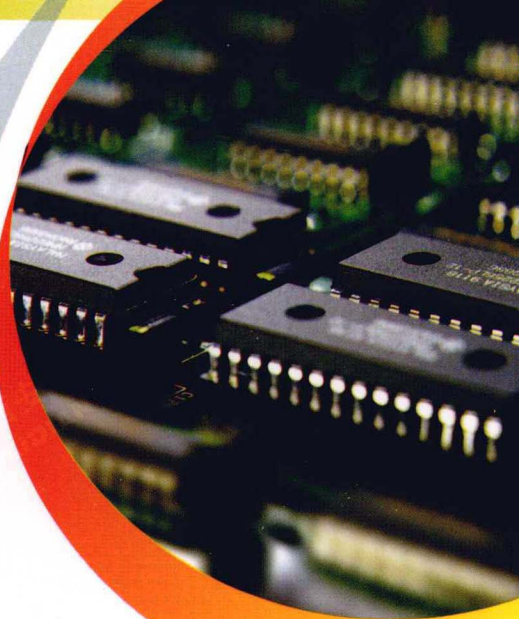
21

普通高等教育“十一五”规划教材辅助教材

《天线与电波传播(第二版)》学习指导

——题解与CAD

宋 铮 张建华 编著
黄 冶 武拥军



西安电子科技大学出版社
<http://www.xduph.com>

普通高等教育“十一五”规划教材辅助教材

《天线与电波传播(第二版)》 学习指导——题解与 CAD

宋 铮 张建华 编著
黄 冶 武拥军

西安电子科技大学出版社

内 容 简 介

本书围绕教材《天线与电波传播(第二版)》习题解答以及计算机辅助设计(CAD)两大部分(两篇)展开。全书共3章,各章内容分别为:习题与解答、简单天线的典型计算程序举例、线天线的矩量法计算。

本书力求实用,除了常规的教材题解之外,还充分展现了MATLAB在天线研究领域的有效应用。本书配套的大量典型天线的计算机辅助设计程序,将对读者有非常好的参考作用。

本书的适用对象为电子工程、通信工程专业的大学本科生以及研究生。此书还可供从事天线研究的科研人员和工程技术人员参考。

* 本书配有电子教案,需要者可与西安电子科技大学出版社联系,免费提供。

图书在版编目(CIP)数据

《天线与电波传播(第二版)学习指导》:题解与CAD/宋铮等编著.

—西安:西安电子科技大学出版社,2011.3

普通高等教育“十一五”规划教材.辅助教材

ISBN 978-7-5606-2512-6

I. ①天… II. ①宋… III. ①天线-高等学校-教学参考资料

②电波传播-高等学校-教学参考资料 IV. ①TN82 ②TN011

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第231731号

策 划 马乐惠

责任编辑 夏大平 马乐惠

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路2号)

电 话 (029)88242885 88201467 邮 编 710071

网 址 www.xduph.com 电子邮箱 xdupfb001@163.com

经 销 新华书店

印刷单位 陕西光大印务有限责任公司

版 次 2011年3月第1版 2011年3月第1次印刷

开 本 787毫米×1092毫米 1/16 印张13.875

字 数 329千字

印 数 1~3000册

定 价 20.00元

ISBN 978-7-5606-2512-6/TN·0583

XDUP 2804001-1

*** 如有印装问题可调换 ***

本社图书封面为激光防伪覆膜,谨防盗版。

前 言

1886年,德国物理学家赫兹教授以终端加载的偶极子作为发射天线,以谐振方环作为接收天线,证实了电磁波的存在。1901年,意大利籍物理学家马可尼,通过庞大的竖天线系统完成了历史上第一次跨越大西洋的无线电发射实验。历史变革,科技发展,如今作为无线电系统的最前端器件,不同波段、不同用途、不同特性的天线纷繁复杂,无线电通信对天线的需求以及期望也增长到史无前例的程度。

天线的分析实际上就是复杂边值条件下的电磁场的求解,随着天线的形式越来越奇特,求解的过程也越来越困难,对其特性的理解以及优化设计也越来越不易。幸好,借助于计算机而展现出强大计算功能的MATLAB软件适时地诞生了,它给天线设计人员带来了巨大的帮助。借助于MATLAB,可以以图表的形式直观地展现天线的基本特性,更可以将天线的数值计算方便地变为现实。理解天线的基本原理,建立天线的基本概念,熟练应用计算软件,对于一个即将从事天线研究的人员而言,是非常重要的。为此,我们编写了本书。鉴于众多高校电子工程、通信工程等专业开设“天线与电波传播”课程,因此,辅助本科生更好地理解该课程的教学内容,帮助天线技术人员尽快地进入天线的数值分析领域,是出版本书的两个目的。

现代科技的发展引领天线技术走向多姿多彩的时代,有许多科研人员为此付出了很多努力,希望本书能为此做出一点贡献。

本书围绕教材习题解答以及计算机辅助设计(CAD)两大部分(两篇)展开。全书共2篇3章。各章内容分别为:习题与解答、简单天线的典型计算程序举例、线天线的矩量法计算。第一篇仅1章,即第1章。第1章的习题全部来源于教材《天线与电波传播》(第二版)(宋铮、张建华、黄冶编著,西安电子科技大学出版社,2011年出版),题目的解答尽量做到详尽。第二篇共2章,其中,第2章简单天线的典型计算程序举例,是为本科学生提供的入门级教程,旨在帮助初学者顺利步入MATLAB计算机辅助天线分析与设计领域的大门;第3章线天线的矩量法计算,是进阶教程,旨在帮助天线研究人员方便、快速地掌握基于矩量法的天线数值分析技术。

读者在阅读此书时请注意以下几点:

1. 第1章为本书配套教材中的全部习题及其解答,但序号与教材各章序号编排不同,这点已在本书第1章各节首给予说明(即给出两书习题序号的对应关系)。

2. 第3章中,考虑到与原程序一致,电压一般用 V 表示,与教材及本书第1章有所不同。

3. 为了节省篇幅,各章在阐述有些问题时借用了教材中的图、式、表,并且未在本书中将此重现。

4. 在本书中的E面归一化方向图及其它方向图中,为了与程序描绘的一致,省去了角度符号度($^{\circ}$),并在本书第一次出现时给予了详细说明。这一点与教材不同。

本书力求实用,重视细节,配套的程序以及注释都将为读者提供非常好的参考作用。

本书的适用对象为电子工程、通信工程专业的本科生以及相关专业的研究生,也可供从事天线研究的科研人员和工程技术人员参考。

本书由宋铮、张建华、黄冶、武拥军合作编著,其中,黄冶、武拥军提供习题解答及计算机辅助设计程序,宋铮、张建华负责全书的统编工作。

作者对西安电子科技大学出版社的大力支持表示感谢。本书在编著的过程中引用了大量的参考文献,这些文献均在书末一一列出,在此也对被参考和引用的文献作者表示诚挚的谢意。廖飞龙研究生也提供了部分程序,对此也深表谢意。

由于作者水平有限,书中难免存在一些缺点和疏漏,敬请广大读者批评指正。

作者

2010年8月于合肥

目 录

第一篇 习题解答

第 1 章 习题与解答	3
1.1 天线基础知识	3
1.2 典型天线	47
1.3 电波传播	68

第二篇 计算机辅助设计(CAD)

第 2 章 简单天线的典型计算程序举例	79
2.1 电基本振子	79
2.2 对称振子	81
2.3 高斯曲线振子	84
2.4 方向图的乘积定理	87
2.5 均匀直线阵	89
2.6 非均匀直线阵	94
2.7 相控阵天线	97
2.8 平面阵	101
2.9 圆阵	106
2.10 双极天线	109
2.11 旋转场天线	112
2.12 直立天线	115
2.13 环天线	117
2.14 行波天线	119
2.15 平面口径	122
2.16 喇叭天线	133
2.17 抛物面天线	135
第 3 章 线天线的矩量法计算	140
3.1 感应电动势法求阻抗	142
3.2 矩量法	173
3.3 激励源数学模型	178
3.4 对称振子计算实例	180
3.5 V形对称振子计算实例	186

3.6 菱形天线计算实例	195
3.7 引向天线计算实例	199
3.8 对数周期天线计算实例	205
3.9 折合振子计算实例	213
参考文献	216

第一篇

习题解答

第1章 习题与解答

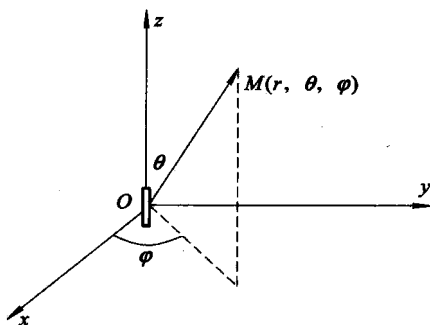
天线与电波传播这门课程涉及到较多的基本理论以及基本概念,必须辅助以适当的习题训练,方能够对理论知识有较深刻的理解。本章所有的习题均来自于教材《天线与电波传播(第二版)》(宋铮、张建华、黄冶编著,西安电子科技大学出版社2011年出版。后面文中提及均简称教材)。

1.1 天线基础知识

本节内容与教材第1章习题一相对应。

1-1-1 电基本振子如图放置在 z 轴上(见图1-1-1),请解答下列问题:

- (1) 指出辐射场的传播方向、电场方向和磁场方向;
- (2) 辐射的是什么极化的波?
- (3) 指出过 M 点的等相位面的形状。
- (4) 若已知 M 点的电场 \mathbf{E} ,试求该点的磁场 \mathbf{H} 。
- (5) 辐射场的大小与哪些因素有关?
- (6) 指出最大辐射的方向和最小辐射的方向。
- (7) 指出 E 面和 H 面,并概画方向图。

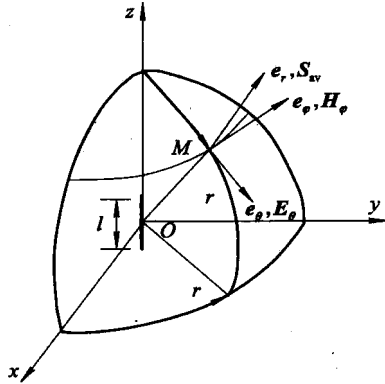


题1-1-1图

解 当电基本振子放置于 z 轴上时,其空间坐标如题1-1-1解图(一)所示。

(1) 以电基本振子产生的远区辐射场为例,其辐射场的传播方向为径向 \mathbf{e}_r ,电场方向为 \mathbf{e}_θ ,磁场方向为 \mathbf{e}_ϕ ,如题1-1-1解图(一)所示。

(2) 电基本振子辐射的是线极化波。



题 1-1-1 解图(一)

(3) 由于过 M 点的等相位面是一个球面，所以电基本振子的远区辐射场是球面波；又因为 E_θ, H_ϕ 与 $\sin\theta$ 成正比，所以该球面波又是非均匀的。

(4) M 点的电场与磁场之间有如下关系：

$$\mathbf{H} = \frac{E_\theta}{\eta} \mathbf{e}_\phi = \frac{E_\theta}{120\pi} \mathbf{e}_\phi$$

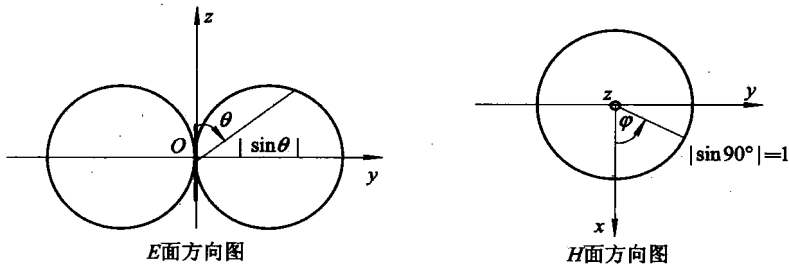
(5) 从电基本振子的远区辐射场表达式

$$\begin{cases} H_\phi = j \frac{Il}{2\lambda r} \sin\theta e^{-jkr} \\ E_\theta = j \frac{60\pi Il}{\lambda r} \sin\theta e^{-jkr} \\ H_r = H_\theta = E_r = E_\phi = 0 \end{cases}$$

可见， E_θ, H_ϕ 与电流 I 、空间距离 r 、电长度 l/λ 以及子午角 θ 有关。

(6) 从电基本振子辐射场的表达式可知，当 $\theta=0^\circ$ 或 180° 时，电场有最小值 0； $\theta=90^\circ$ 时，电场有最大值。因此，电基本振子在 $\theta=0^\circ$ 或 180° 方向的辐射最小，为 0，在 $\theta=90^\circ$ 方向的辐射最大。

(7) 电基本振子远区辐射场的 E 面为过 z 轴的平面， H 面为 xOy 平面，其方向图如题 1-1-1 解图(二)所示。



题 1-1-1 解图(二)

1-1-2 一电基本振子的辐射功率为 25 W，试求 $r=20$ km 处， $\theta=0^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 的场强， θ 为射线与振子轴之间的夹角。

解 电基本振子向自由空间辐射的总功率为

$$P_r = \oint_S \mathbf{S}_{av} \cdot d\mathbf{s} = 40\pi^2 I^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \text{ W}$$

则

$$\left(\frac{Il}{\lambda}\right)^2 = \frac{P_r}{40\pi^2}$$

因此

$$\frac{\pi Il}{\lambda} = \left(\frac{P_r}{40}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{4}$$

再由

$$E_\theta = j \frac{60\pi Il}{\lambda r} \sin\theta e^{-jkr}$$

可得

$$|E_\theta| = \frac{60\pi Il}{\lambda r} |\sin\theta|$$

而且

$$H_\varphi = \frac{E_\theta}{\eta} = \frac{E_\theta}{120\pi}$$

所以, 当 $\theta=0^\circ$ 时, 在 $r=20 \times 10^3$ m 处, $|E_\theta|=0$, $|H_\varphi|=0$ 。

当 $\theta=60^\circ$ 时, 在 $r=20 \times 10^3$ m 处, 有

$$|E_\theta| = \frac{60\pi Il}{\lambda r} \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{30}}{8 \times 10^3} = 2.1 \times 10^{-3} \text{ V/m}$$

$$|H_\varphi| = \frac{E_\theta}{120\pi} = \frac{\sqrt{30}}{3.2 \times 10^5 \pi} = 5.45 \times 10^{-6} \text{ A/m}$$

当 $\theta=90^\circ$ 时, 在 $r=20 \times 10^3$ m 处, 有

$$|E_\theta| = \frac{60\pi Il}{\lambda r} \sin 90^\circ = \frac{3\sqrt{10}}{4 \times 10^3} = 2.4 \times 10^{-3} \text{ V/m}$$

$$|H_\varphi| = \frac{E_\theta}{120\pi} = \frac{\sqrt{10}}{1.6 \times 10^5 \pi} = 6.29 \times 10^{-6} \text{ A/m}$$

1-1-3 一基本振子密封在塑料盒中作为发射天线, 用另一电基本振子接收, 按天线极化匹配的要求, 它仅在与之极化匹配时感应产生的电动势为最大, 你怎样鉴别密封盒内装的是电基本振子还是磁基本振子?

解 根据极化匹配的原理及电基本振子与磁基本振子的方向性和极化特点来确定。

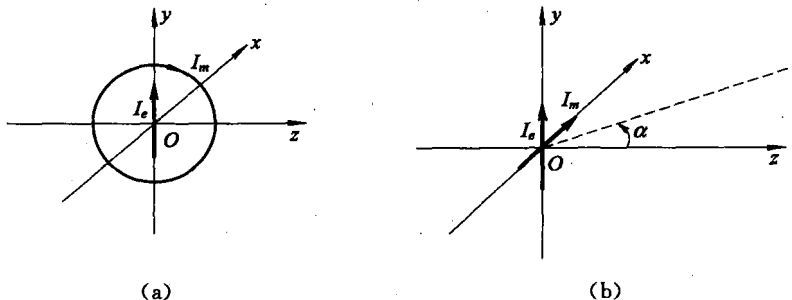
(1) 将接收的电基本振子垂直放置;

(2) 任意转动密封的盒子, 使接收信号最大;

(3) 水平转动盒子(即绕垂直地面的轴线转动盒子), 若接收信号不发生变化, 则盒内装的是电基本振子; 若接收信号由大变小, 则盒内装的是磁基本振子。

1-1-4 一小圆环与一电基本振子共同构成一组合天线, 环面和振子轴置于同一平面内, 两天线的中心重合。试求此组合天线 E 面和 H 面的方向图。设两天线在各自的最大辐射方向上远区同距离点产生的场强相等。

解 设电基本振子上的电流为 I_e ，小圆环上的电流为 I_m ，它们构成的组合天线及其空间坐标如题 1-1-4 解图(一)(a)所示。由于小圆环的辐射可以等效为一个磁基本振子 I_m ，所以组合天线可以等效为两个相互正交放置的基本振子，如题 1-1-4 解图(一)(b)所示。



题 1-1-4 解图(一)

先求解 E 面方向图。根据题 1-1-4 解图(一)(b)所示的等效结构， E 面应该是包含电基本振子，并与磁基本振子相垂直的平面，即 yOz 平面。在远区的某点 P 上，电基本振子产生的辐射场为

$$E_e = j \frac{60\pi I_e l_e}{\lambda r} \sin\theta e^{-jkr} e_\theta$$

磁基本振子产生的辐射场为

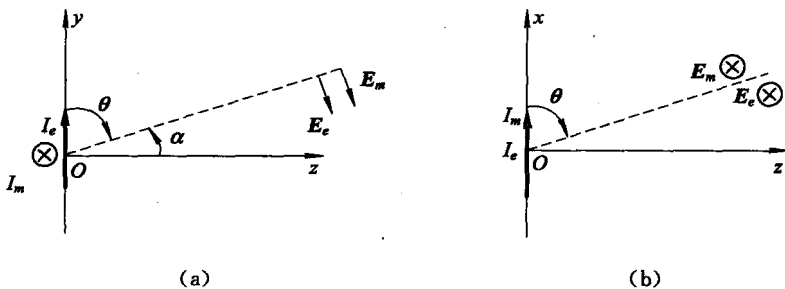
$$E_m = -j \frac{I_m l_m}{2\lambda r} \sin 90^\circ e^{-jkr} e_a = -j \frac{I_m l_m}{2\lambda r} e^{-jkr} e_a$$

由于两个天线在各自的最大辐射方向上远区同距离点产生的场强相等，则有

$$\frac{60\pi I_e l_e}{\lambda r} = \frac{I_m l_m}{2\lambda r}$$

考虑到 $e_\theta = -e_a$ ，如题 1-1-4 解图(二)(a)所示。所以，远区场点 P 的合成电场为

$$E_E = j \frac{60\pi I_e l_e}{\lambda r} (1 + \sin\theta) e^{-jkr} e_\theta$$



题 1-1-4 解图(二)

再求 H 面方向图。根据定义， H 面应该是包含磁基本振子，并与电基本振子相垂直的平面，即 xOz 平面。在远区的某点 P 上，电基本振子产生的辐射场为

$$E_e = j \frac{60\pi I_e l_e}{\lambda r} \sin 90^\circ e^{-jkr} e_\varphi = j \frac{60\pi I_e l_e}{\lambda r} e^{-jkr} e_\varphi$$

磁基本振子产生的辐射场为

$$E_m = j \frac{I_m l_m}{2\lambda r} \sin\theta e^{-jkr} e_\varphi$$

同样,由题设条件可得

$$\frac{60\pi I_e l_e}{\lambda r} = \frac{I_m l_m}{2\lambda r}$$

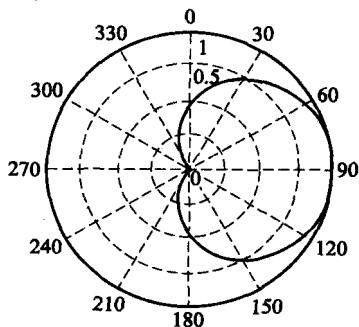
所以,远区场点 P 的合成场为

$$E_H = j \frac{60\pi I_e l_e}{\lambda r} (1 + \sin\theta) e^{-jkr} e_\varphi$$

由此可以求得 E 面和 H 面的归一化方向函数均为

$$F_E(\theta) = F_H(\theta) = \frac{1}{2} |1 + \sin\theta|$$

组合天线 E 面和 H 面的归一化方向图见图 1-1-4 解图(三)所示。



题 1-1-4 解图(三)

注意:图中外圆弧边依逆时针序的 0, 30, 60, ..., 300, 330 数的单位均为度($^\circ$),均略写度($^\circ$),以下图同。

1-1-5 计算基本振子 E 面方向图的半功率点波瓣宽度 $2\theta_{0.5E}$ 和零功率点波瓣宽度 $2\theta_{0E}$ 。

解 (1) 电基本振子的归一化方向函数为

$$F(\theta, \varphi) = |\sin\theta|$$

由于零功率点波瓣宽度 $2\theta_{0E}$ 是指主瓣最大值两边两个零辐射方向之间的夹角,由此可知

$$F(\theta, \varphi) = |\sin\theta| = 0$$

所以

$$\theta = 0^\circ \text{ 或 } 180^\circ$$

取 $\theta = 0^\circ$, 则

$$2\theta_{0E} = 180^\circ - 2\theta = 180^\circ$$

而半功率点波瓣宽度 $2\theta_{0.5E}$ 是指主瓣最大值两边场强等于最大值的 0.707 倍的两个辐射方向之间的夹角。由此可知

$$F(\theta, \varphi) = |\sin\theta| = 0.707$$

所以

$$\theta = 45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$$

取 $\theta = 45^\circ$, 则

$$2\theta_{0.5E} = 180^\circ - 2 \times 45^\circ = 90^\circ$$

(2) 磁基本振子的 E 面图为电基本振子的 H 面图, 磁基本振子的 H 面图为电基本振子的 E 面图。所以, 其 $2\theta_{0H}$ 和 $2\theta_{0.5H}$ 的计算过程与电基本振子的类似, $2\theta_{0H} = 180^\circ$, $2\theta_{0.5H} = 90^\circ$ 。

1-1-6 试利用

$$D = \frac{4\pi}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi F^2(\theta, \varphi) \sin\theta \, d\theta \, d\varphi}$$

的公式计算基本振子的方向系数。

解 对于电基本振子, 其归一化方向函数为

$$F(\theta, \varphi) = |\sin\theta|$$

则其方向系数为

$$\begin{aligned} D &= \frac{4\pi}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi F^2(\theta, \varphi) \sin\theta \, d\theta \, d\varphi} = \frac{4\pi}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin^3\theta \, d\theta \, d\varphi} \\ &= \frac{4\pi}{2\pi \int_0^\pi \sin^3\theta \, d\theta} = \frac{2}{-\int_0^\pi \sin^2\theta \, d\cos\theta} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

1-1-7 试计算长度为 1 m, 铜导线半径 $a = 3 \times 10^{-3}$ m 的电基本振子工作于 10 MHz 时的天线效率。(提示: 导体损耗电阻 $R_l = \frac{lR_s}{2\pi a}$, 其中 $R_s = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}}$ 为导体表面电阻, a 为导线半径, l 为导线长度。对于铜导线 $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m, $\sigma = 5.7 \times 10^7$ S/m。)

解 天线效率为

$$\eta_A = \frac{P_r}{P_r + P_l} = \frac{R_r}{R_r + R_l}$$

因此要分别求出辐射电阻 R_r 和损耗电阻 R_l 。

因为 $f = 10$ MHz, 所以 $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{10 \times 10^6} = 30$ m, 且 $a = 3 \times 10^{-3}$ m, $l = 1$ m, 则电基本振子的辐射电阻 R_r 为

$$R_r = 80\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 = 80\pi^2 \left(\frac{1}{30}\right)^2 = 0.876 \, \Omega$$

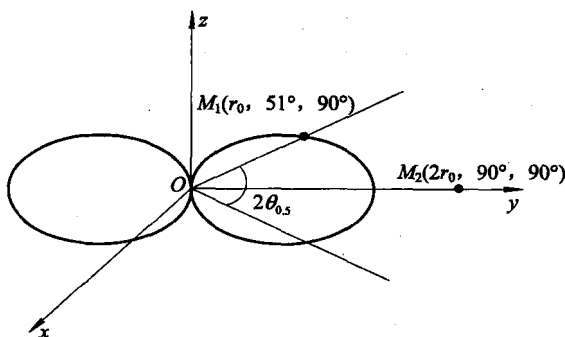
损耗电阻 R_l 为

$$\begin{aligned} R_l &= \frac{lR_s}{2\pi a} = \frac{l}{2\pi a} \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}} \\ &= \frac{1}{2\pi \times 3 \times 10^{-3}} \sqrt{\frac{2\pi \times 10 \times 10^6 \times 4\pi \times 10^{-7}}{2 \times 5.7 \times 10^7}} \\ &= 0.04415 \, \Omega \end{aligned}$$

则天线效率为

$$\eta_A = \frac{R_r}{R_r + R_l} = 95.2\%$$

1-1-8 某天线在 yOz 面的方向图如题 1-1-8 图所示, 已知 $2\theta_{0.5} = 78^\circ$, 求点 $M_1(r_0, 51^\circ, 90^\circ)$ 与点 $M_2(2r_0, 90^\circ, 90^\circ)$ 的辐射场的比值。



题 1-1-8 图

解 本题考察对半功率点波瓣宽度 $2\theta_{0.5}$ 的理解。

因为 $2\theta_{0.5} = 78^\circ$, 所以 $\theta_{0.5} = 39^\circ$; 从图上可以看出 $M_1(r_0, 51^\circ, 90^\circ)$ 点是半功率点, 其场强大小为

$$E_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} E_2'$$

其中, E_2' 为 $M_2'(r_0, 90^\circ, 90^\circ)$ 的场强。

由于场强与空间距离 r 成反比, 则 $M_2(2r_0, 90^\circ, 90^\circ)$ 的场强是 $M_2'(r_0, 90^\circ, 90^\circ)$ 点场强的 $1/2$, 即

$$E_2 = \frac{E_2'}{2}$$

故有

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} E_2'}{\frac{1}{2} E_2'} = \sqrt{2}$$

1-1-9 已知某天线的归一化方向函数为

$$F(\theta) = \begin{cases} \cos^2 \theta & |\theta| \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & |\theta| > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

试求其方向系数 D 。

解 将归一化方向函数 $F(\theta)$ 代入方向系数 D 的表达式中, 则有

$$\begin{aligned} D &= \frac{4\pi}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi F^2(\theta, \varphi) \sin\theta \, d\theta \, d\varphi} = \frac{4\pi}{2\pi \int_0^\pi F^2(\theta) \sin\theta \, d\theta} \\ &= \frac{2}{\int_0^{\pi/2} \cos^4 \theta \sin\theta \, d\theta} = \frac{2}{-\int_0^{\pi/2} \cos^4 \theta \, d\cos\theta} = 10 \end{aligned}$$

1-1-10 一天线的方向系数 $D_1 = 10$ dB, 天线效率 $\eta_{A1} = 0.5$ 。另一天线的方向系数 $D_2 = 10$ dB, 天线效率 $\eta_{A2} = 0.8$ 。若将两副天线先后置于同一位置且主瓣最大方向指向同一点 M 。

- (1) 若二者的辐射功率相等, 求它们在 M 点产生的辐射场之比。
 (2) 若二者的输入功率相等, 求它们在 M 处产生的辐射场之比。
 (3) 若二者在 M 点产生的辐射场相等, 求所需的辐射功率比及输入功率比。

解 已知天线 1 的 $D_1 = 10 \text{ dB} = 10$, $\eta_{A1} = 0.5$; 天线 2 的 $D_2 = 10 \text{ dB} = 10$, $\eta_{A2} = 0.8$ 。

(1) 由 $E_{\max} = \frac{\sqrt{60P_r D}}{r}$, 可得

$$\frac{E_{\max 1}}{E_{\max 2}} = \frac{\frac{\sqrt{60P_{r1} D_1}}{r_1}}{\frac{\sqrt{60P_{r2} D_2}}{r_2}} \bigg|_{P_{r1}=P_{r2}, r_1=r_2} = \frac{\sqrt{D_1}}{\sqrt{D_2}} = 1$$

(2) 由 $E_{\max} = \frac{\sqrt{60P_r D}}{r} = \frac{\sqrt{60P_{in} \eta_A D}}{r}$, 可得

$$\frac{E_{\max 1}}{E_{\max 2}} = \frac{\frac{\sqrt{60P_{in1} \eta_{A1} D_1}}{r_1}}{\frac{\sqrt{60P_{in2} \eta_{A2} D_2}}{r_2}} \bigg|_{P_{in1}=P_{in2}, r_1=r_2} = \frac{\sqrt{\eta_{A1} D_1}}{\sqrt{\eta_{A2} D_2}} = \sqrt{\frac{5}{8}}$$

其中, P_{in} 为天线输入功率。

(3) 由 $E_{\max} = \frac{\sqrt{60P_r D}}{r} = \frac{\sqrt{60P_{in} \eta_A D}}{r}$, 可得

$$\frac{E_{\max 1}}{E_{\max 2}} = \frac{\frac{\sqrt{60P_{r1} D_1}}{r_1}}{\frac{\sqrt{60P_{r2} D_2}}{r_2}} \bigg|_{r_1=r_2} = \frac{\sqrt{P_{r1} D_1}}{\sqrt{P_{r2} D_2}} = 1$$

因此

$$\frac{P_{r1}}{P_{r2}} = \frac{D_2}{D_1} = 1$$

再由 $P_r = P_{in} \eta_A$, 可得

$$\frac{P_{in1} \eta_{A1}}{P_{in2} \eta_{A2}} = 1$$

故有

$$\frac{P_{in1}}{P_{in2}} = \frac{\eta_{A2}}{\eta_{A1}} = \frac{8}{5}$$

1-1-11 在通过比较法测量天线增益时, 测得标准天线 ($G=10 \text{ dB}$) 的输入功率为 1 W , 被测天线的输入功率为 1.4 W 。在接收天线处标准天线相对被测天线的场强指示为 $1:2$, 试求被测天线的天线增益。

解 已知标准天线的增益为 $G_1 = 10 \text{ dB} = 10$, 输入功率为 $P_{in1} = 1 \text{ W}$, 被测天线的输入功率为 $P_{in2} = 1.4 \text{ W}$, 且已知 $\frac{E_{\max 1}}{E_{\max 2}} = \frac{1}{2}$ 。

由 $E_{\max} = \frac{\sqrt{60P_{in} G}}{r}$, 可得