

根据教育部《国家课程标准》编写

LongMen

龙门 考 题



YZLI0890143200

初中数学



不等式(组)

本册作者 安 忠 高太芳



龍門書局

龙门品牌·学子至爱
www.longmenbooks.com

龙门题

不等式(组)

初中数学

本册作者 安忠 高太芳



YZLI0890143200

龍門書局
北京

版权所有 侵权必究

举报电话:(010)64031958;13801093426

邮购电话:(010)64034160

图书在版编目(CIP)数据

龙门专题:新课标.初中数学.不等式(组)/安 忠,高太芳本册作者.一修订版.一北京:龙门书局,2010

ISBN 978-7-5088-2575-5

I. 龙… II. ①安…②高… III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 154150 号

责任编辑:马建丽 李淑丽/封面设计:耕 者



龙 门 书 局 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

www.longmenbooks.com

中国科学院印刷厂印刷

科学出版社总发行 各地书店经销

*

2011年8月第 一 版 开本:A5(890×1240)

2012年1月第二次印刷 印张:8 1/2

字数:270 000

定 价:17.50 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

《龙门专题》自 2001 年面世以来,历经十年的风雨锤炼,套书总销量超 2000 万册,单品销量过 100 万册,稳居专题类首位,成为教辅图书中的一枝“奇葩”。

《龙门专题》能够在十年当中屹立不倒,竞争产品众多,但从未被超越,这是它独特的策划理念和定位所决定的。套书特性如下:

1. 独特的产品定位

与同步教辅不同,《龙门专题》定位在专题突破,在抓教材、抓基础的同时,侧重抓能力、抓素质。它以知识板块为分册依据,每本书针对一个板块,满足学生在这个板块上的学习需求。

在受众选择上,它定位于中等及中等以上的学生,在高度、深度和难度上都适当提高,满足这部分学生深入探究知识的需求。清晰准确的定位,使得《龙门专题》功能明确,读者清晰,这是《龙门专题》策划成功的前提和重要因素。

2. 别具的策划理念

《龙门专题》策划组根据多年中高考的动向以及教学改革的动态,再参考教材使用变化情况和学生需求,打破教材、版本、年级的限制,同时也打破了同步讲解类图书的编写模式,鲜明地提出“专题”的编写理念,在课程标准、考试大纲的基础上,创造性提出以知识板块为核心的编写理念,开辟了教辅市场专题类策划的先河。

考虑到学生参加中高考的现实需求,也照顾到对培养学生探究、应用能力和素质的需要,在栏目策划上,把“基础”和“能力”进行了分层,“基础篇”以教材为中心侧重夯实学生的基础,“能力篇”则侧重方法思维的培养、能力的提高以及与中高考的对接上。

3. 与时俱进,不断革新

图书的创新改革是其生命延伸的根本动力和源泉。只有不断地与时俱进才能够适应市场,适应读者的需求,在竞争中取得绝对的优势。《龙门专题》在这些年中,根据环境的变化而变化,但是“万变不离其宗”,一直秉承着专题的特色,并且不断地丰富、革新它的内容,使得这套书始终焕发着活力。

《龙门专题》是本着“授人以鱼,只供一饭之需;授人以渔,则一生受用无穷”的宗旨而编写的。套书包括高中九大学科,初中数学、物理、化学、语文、英语五大学科,共计 89 个品种。

十年的倾心打造,对细节和品质近乎偏执地追求完美,铸造了《龙门专题》这饱蕴汗水和智慧的甘果。为更多的学子提供帮助是我们最大的愿望与期待。

《龙门专题》策划组

2011年8月

初中专题栏目框架一览

(数理化)



1 知识点精析

基础知识梳理，知识点科学、系统整理，教材有效补充

2 解题方法指导

题型分类剖析，归纳解题技巧，一题多解，一式多变

3 基础达标训练

紧扣知识点，阶梯训练，题型全面，夯实基础

基础篇

1.4 圆周角

知识点精析与应用

① 知识点精析

1. 圆周角的概念

定义：顶点在圆上，并且两边都和圆相交的角叫做圆周角。

由上述定义可以知道，圆周角应具备两个条件：(1) 顶点在圆上；(2) 两边都与圆相交，二者缺一不可，如图 1-4-1 所示，只有图③中的 $\angle A$ 才是圆周角。

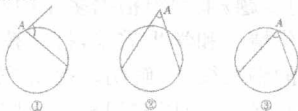


图 1-4-1

② 解题方法指导

【例 1】如图 1-4-3， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C, D, E 都在 $\odot O$ 上，若 $\angle C = \angle D = \angle E$ ，则 $\angle A + \angle B =$ _____。

分析 添加辅助线 AC, BC, AE, BD 后，利用同弧所对的圆周角相等，将 $\angle A + \angle B$ 转化为 $\angle 1 + \angle 2 + 2\angle DCE$ ，再借助 $\angle C = \angle D = \angle E = 45^\circ$ ，可求出 $\angle A + \angle B$ 的度数。

解 由图可知， $\angle D + \angle E = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$ ，又 $\angle D = \angle E$ ，所以 $\angle D = \angle E = 45^\circ = \angle C$ 。连 AC, BC, AE, BD ，易知 $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\therefore \angle 1 + \angle 2 = 45^\circ$ ，又 $\angle ABD = \angle 1$ ， $\angle BAE = \angle 2$ ， $\angle DAE = \angle DBE = \angle DCE = 45^\circ$ ， $\therefore \angle A + \angle B = \angle DAE + \angle BAE + \angle ABD + \angle DBE = \angle 1 + \angle 2 + 2\angle DCE = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$ 。
应填“ 135° ”。



图 1-4-3

说明 事实上，本例由 AB 为 $\odot O$ 的直径，可得到 $\angle ADB = \angle BEA = 90^\circ$ ，从而 $\angle A = 90^\circ - \angle ABD$ ， $\angle B = 90^\circ - \angle BAE$ ，这样， $\angle A + \angle B = 90^\circ - \angle ABD + 90^\circ - \angle BAE = 180^\circ - \angle 1 - \angle 2 = 180^\circ - (\angle 1 + \angle 2) = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$ 。

【变式 1】(1) 如图 1-4-4， A, B, C 是 $\odot O$ 上三点， $\angle ACB = 40^\circ$ ，则 $\angle ABO$ 等于 _____ 度。

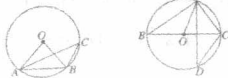


图 1-4-4

图 1-4-14

③ 基础达标训练

1. 如图 1-4-14， A, D 是 $\odot O$ 上的两个点， BC 是直径，若 $\angle D = 35^\circ$ ，则 $\angle ABC$ 的度数是 ()
A. 35° B. 55° C. 65° D. 70°

4 答案与提示

紧跟题目，查找方便，关键点拨，言简意赅

5 考点剖析

重难点、考点剖析，揭示命题规律，把握考试动向

6 考题探究

经典考题，“变式题”拓展，推导清晰，总结归纳

7 思维拓展训练

原创题+历年考题，难度提升，考查综合

8 中考热点题型评析与探究

本章的考点综合归纳，近三年考题分类汇总，点评技巧，配套训练

9 本章测试题

题型全面，高效训练，模拟考场

答案与提示

1. A 2. C 3. A 4. B 提示: 连结 CD , $\therefore \angle B = \angle A$, $\therefore \sin B = \sin A = \frac{AC}{AD} = \frac{2}{3}$.

能力拓展

考点剖析

本节的重点是探索并理解圆周角与圆心角的关系及圆周角的相关性质. 难点是运用分类的方法探索圆周角与圆心角的关系, 体会分类、归纳等数学思想方法.

学习本节时, 要注意以下问题:

(1) 圆周角的两边与圆心的位置关系有三种情况: ①圆心在一边上; ②两边在圆心的同侧; ③两边在圆心的两侧.

(2) 一条弧所对的圆周角大小是唯一确定的, 而一条弦所对的圆周角有两种情况, 分布在这条弦的两侧, 同侧所对的圆周角相等, 异侧所对的两个圆周角互补.

考题探究

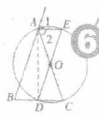
【例 6】如图 1-4-38, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 以 AC 为直径的 $\odot O$ 交 BC 于 D , 作 $\angle BAC$ 的外角平分线交 $\odot O$ 于 E , 连结 DE . 求证: $DE=AB$.

分析 连结 AD , 由 AC 为 $\odot O$ 的直径知, $\angle ADC=90^\circ$. 又由条件知 $AE \parallel BC$, $\therefore \angle DAE=90^\circ$. 这样 DE 也是 $\odot O$ 的直径, 从而得到 $DE=AC=AB$.

证明: 连结 AD . $\because AC$ 为 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle ADC=90^\circ$. $\because AB=AC$, $\therefore \angle B=\angle C$. 又 AE 平分 $\angle BAC$ 的外角, $\therefore \angle 1=\angle 2$.

又 $\angle 1+\angle 2+\angle BAC=180^\circ$, $\angle B+\angle C+\angle BAC=180^\circ$, $\therefore \angle 1=\angle 2=\angle B=\angle C$, $\therefore AE \parallel BC$, $\therefore \angle DAE=90^\circ$. $\therefore DE$ 也是 $\odot O$ 的直径, $\therefore DE=AC$. $\therefore DE=AB$.

图 1-4-38



说明 圆中有直径时, 经常构造以直径为边的直角三角形, 即看到直径应立即想到存在 90° 的圆周角, 看到 90° 的圆周角应联想到它所对的弦是直径, 这样因为我们在圆中添加合理的辅助线提供了依据.

思维拓展训练

1. 如图 1-4-40, AB 是 $\odot O$ 的直径, C, D, E 都是 $\odot O$ 上的点, 则 $\angle 1+\angle 2=$ _____.

答案与提示

1. 90° 2. 60° 3. $3cm$ 5 4. C 5. A

6. 证明: $\because AB, CD$ 是 $\odot O$ 的直径, $\therefore \widehat{DAC}=\widehat{BCA}$. 又 $\widehat{DF}=\widehat{BE}$, $\therefore \widehat{FAC}=\widehat{ECA}$. $\therefore \angle D=\angle B$.

图 1-4-40



中考热点题型评析与探究

本章测试题

9

2

编委会

编委会成员：安 忠 吴修存 李 彬
梁西海 鲁 磊 徐雪梅
刘增玉 马灿勇 任 瑞
闫 辉 杨朝涵 庄英红
高太芳

CONTENTS



目录

基础篇	(1)
第一章 一元一次不等式	(1)
1.1 不等式及其性质	(1)
1.2 不等式的解集	(17)
1.3 不等式的解法	(31)
1.4 一元一次不等式的实际应用	(48)
小结	(67)
本章测试题	(75)
第二章 一元一次不等式组	(91)
2.1 一元一次不等式组及其解法	(91)
2.2 一元一次不等式与一次函数	(114)
2.3 一元一次不等式组的实际应用	(137)
小结	(156)
本章测试题	(165)
综合应用篇	(182)
综合专题一:不等式(组)与数轴	(182)
综合专题二:求不等式(组)的特殊解	(187)
综合专题三:确定题目中字母的取值范围	(193)
综合专题四:分式、二次根式中的不等关系问题	(198)
综合专题五:不等式(组)与方程(组)	(204)
综合专题六:平面图形中的不等关系	(212)
综合专题七:利用函数图象解不等式(组)	(221)



综合专题八:不等式(组)中的数学思想	(226)
模拟测试卷(一)	(235)
模拟测试卷(二)	(242)
模拟测试卷(三)	(250)
模拟测试卷(四)	(257)

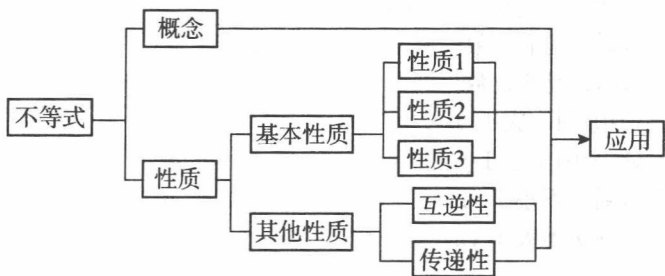


基础篇

第一章 一元一次不等式

1.1 不等式及其性质

知识网络图解



知识点精析与应用

知识点归纳

重点: ①各种不等号的意义. ②不等式的性质.

难点: 利用不等式的基本性质 3 将不等式变形.

本节需要掌握的知识点: ①不等式的定义及各种不等号的意义. ②不等式的性质. ③利用不等式的性质将不等式变形.

知识点精析

知识点一 不等式的概念

用不等号表示不相等关系的式子叫做不等式.

根据不等式的意义,常用的不等号有下面 4 种形式:

种类	符号	读法	举例
小于号	$<$	小于	$2+3<8, x<-6$
大于号	$>$	大于	$2+3>0, x>-1$
小于或等于号	\leq	小于或等于(不大于)	$x\leq-6$
大于或等于号	\geq	大于或等于(不小于)	$x\geq6$

常见不等式的基本语言的意义:

(1) $x>0$, 则 x 是正数.

(2) $x<0$, 则 x 是负数.

(3) $x\geq 0$, 则 x 是非负数.

(4) $x\leq 0$, 则 x 是非正数.

(5) $x-y>0$, 则 x 大于 y .

(6) $x-y<0$, 则 x 小于 y .

(7) $x\geq y$, 则 x 不小于 y .

(8) $x\leq y$, 则 x 不大于 y .

(9) $xy>0$ 或 $\frac{x}{y}>0$, 则 x, y 同号.

(10) $xy<0$ 或 $\frac{x}{y}<0$, 则 x, y 异号.

(11) x, y 都是正数, 若 $\frac{x}{y}>1$, 则 $x>y$; 若 $\frac{x}{y}<1$, 则 $x<y$.

(12) x, y 都是负数, 若 $\frac{x}{y}>1$, 则 $x<y$; 若 $\frac{x}{y}<1$, 则 $x>y$.

知识点二 列不等式

不等式与方程一样, 不等号的两边实际上都是代数式, 中间用不等号连接. 所以在确定不等关系的前提下, 能够根据已知条件列出相应的代数式是列不等式的基础.

根据已知条件列不等式时, 除了掌握表示不等关系的符号外, 还应熟练掌握有关概念的意义并能翻译成数学式子. 常见的有下列几类:

①和、差、积、商、幂、倍、分等运算;

②“至少”、“最多”、“不超过”、“不少于”、“不大于”等概念, 如 x 的 2 倍不大于 y , 用数学式子表示为 $2x\leq y$.

③正数、负数、非负数、非正数等概念, 如 x 是非负数, 用数学式子表示出来是 $x\geq 0$.

知识点三 不等式的性质

(1) 不等式的基本性质

①不等式的两边都加上(或减去)同一个整式,不等号的方向不变,用符号表示为:若 $a > b$, 则 $a + c > b + c$ 或 $a - c > b - c$; 若 $a < b$, 则 $a + c < b + c$ 或 $a - c < b - c$, 其中 c 为整式.

②不等式的两边都乘以(或除以)同一个正数,不等号的方向不变,用符号表示为:若 $a > b, c > 0$, 则 $ac > bc, \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$; 若 $a < b, c > 0$, 则 $ac < bc, \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.

③不等式的两边都乘以(或除以)同一个负数,不等号的方向改变,用符号表示为:若 $a > b, c < 0$, 则 $ac < bc, \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$; 若 $a < b, c < 0$, 则 $ac > bc, \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$.

不等式的性质与等式的性质比较如下表:

等式的性质	不等式的性质
1. 如果 $a = b$, 那么 $a + c = b + c, a - c = b - c$	1. 如果 $a > b$, 那么 $a + c > b + c, a - c > b - c$
2. 如果 $a = b$, 且 $c \neq 0$, 那么 $ac = bc, \frac{a}{c} = \frac{b}{c}$	2. 如果 $a > b$, 且 $c > 0$, 那么 $ac > bc, \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$; 如果 $a > b$, 且 $c < 0$, 那么 $ac < bc, \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

注意:①不等式的两边同乘以或除以同一个负数,不等号一定要改变方向.

②本课学习了不等式的基本性质,它们是解不等式的理论基础.运用不等式的基本性质,我们能将不等式进行变形,但要注意不等式两边都乘以(或除以)同一个负数,不等号的方向改变.

(2) 不等式的其他常用性质

①若 $a > b$, 则 $b < a$, 称为反身性;

②若 $a > b, b > c$, 则 $a > c$, 称为传递性;

③若 $a - b > 0$, 则 $a > b$, 反之亦然;

④若 $a - b = 0$, 则 $a = b$, 反之亦然;

⑤若 $a - b < 0$, 则 $a < b$, 反之亦然;

⑥若 $a > b$, 那么对任意实数 c , 都有 $a + c > b + c$;

⑦若 $a > b, c > 0$, 则 $ac > bc$;

⑧若 $a > b, c < 0$, 则 $ac < bc$;

⑨若 $a > b > 0$, 则 $a^n > b^n$ (n 为正整数);

⑩若 $a > b > 0, c > d > 0$, 则 $ac > bd$.


解题方法指导

题型一 不等式的概念


[例 1] 下列式子中不等式的个数是 ()

(1) $3 > 0$; (2) $4x + 3y > 0$; (3) $x = 3$; (4) $x - 1$; (5) $x + 2 \leq 5$.

A. 2 个 B. 5 个 C. 4 个 D. 3 个

分析 根据不等式的定义,用不等号连接的式子即为不等式.

解 D

 **名师警示** 判断式子是否为不等式,关键是看所给式子是否有不等号.

(1)五种不等号的读法及意义.

①“ \neq ”读作“不等于”,它说明两个量之间的关系是不相等的,但不能明确哪个量大、哪个量小.

②“ $>$ ”读作“大于”,表示其左边的量比右边的量大.

③“ $<$ ”读作“小于”,表示其左边的量比右边的量小.

④“ \geq ”读作“大于或等于”,即“不小于”,表示左边“不小于”右边.

⑤“ \leq ”读作“小于或等于”,即“不大于”,表示左边“不大于”右边.

(2)不等号的开口所对的数较大,另一边所对的数较小.


题型二 列不等式


[例 2] 用不等式表示下列语句:

(1) a 的绝对值不小于5; (2) a 的三倍与 b 的和是非负数;

(3) x 除以5的商减去6不大于1; (4) a 与 b 两数差的平方至少为4.

分析 “不小于”是指“大于或等于”,用符号表示为“ \geq ”;“非负数”是指“大于或等于0的数”;“不大于”是指“小于或等于”,用符号表示为“ \leq ”;“至少”的意思等同于“不小于”.

解 (1) $|a| \geq 5$; (2) $3a + b \geq 0$; (3) $\frac{x}{5} - 6 \leq 1$; (4) $(a - b)^2 \geq 4$

 **名师警示** 列不等式与列等式类似,其关键是正确理解数量之间的关系,将表示不等关系的词用数学符号表示出来,比如:(1)“不小于”为“ \geq ”;(2)“不大于”为“ \leq ”;(3)“不等于”为“ \neq ”;(4)“至少”为“ \geq ”;(5)“不足”为“ $<$ ”.

[例 3] 用锤子以相同的力将铁钉垂直钉入木块,随着铁钉的深入,铁钉所受的阻力也越来越大.当未进入木块的钉子长度足够时,每次钉入木块的钉子是

前一次的 $\frac{1}{2}$. 已知这个铁钉被敲打 3 次后全部进入木块(木块足够厚), 且第一次敲击后铁钉进入木块的长度是 2cm, 若铁钉总长度为 a cm, 则 a 的取值范围是

分析 由于铁钉被敲打 3 次后全部进入木块, 钉子足够长时第三次应进入 0.5cm, 故 a 的最大值是 $2+1+0.5=3.5$ (cm), 第二次敲打后钉子还有剩余, 所以 $a>3$, 故 a 的取值范围是 $3<a\leq 3.5$.

解 $3<a\leq 3.5$

名师警示 本题的关键点是弄清楚第二次敲打后钉子剩余的长度.

[例 4] 用甲、乙两种原料配制成某种饮料, 已知这两种原料的维生素 C 含量及购买这两种原料的价格如下表:

	甲种原料	乙种原料
维生素 C(单位/千克)	600	100
原料价格(元/千克)	8	4

现配制这种饮料 10 千克, 要求: (1) 至少含有 4200 单位的维生素 C; (2) 购买甲、乙两种原料的费用不超过 72 元. 那么你能写出所需甲种原料的质量 x (千克) 应满足的不等式吗?

分析 由于所需甲种原料为 x 千克, 则所需乙种原料为 $(10-x)$ 千克, x 千克甲种原料含维生素 C 为 $600x$ 单位, 其价格为 $8x$ 元, $(10-x)$ 千克乙种原料含维生素 C 为 $100(10-x)$ 单位, 其价格为 $4(10-x)$ 元, 由此我们可以得出关于 x 的两个不等式: (1) $600x+100(10-x)\geq 4200$; (2) $8x+4(10-x)\leq 72$.

解 所需甲种原料的质量 x (千克) 应满足的不等式有两个: (1) $600x+100(10-x)\geq 4200$; (2) $8x+4(10-x)\leq 72$.

名师警示 不等式与方程一样都是用来解答实际问题的数学模型, 寻找不等关系(该题中的两个条件)是列不等式的关键.

题型三 不等式的性质

[例 5] 用不等号填空, 并简要说明理由.

(1) $x\leq y$, 则 $x+1$ _____ $y+1$;

(2) $2x\geq 3$, 则 $-x$ _____ $-\frac{3}{2}$;

(3) $a>b$, 则 $-2+3a$ _____ $-2+3b$.

分析 (1) 将 $x\leq y$ 两边同时加上 1, 不等号方向不变;

(2) 将 $2x \geq 3$ 两边同时除以 -2 (或乘以 $-\frac{1}{2}$), 不等号的方向改变;

(3) 将不等式 $a > b$ 两边同乘以 3 , 然后加上 -2 , 不等号方向不变.

解 (1) \leq $\because x \leq y, \therefore x+1 \leq y+1$. 依据不等式的基本性质 1.

(2) \leq $\because 2x \geq 3, \therefore \frac{2x}{-2} \leq \frac{3}{-2}$, 即 $-x \leq -\frac{3}{2}$. 依据不等式的基本性质 3.

(3) $>$ $\because a > b, \therefore 3a > 3b, \therefore -2+3a > -2+3b$. 依据不等式的性质 1 和 2.

名师警示 解此类题的关键是先观察不等号的左、右两边是原不等式进行怎样的变形得来的, 然后依据不等式的三条基本性质判定不等号是否改变方向.

[例 6] a 是实数, 且 $x > y$, 则下列不等式中, 正确的是 ()

A. $ax > ay$ B. $a^2x \leq a^2y$ C. $a^2x > a^2y$ D. $a^2x \geq a^2y$

分析 因为 a 是实数, 所以 $a > 0$ 或 $a < 0$ 或 $a = 0$. 当 $a = 0$ 时, $ax = ay = 0$, $a^2x = a^2y = 0$, 所以应排除 A、C 两项; 当 $a \neq 0$ 时, $a^2 > 0$, 所以由 $x > y$ 可得 $a^2x > a^2y$, 综上所述, 正确答案为 D 项.

解 D

名师警示 不等式两边都乘以一个数时, 一定要明确该数的性质, 然后依据适合的不等式的性质进行变形.

[例 7] (2011·凉山) 下列不等式变形正确的是 ()

A. 由 $a > b$, 得 $ac > bc$ B. 由 $a > b$, 得 $-2a < -2b$

C. 由 $a > b$, 得 $-a > -b$ D. 由 $a > b$, 得 $a - 2 < b - 2$

分析 当 $c < 0$ 时, 可以根据 $a > b$ 得到 $ac < bc$, 故选项 A 不正确; 由于 $-2 < 0$, 所以由 $a > b$, 应得到 $-2a < -2b$, 故选项 B 正确; 由于 $-1 < 0$, 故由 $a > b$, 应得到 $-a < -b$, 所以选项 C 不正确; 选项 D 的变形依据是不等式的性质 1, 不等号的方向不能改变, 故选项 D 不正确. 故选 B.

解 B

名师警示 利用不等式的基本性质 3 将不等式变形时, 一定要改变不等号的方向.

[例 8] 若关于 x 的不等式 $(m-1)x > m-1$ 化成 " $x < a$ " 或 " $x > a$ " 的形式为 $x < 1$. 则 m 的取值范围是 _____.

分析 由于不等式 $(m-1)x > m-1$ 化成了 $x < 1$, 不等式的两边同时除以 $(m-1)$, 不等式的左边才能变成 x , 又由于不等号的方向改变了, 所以 $m-1$ 是

负数,即 $m-1 < 0$, 所以 $m < 1$.

解 $m < 1$

名师警示 已知不等式的变形结果确定不等式中字母的取值时,应观察前后两个不等式,确定出是如何变式的及变式的依据.变式的方式可以根据未知项系数的变化来确定,结合不等号方向的变化确定变式的依据.

[例9] 我们知道不等式的两边加(或减)同一个数(或式子)不等号的方向不变.不等式组是否也具有类似的性质?完成下列填空:

已知	用“<”或“>”填空
$\begin{cases} 5 > 3, \\ 2 > 1 \end{cases}$	$5+2$ _____ $3+1$
$\begin{cases} -3 > -5, \\ -1 > -2 \end{cases}$	$-3-1$ _____ $-5-2$
$\begin{cases} 1 < 4, \\ -2 < 1 \end{cases}$	$1-2$ _____ $4+1$

一般地,如果 $\begin{cases} a > b, \\ c > d \end{cases}$, 那么 $a+c$ _____ $b+d$. (填“>”或“<”)你能应用不等式的性质证明上述关系式吗?

质证明上述关系式吗?

分析 根据有理数的加法运算求和后比较大小,然后填空.

解 $>, >, <, >$;

证明: $\because a > b, \therefore a+c > b+c$.

又 $\because c > d, \therefore b+c > b+d$,

$\therefore a+c > b+d$.

名师警示 本题既是探究题,又是阅读理解题,此类题目是中考命题的热点.

[例10] 已知 $a > 2, b > 2$, 试比较 $a+b$ 与 ab 的大小.

解 方法一: $\because ab - (a+b) = ab - a - b$,

$= ab - a - b + 1 - 1$

$= a(b-1) - (b-1) - 1$

$= (b-1)(a-1) - 1$.

而 $a > 2, b > 2, \therefore (a-1)(b-1) - 1 > 0$.

即 $a+b < ab$

方法二: 设 $a=2+m, b=2+n (m>0, n>0)$,

$$\begin{aligned} \text{则 } ab - (a+b) &= (2+m)(2+n) - (4+m+n) \\ &= 4 + 2m + 2n + mn - 4 - m - n \\ &= m + n + mn. \end{aligned}$$

$$\because m > 0, n > 0, \therefore m + n + mn > 0.$$

$$\therefore ab > a + b, \text{ 即 } a + b < ab.$$

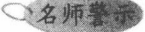
$$\text{方法三: } \frac{a+b}{ab} = \frac{a}{ab} + \frac{b}{ab} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b},$$

$$\because a > 2, b > 2,$$

$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} < \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1.$$

$$\therefore \frac{a+b}{ab} < 1,$$

$$\therefore a + b < ab.$$

 本例是比较两个有理数大小的问题,我们通常采用作差法(与0比较大小)或作商法(与1比较大小)比较两个数的大小,灵活地选择这两种方法比较大小,是解题的关键.当“差”或“商”中含有字母不能直接得出结论时,有时需将条件中字母表示的数值代入再判断,有时还需分类进行讨论,如:比较 $a+4$ 与 $4-a$ 的大小.

基础达标演练

一、选择题

- 由 $x < y$, 得到 $ax > ay$ 的条件应是 ()
 A. $a \geq 0$ B. $a \leq 0$ C. $a > 0$ D. $a < 0$
- 下面列出的不等式中, 正确的是 ()
 A. a 不是负数, 可表示成 $a > 0$
 B. x 不大于 3, 可表示成 $x < 3$
 C. m 与 4 的差是负数, 可表示成 $m - 4 < 0$
 D. x 与 2 的和是非负数, 可表示成 $x + 2 > 0$
- 下列说法不正确的是 ()
 A. 若 $a > 1$, 则 $0 < \frac{1}{a} < 1$ B. 若 $a < 1$, 则 $\frac{1}{a} > 1$
 C. 若 $a^2 > 0$, 则 $a \neq 0$ D. 若 $-1 < a < 0$, 则 $a^2 < 1$
- 某种品牌的奶粉盒上标明“蛋白质 $\geq 20\%$ ”, 它所表达的意思是 ()