



QIANWANG WEISHENME



· 学生版 ·

千万个为什么 数学小博士

(一)



29

长春儿童出版社

·学生版千万个为什么·

数学小博士

(一)

本书编委会编

长春儿童出版社

图书在版编目(CIP)数据

学生版千万个什么. 陈国勇 主编. 长春儿童出版社. 2003. 2

书号 ISBN 7-80613-265-1/ I .227

I .学生... II .版 ... III .千万

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 082275 号

学生版千万个什么

主 编:陈国勇

长春儿童出版社

长春印刷厂

开本:787×1092 1/32 印张:212.5

版次:2003 年 2 月第 1 版第 1 次印刷

印数:1-5000 套

书号 ISBN 7-80613-265-1/ I .227

定价:(全套 50 本)428.80 元

目 录

什么叫集合?	(1)
集合怎样表示	(2)
什么叫子集	(3)
什么叫交集	(5)
什么叫并集	(6)
什么叫差集	(7)
什么叫空集	(8)
什么叫等价集合。	(8)
什么叫函数	(10)
什么叫自然数	(11)
为什么说“0”不是自然数	(11)
+、-、 $\times$ 、 $\div$ 的来历	(13)
常用的关系符号有哪些，是谁发明的。	(15)
数和数字有什么区别	(16)
基数和序数有什么区别	(17)
计数和记数有什么区别	(17)
计数和计量有什么区别	(18)
数的分级和数的分节有什么区别	(19)
为什么要建立进位制	(20)
为什么有了十进位制，还要有二进位制	(21)

什么是二进数和八进数	(23)
十进数和二进数怎样互相换算	(24)
十进数和八进数怎样互相换算	(25)
为什么时间和角度的单位采用六十进位制	(26)
什么是小九九	(27)
什么叫整除	(28)
整除有哪些性质	(29)
怎样判别能被 2 或 5、4 或 25、8 或 125 整除的数	(30)
怎样判别能被 9 或 3 整除的数	(31)
怎样判别能被 7、11、13 整除的数	(32)
怎样判别能被 12、14、15、18、21 整除的数	(33)
为什么约数和倍数是“双胞胎”	(35)
怎样确定一个大于 1 的整数有多少个约数	(35)
什么叫“筛法”	(36)
为什么“1”不是质数也不是合数	(38)
为什么由 1990 个“1”组成的 $11\cdots 11$ 能被 41 和 271 两个质数整除	(40)
质数、质因数和互质数有什么区别	(41)
为什么合数不一定是偶数，质数不一定是奇数	(42)
数的分解、分解因数和分解质因数有什么区别	(43)
为什么不求几个数的最小公约数和最小公倍数	(43)
为什么最小公倍数要用质数去除	(44)
什么叫辗转相除法	(45)
什么叫辗转相减法	(46)
什么叫弃九验算法	(47)

为什么十位数或个位数是 5 的两位数的平方可以速算	(50)
为什么“首同末合十”“末同首合十”的两个两位数相乘可以速算	(52)
为什么 $1 + 2 + 3 + \cdots + 98 + 99 + 100 + 99 + 98 + \cdots + 3 + 2 + 1 = 100^2$	(54)
为什么三个连续自然数的乘积一定是 6 的倍数	(55)
为什么在三个连续自然数中, 有的是两两互质, 有的却并非如此	(56)
为什么四个连续自然数相乘再加 1, 就是一个完全平方数	(58)
怎样确定两个自然数的积和商的位数	(60)
为什么小数点对齐才能相加减	(61)
为什么小数相乘不需要对齐小数点	(62)
为什么除数是小数的除法要把除数转化成整数后再除	(62)
为什么“0”不能作除数	(63)
求积的近似值和商的近似值有什么不同	(65)
为什么两数相除(除数不为零)不会得到无限不循环小数	(65)
怎样把循环小数化为分数	(66)
无限小数、无限循环小数和 π 有什么区别	(69)
什么是准确数和近似数	(70)
什么叫有效数字	(72)
为什么 0.1 和 0.10 有时相等有时又不等	(72)

为什么异分母分数不能直接相加减	(73)
怎样比较异分母分数大小	(74)
为什么不用通分能很快算出一些复杂的分数加减法	(76)
为什么分数除法要颠倒相乘	(78)
为什么甲比乙多 25% 时, 乙比甲却并不是少 25%	(79)
什么是圆周率	(81)
π^2 和 2π 有什么区别	(82)
什么是轴对称图形和中心对称图形	(83)
比和比例有什么区别	(83)
求比值和化简比有什么区别	(84)
为什么比例尺不是一把尺子	(85)
为什么“连比”不是“连除”	(86)
为什么球场上“3:0”与数学中“比”的含义不同	(87)
相反数和倒数有什么区别	(88)
平均数和中位数有什么区别	(89)
为什么有时会越乘积越小	(90)
为什么有时会越除商越大	(91)
为什么商不变而余数却变了	(92)
繁分数和连分数有什么区别	(93)
等式和方程式有什么区别	(94)
什么叫综合法和分析法	(95)
怎样进行应用题验算	(96)
列方程解应用题的关键是什么	(98)
用方程解应用题和用算术方法解应用题有什么区别	(99)
什么叫一题多解	(100)

什么叫一题多变	(101)
怎样利用“集合”的数学思想解答应用题	(103)
怎样利用“面积图”分析解答应用题	(104)

什么叫集合？

集合是数学最基本的概念之一。

把一些单独的物体合起来看成一个整体，就形成一个集合（或集）。例如：

一个学校的所有学生可以作为一个集合。

某飞机场上的所有飞机可以作为一个集合。

笼子里所有的小鸟可以作为一个集合。

所有自然数可以作为一个集合。

需要注意两点：

第一，集合是指这类事物的全体，而不是指个别事物。

第二，集合中包含的事物必须是确定的，即可以确切判断一个事物属于不属于这个集合。如“一切自然数”，它有确定的特征，可以组成一个集合。“一切大的数”这种说法没有表示出确定的界限；“骄傲的小花猫”，对此无法作出明确的判断，所以这些都不能分别组成一个集合。

集合一般用大写字母 A、B、C、M、N、W 等表示。

组成集合的各个物体，叫做这个集合的元素（或“元”）。例如：

一个学校的每个学生是这个学校学生集合的一个元素。

某飞机场的每架飞机是这个飞机场集合的一个元素。

笼子里的每只小鸟是笼子里小鸟集合的元素。

8 是自然数集合的一个元素。

必须注意：集合中的元素一定要相异的。如：1、2、3、

4 这四个数可以组成一个集合，而不能由 1、1、1、2 组成一个集合，因为这里的 3 个 1 是同一个元素。

集合中的元素一般用小写字母 a 、 b 、 c 、 x 、 y 等表示。

1 个书包也可以做为一个集合，这个集合只有一个元素，就是这个书包。1 个人也可以作为一个集合，这个集合也只有一个元素，就是这个人。

只有一个元素的集合叫做单元素集。

集合中的元素可以有有限多个，也可以有无限多个，如自然数集，它的元素是无限多个。

由无限个元素所组成的集合作叫做无限集。

一个学校的学生是有限的，所以一个学校学生的集合是有限集。

集合怎样表示

集合的表示法有三种。

列举法：把一个集合的所有元素一一列举出来，放在 $\{ \}$ 里面。例如：

全体自然数的集合用 M 来表示。

记作： $M = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

小于 5 的自然数集合用 B 表示。

记作： $B = \{1, 2, 3, 4\}$

描述法：用文字来描述一个集合的特征。

例如：全体自然数组成的集合用 M 表示。

记作： $M \{ \text{全体自然数} \}$

小于5的自然数组成的集合用A表示。

记作： $A = \{\text{小于5的自然数}\}$

除了上述表示法以外，还可以在一个集合的所有元素外面画一个圈，直观地表示这个集合。这种图叫韦恩图（韦恩是英国的一位逻辑学家）。小学数学课本就采用这种表示法。例如：若x是集合A中的一个元素，我们就说x属于集合A。用 $\in$ 表示“属于”，写作： $x \in A$ 。

例如：锐角三角形属于三角形集合，写作：锐角三角形 $\in \{\text{三角形}\}$ 。

反过来，若x不是集合A中的一个元素，我们就说x不属于集合A，用 $\notin$ 表示“不属于”，写作： $x \notin A$ 。

例如：正方形不属于三角形集合，写作：正方形 $\notin \{\text{三角形}\}$ 。

什么叫子集

请看下面一组集合。

$M = \{1, 2, 3\}$

$N = \{1, 2, 3, 4\}$

$W = \{2, 4, 3, 1\}$

我们看到，集合M的每一个元素都是集合N的元素，我们就说集合N包含集合M，M包含于N，写作： $N \supset M$ 或 $M \subset N$ （读作N包含M，M包含于N），那么集合M叫做集合N的子集。

我们又看到，集合W的每一个元素都是集合N的元素，

我们就说集合 N 包含集合 W ， W 包含于 N ，那么集合 W 是集合 N 的子集。

我们仔细观察集合 N 包含集合 M 与集合 N 包含集合 W 是有区别的。集合 M 的每一个元素都属于集合 N ，但集合 N 有一个元素不属于集合 M ，从而得出：

如果集合 A 的每一个元素都属于集合 B ，但集合 B 至少有一个元素不属于集合 A ，那么集合 A 叫做集合 B 的子集。记作： $A \subset B$ 或 $B \supset A$ （读作 A 包含于 B ， B 包含于 A ）。例如：

$\{\text{一个班的学生}\} \supset \{\text{一个班的男学生}\}$

$\{\text{10 以内自然数}\} \subset \{\text{全体自然数}\}$

$\{\text{直角三角形}\} \subset \{\text{所有三角形}\}$

一个班的男学生是这个班学生的真子集。

10 以内自然数是全体自然数的真子集。

直角三角形是所有三角形的真子集。

我们又看到集合 W 的每一个元素都属于集合 N ，而集合 N 的每一个元素也属于集合 W ，从而得出：

如果集合 A 包含集合 B ，且集合 B 包含集合 A ，则集合 A 与 B 相等。即

如果 $B \subseteq A$ 且 $A \subseteq B$ 则 $A = B$

由此可见，两个集合是否相等，只要看它们是否由相同的元素组成，而与元素的排列顺序无关。如：

$A = \{1, 2, 3\}$

$B = \{3, 2, 1\}$

$C = \{\text{小于 4 的自然数}\}$

$D = \{\text{6 的约数, 6 除外}\}$

$A = B = C = D$

子集包括真子集与集合相等两种。

每个集合是这个集合本身的子集。空集也是任何一个集合的子集。

$A = \{a, b, c\}$ 集合 A 有 8 个子集，即： $\emptyset$ $\{a\}$ $\{b\}$ $\{c\}$ $\{a, b\}$ $\{a, c\}$ $\{b, c\}$ $\{a, b, c\}$

一个非空集合至少有两个子集，即集合本身和空集。

在小学数学教材中渗透了一些子集思想。

什么叫交集

由集合 A 和集合 B 的共同元素组成的集合，叫做 A 与 B 的交集。写作 $A \cap B$ 。

例如： $\{3, 6, 9, 12, 15\} \cap \{5, 10, 15, 20, 25\} = \{15\}$

又如： $E = \{a, b, c\}$ $F = \{c\}$

$E \cap F = \{c\}$

当 $F \subset E$ $E \cap F = F$

当 F 是 E 的子集时， F 是 E 、 F 的交集。

如果集合 A 和集合 B （都不是空集），没有共同的元素，它们的交集是空集。

$A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{a, b, c\}$

$A \cap B = \{ \}$ 或 $A \cap B = \emptyset$

我们就说 A 与 B 是不相交集。

在小学数学教材中渗透了一些交集的思想。例如韦恩图表示两个数的公约数和公倍数。

什么叫并集

两个集合 A、B 中的元素合在一起组成的新集合，叫做 A 与 B 的并集（若 A、B 有共同元素，只列举一次）。写作 $A \cup B$ 。

例如：A = {1, 2, 3} B = {4, 5, 6}

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

又如：E = {a, b, c} F = {d, e, c}

注意：E、F 的公共元素 c 只算一次，这与数的加法不同。

$E \cup F = \{a, b, c, d, e\}$

再如：A = {△, ○, □} B = {△, □}

$A \cup B = \{\triangle, \bigcirc, \square\}$

当 $B \subset A$ $A \cup B = A$

B 是 A 的子集时，A 是 B、A 的并集。

从集合的观点来看，加法运算就是求两个不相交集的并集的基数，例如：

$$2 + 3 = 5$$

两个不相交集的基数都叫做加数，加法的运算符号叫做加号。加得的结果，即两个集的并集的基数，叫做和。

什么叫差集

两个集合 A 、 B ，若集合 C 的所有元素属于 A 但不属于 B ， C 就叫做 A 与 B 的补集。写作： $A - B$ 或 A/B 。

例如： $A = \{100 \text{ 以内的自然数}\}$

$B = \{\text{能被 } 5 \text{ 整除的自然数}\}$

$C = A - B = \{100 \text{ 以内不能被 } 5 \text{ 整除的自然数}\}$

在这里 A 不包含 B 。

特殊情况，若集合 B 是集合 I 的子集，把集合 I 看作全集，那么 I 与 B 的差集 $I - B$ ，叫做 B 在 I 中的补集。写作： $\bar{B}$ 。

例如： $I = \{\text{全校的学生}\}$

$B = \{\text{全校的男生}\}$

$C = \{\text{全校的女生}\}$

$\bar{B} = I - B = C$ 可表示。

反过来， $\bar{C} = B$ 。

从集合的观点来看，减法运算是已知两个集合（不相交）的并集的基数，以及其中一个集合的基数，求另一个集合的基数。也可以看作是求集合 I 与集合 B （ B 必须是 A 的子集）的差集的基数。

什么叫空集

集合可以没有元素。一个元素也没有的集合叫做空集。
写作： $\emptyset$ 或 $\{ \}$ 。

例如：光华小学通知说：“数学不及格的同学在本星期六下午补考。”五年级一班没有数学不及格的同学，所以“五年级一班数学不及格同学”这个集合没有元素，它就是一个“空集”。

又如：没有小于1的自然数，因此小于1的自然数是一个空集。 $\emptyset = \{ \text{小于1的自然数} \}$ 。

空集和“0”的概念不一样，如小学数学第一册教材讲“0”的时候是这样讲的：圈里有2个茶杯，记作“2”，圈里有1个茶杯，记作“1”，圈里1个茶杯也没有，记作“0”，这里的“2”、“1”、“0”都指的是元素的个数，也就是基数，“基数为0的集合”叫空集。

空集和只含有一个元素0的集合也不一样，只含有一个元素0的集合是单元素集，记集 $\{0\}$ 。

什么叫等价集合。

两个集合A、B，如果集合A里的每个元素，都和集合B里一个唯一的元素对应；反过来，集合B里的每个元素，都和集合A里一个唯一的元素对应，我们就说这两个集合的元

素是一一对应。也有集合的元素不是一一对应。

两个集合 A、B，如果它们的元素间建立一一对应，两个集合叫做等价集合。记作： $A \sim B$ 。例如：左手手指的集合和右手手指的集合是等价集合。

我们数数就是利用了等价集合的元素一一对应。例如：

{ ○ ○ ○ ○ ○ ○ }

{ 1 2 3 4 5 6 }

数到最后一个圆圈“6”，就是圆圈这个集合的元素的个数（这个集合的基数）是6。

利用一一对应，可以比较两个集合的元素的个数。例如：

{○○○} {△△△}

{△△△} 相等 {□□□□} □比△多

对于有限集合，如果两个集合等价，那么它们的元素个数相等，对于无限集合来说，则不是这样。如：

自然数集合 = {1, 2, 3……}

偶数集合 = {2, 4, 6……}

很显然，偶数集合是自然数集合的真子集，因此，初看起来偶数集合里的元素“个数”要比自然数集合少，但是偶数集仍然可以和自然数集建立一一对应的关系，因而这两个无限集合是等价的。

由此可见，一个集合能否与它的真子集等价，是区别有限集合与无限集合的分界线。