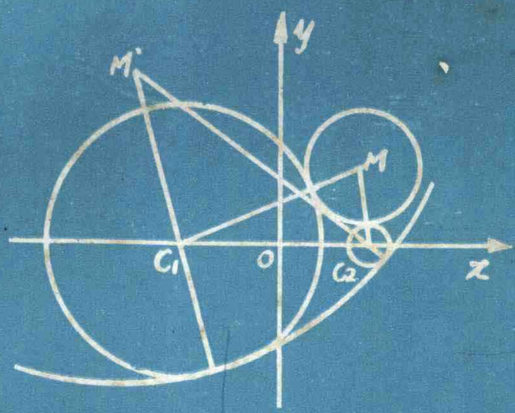
高中数学自测训练

几何

编著者：《高中数学自测训练》编写组



圆 C_1: $(x+5)^2+y^2=7^2$

圆 C_2: $(x-5)^2+y^2=1^2$

点M的轨迹方程：

$$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1.$$

上海翻译出版公司

高中数学自测训练

几　何

顾　问　苏步青

主　编　黄松年

编著者　《高中数学自测训练》编写组

上海翻译出版公司

内 容 提 要

本书是结合高中数学(立体几何和平面解析几何)课内外学习的自测练习读物，按教材每章的节单元来撰写的，完全和课堂教学同步。每节单元有【内容提要】和典型性【范例】，有及时帮助领会课内知识的【想想练练】，有针对实际使知识、能力得到巩固、熟练和运用的【自测练习题】，在每章结束时，还有对全章内容的【复习】和【自我测试题】，便于读者针对自己学习水平进行评估。

本书完全根据高中几何(包括立体几何和平面解析几何)的教学大纲及教材的内容和体系撰写的。所精选的范例和习题既与教材同步又不和教材重复。本书将伴随教师的教和学生的学，系统地循序渐进地对学生进行知识和能力的培养，是有利于促进教学质量提高的好读物。

沪新登记114号

高中数学自测训练
几　何
顾　问　苏步青
主　编　黄松年
编著者　《高中数学自测训练》编写组
上海翻译出版公司
(上海复兴中路597号　邮政编码 200020)
新华书店上海发行所发行　上海市印刷十二厂印刷
开本 787×1092　1/16　印张 20　字数 500,000
1991年7月第1版　1991年7月第1次印刷
印数 1—15,000

ISBN 7-80514-682-9/O·86　定价：6.40元

前　言

数学是一门基础学科，全面提高学生的数学水平，是大家极为关注的问题．为了适应不同层次和不同水平的学生课内外学习的需要，我们特编著一套《高中数学自测训练》，敦请数学界老前辈、著名数学家苏步青教授为顾问，邀请长期从事高中数学教学工作并有丰富经验的上海市著名中学数学教师、特级教师、高级教师等10余人组成编写组，由黄松年同志为主编，撰写《代数》、《几何》（包括立体几何和解析几何）、《三角》和《高中数学综合训练》四册．在编写前集大家的智慧和经验，多次讨论编写意图、编写提纲和编写方式，为了与现行课本和课堂教学完全同步，特按每篇章的节单元编写．

在每章的开始，先有【学习导引】，扼要叙述本章的知识结构、能力要求、教材的重点、难点和关键．然后按节单元撰写，每节有【内容提要】简述本节的知识内容、有关的思想方法和应注意的问题；【范例】针对本节的知识结构与能力要求精编典型例题，范例中一般有"分析"——研究解题思路；"解法"——由因导果叙述解题过程；"说明"——揭示解题规律和思想方法，剖析常见的错误．【想想练练】主要用以巩固基本概念、掌握基本技能、提高学习兴趣．【自测练习题】是用以配合教材、加强基础、发展智力、培养能力的练习题，题型新颖、灵活、多样．其中A组题是由一些对双基的理解、掌握和简单运用的形成性的基础题所组成，通过对本组题的训练，以求达到高中毕业数学的合格水平，并力求培养学生的学习毅力和信心，在知识与能力上步入"懂"和"会"的境界，对学习后进的学生如同雪中送炭．B组题是由一些对双基和能力综合运用的总结性的提高题所组成，通过本组题的训练，以求达到高中毕业数学学习的优秀水平，并力求激发学生的刻苦钻研精神，使之对知识与能力能灵活运用、融会贯通，进入"熟"和"活"的境界，对基础较好的学生如同锦上添花．在每章后面，有对本章知识与能力进行简单小结的【复习】，最后还配备了对本章教学内容进行学习效果检查的【自我测试题】，也分A、B两组，A组着重基础测试，B组则予以适当提高，供不同层次和水平的学生进行自我评估．因此本书的出版将伴随高中师生顺利地完成数学教学任务．

《几何》分册，包括有"立体几何"和"平面解析几何"两门学科的知识，其中内容有：一、立体几何：第一章直线和平面；第二章多面体和旋转体，均由黄松年同志撰写．二、平面解析几何：第三章直线；第四章圆锥曲线，均由奚定华同志撰写．第五章参数方程、极坐标，由许炽雄同志撰写，奚定华同志作了审稿和修改．顾慧娟、李家元同志对有关章的习题进行了核查．刘汉标、周国华同志对某些章节作了审读．黄松年同志对全书进行了审定．

本编写组顾问、著名数学家苏步青教授，长期以来对中小学基础教育十分关注，对本套书的编写给予热情的支持，在编写思想和编写方式等方面曾提出既中肯又精辟的建议，给编写组全体同志以莫大的鼓励和教育，谨表示崇高的敬意和感谢．

《高中数学自测训练》编写组

1989年9月

目　　录

第一部分　立　体　几　何

第一章　直线和平面

第二章　多面体和旋转体

第二部分　平面解析几何

第三章　直　　线

第四章　圆　锥　曲　线

第五章　参数方程、极坐标

第一部分

立体几何

第一章　直线和平面

【学习导引】

立体几何是研究空间图形的形状、大小和位置关系的学科．所以立体几何研究的内容是非常实际的，在人们的生活实际、生产实践和科学实验中都有广泛应用．

平面是组成空间图形的重要元素，它和点、直线一样是数学上的原始概念．研究空间图形的性质，就须结合有关几何图形，从所给定的平面上来画适合条件的空间图形，然后从图形中有关线面之间的位置关系来分析研究．所以确定平面画出有关空间图形是研究立体几何问题重要的手段．而在研究的思想方法上，常将某些图形归结到一个确定的平面内从而转化为平面图形问题以达到以简驭繁的目的．所以在本单元里，研究平面的概念、平面的画法和表示法、平面的基本性质以及水平放置的平面图形的直观图画法等等，都是学习立体几何重要的基础知识和基本技能，它对发展空间想象能力在立体几何里具有奠基启蒙的作用，我们通过观察画图等学习实践可逐步领会、掌握和运用．

一　平　面

1. 平　面

【内容提要】

1．平面是不定义的概念，是借助于物体的形象来描述的(如平静的水面、光滑的镜面等)，但不能把这种描述误认为是平面的定义．

2．画横边的长＝2 倍邻边的长，顶角 $\alpha=45°$ 的平行四边形来表示平面．

(1) 几何图形中的平面，不同于现实生活中所见到平面的形象，几何里的平面是没有边界而无限伸展的；

(2) 由于从某角度观察物体表面的矩形可近似地看成平行四边形．因此用平行四边形表示平面时，相邻两边须看成互相垂直．

3．用字母表示平面

(1) 在平行四边形的一个顶角内用拉丁字母如 α (或 β) 或用一个大写字母如 P(或 N) 来表示，分别读作平面 α (或平面β)、平面P (或平面 N)．

(2) 用记在平行四边形相对顶点的两个大写字母如 M、N(或 P、K) 来表示，读作平面 MN (或平面 PK)．

还可用平行四边形内不在同一直线上三点(如 A、B、C) 来表示，读作平面 ABC．

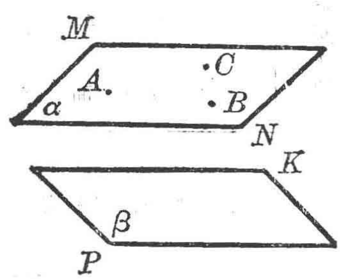
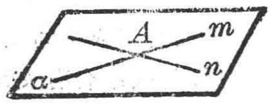
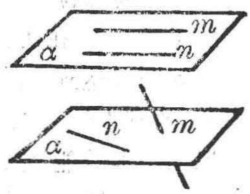
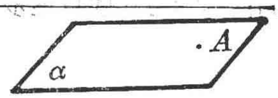
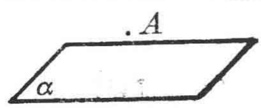
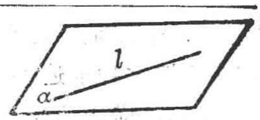
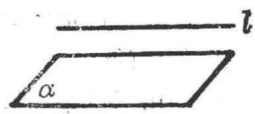
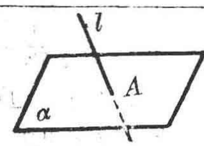
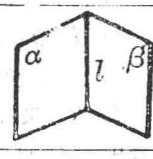
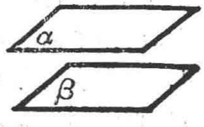


图 1-1

4．用集合符号来表示空间图形点、直线和平面之间的位置关系．

点、直线和平面是组成空间图形的三个基本元素．由于动点成线、动线成面、动面成体，所

以空间图形可看成空间点的集合，这样点和直线、点和平面、直线和直线、直线和平面以及平面和平面之间的位置关系都可看成这些元素之间集合与集合的关系，因此我们可以运用集合符号来叙述，使语言简明扼要．兹将常用的有关集合符号列表说明如下：

<table>
<tr><th colspan="2">一般几何语言表述</th><th>用集合符号的表述</th><th>图　形　关　系</th></tr>
<tr><td colspan="2">点 A 在直线 l 上
（直线 l 经过点 A）</td><td>$A\in l$</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">点 A 不在直线 l 上
（直线 l 不经过点 A）</td><td>$A\notin l$</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">直线 m 和直线 n 相交于点 A
（直线 m 和 n 有一个公共点 A）</td><td>$m\cap n=\{A\}$</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">直线 m 和直线 n 没有公共点</td><td>$m\cap n=\varnothing$</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">点 A 在平面 α 内
（平面 α 经过点 A）</td><td>$A\in\alpha$</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">点 A 不在平面 α 内
（平面 α 不经过点 A）</td><td>$A\notin\alpha$</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">直线 l 在平面 α 内
（平面 α 经过直线 l）</td><td>$l\subset\alpha$（或 $\alpha\supset l$）</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">直线 l 不在平面 α 内</td><td>直线 l 和平面 α 不相交
（直线 l 和平面 α 没有公共点）</td><td>$l\cap\alpha=\varnothing$</td><td></td></tr>
<tr><td>直线 l 和平面 α 相交于点 A
（直线 l 和平面 α 有一公共点 A）</td><td>$l\cap\alpha=\{A\}$</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">平面 α 和平面 β 相交于直线 l</td><td>$\alpha\cap\beta=l$</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">平面 α 和平面 β 没有公共点</td><td>$\alpha\cap\beta=$</td><td></td></tr>
</table>

【范例】

例 1 如图 1-2 所示，正方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$.

1．说出它的外表面有几个平面？几个顶点？几条相交直线？

2．用集合符号表示下列图形的位置关系：(1) 点 A 不在平面 B_1D_1 内，在平面 BD 内；(2) 直线 AB 不在平面 CD_1 内，在平面 BA_1 内；(3) 直线 B_1B 与直线 B_1D_1 相交于 B_1 而与平面 BD 相交于点 B.

解：1．它的外表面计有平面 AC、平面 A_1C_1、平面 AB_1、平面 CD_1、平面 AD_1、平面 BC_1 共六个平面；有 A、B、C、D、A_1、B_1、C_1、D_1 共八个顶点及 AB、BC、CD、AD、A_1B_1、B_1C_1、C_1D_1、A_1D_1、AA_1、BB_1、CC_1 及 DD_1 共十二条直线.

2．(1) 点 $A\notin$ 平面 B_1D_1，点 $A\in$ 平面 BD；(2) 直线 $AB\not\subset$ 平面 CD_1，直线 $AB\subset$ 平面 BA_1；(3) 直线 $B_1B\cap$ 直线 $B_1D_1=\{B_1\}$，直线 $B_1B\cap$ 平面 $BD=\{B\}$.

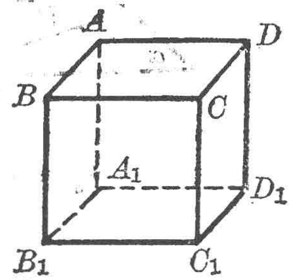


图 1-2

例 2 用集合符号说明下列几何命题并画出图形．1．直线 l 和平面 α 有一个公共点 A；2．点 A 和直线 m 都在平面 β 内，但点 A 不在直线 m 上；3．相异两点 A、B 同在直线 l 上，直线 l 与平面 α 有一个公共点 C.

解．1．$l\cap\alpha=\{A\}$；2．$A\in\beta$，$m\subset\beta$，$A\notin m$；3．$A\neq B$，$A\in l$，$B\in l$，$l\cap\alpha=\{C\}$.

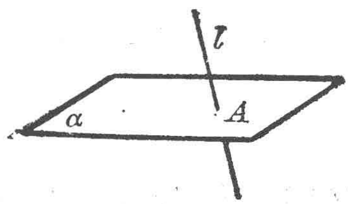


图 1-3

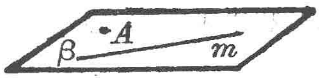


图 1-4

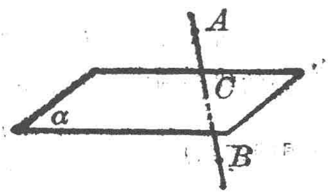


图 1-5

例 3 用几何语言叙述下列集合符号所表示几何图形关系．(1) $B\in\alpha$，$A\in\alpha$，$\therefore AB\subset\alpha$．(2) $A\in\alpha$，$B\notin\alpha$，$\therefore AB\cap\alpha=A$．(3) $P\in l$，$l\subset\alpha$，$\therefore P\in\alpha$．(4) $l\cap\alpha=\{O\}$，$AO\subset\alpha$，$\therefore l\cap AO=\{O\}$．(5) $l\cap\alpha=\varnothing$，$P\in l$，$\therefore P\notin\alpha$．(6) $\alpha\cap\beta=l$，$P\in l$，$\therefore P\in\alpha$，$P\in\beta$．(7) $\alpha\cap\beta=l$，$P\in l$，$CP\subset\alpha$，$DP\subset\beta$，$\therefore CP\cap DP=\{P\}$.

解：(1) 点 A 和点 B 在平面 α 内，$\therefore$ 直线 AB 在平面 α 内．(2) 点 A 在平面 α 内，点 B 不在平面 α 内，$\therefore$ 直线 AB 和平面 α 相交于点 A．(3) 点 P 在直线 l 上，直线 l 在平面 α 内，$\therefore$ 点 P 在平面 α 内．(4) 直线 l 和平面 α 相交于点 O，而 AO 在平面 α 内，$\therefore$ 直线

(1)

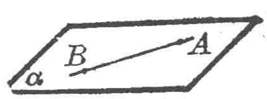


图 1-6

(2)

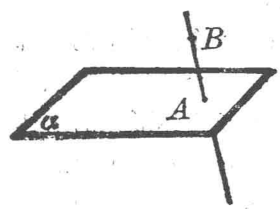


图 1-7

l 和 AO 相交于 O.　(5) 直线 l 和平面 α 没有公共点，而点 P 在 l 上，∴ 点 P 不在平面 α 内.（6）平面 α 和平面 β 相交于 l，点 P 在 l 上，∴ 点 P 在平面 α 和平面 β 内.　(7) 平面 α 和平面 β 相交于 l，点 P 在 l 上，直线 CP 在平面 α 内，直线 DP 在平面 β 内，∴ 直线 CP 和 DP 相交于点 P.

(3)

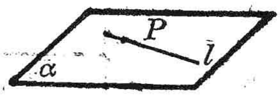


图 1-8

(4)

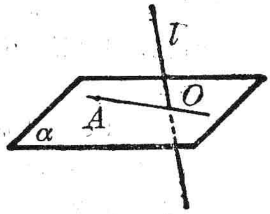


图 1-9

(5)

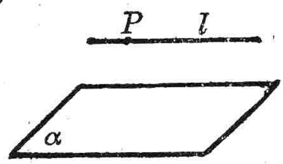


图 1-10

(6)

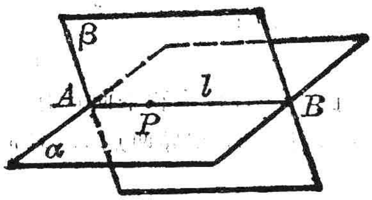


图 1-11

(7)

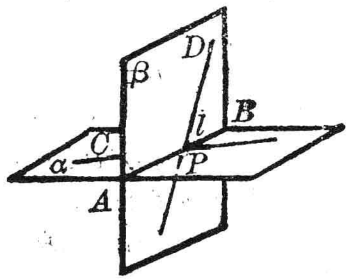


图 1-12

说明：直线与平面相交，或两个以上平面相交，如果其中一部分被另一平面遮住时，被遮住的部分的线条画成虚线或不画，这样才具有立体感.

【想想练练】

1. 能不能说有一个平面的长为 5m，宽为 3.5m？为什么？应该用怎样的几何语言来表达才是正确的.

2. 平面图形和空间图形有什么联系和区别？

3. 通常用什么样的图形来表示平面？为什么？

4. 设点 A、直线 l 和平面 α. 用几何语言来表述下列集合符号的图形关系.（1）$A\in\alpha$;（2）$l\cap\alpha=\{A\}$;（3）$l\subset\alpha$;（4）$A\notin l$;（5）$l\cap\alpha=\varnothing$;（6）$l\not\subset\alpha$.

【自测练习题】

A　组

1. 填空题

(1) 如果一个图形上的点都在__________，这个图形叫做平面图形.

(2) 如果一个图形上的点不全在同一平面内，这个图形叫做________.

(3) 观察长方体形象的物体，它的外部有____个矩形，有____条棱，有____顶点.

(4) 用集合符号表示：点 A 在直线 a 上是______；点 A 不在直线 a 上是______

(5) 设 α 表示平面，a 表示直线，$\alpha\supset a$ 用几何语言叙述是 ______________

(6) 直线可以____引伸，平面可以____扩展.

2．已知直线 a、b 相交于 A 点，且 a、b 在平面 α 内，试画出图形．

3．已知直线 $AB\cap$ 平面 $\alpha=\{O\}$，试画出图形．

B 组

1．用几何语言叙述，并画出图形来．

设 α、β 表示平面，a、l、m 表示直线，A、B、P、O、C、D 表示点．(1) $A\in\alpha, l\subset\alpha$ 且 $A\notin l$．(2) $B\notin\alpha$, $B\in l$, $l\cap\alpha=\{A\}$．它与 $A\in l$、$B\in l$、$A\neq B$、$AB\cap\alpha=\{A\}$ 所表示的图形关系有什么区别？ (3) $AB\subset\alpha, CD\not\subset\alpha, AB\cap CD=\{O\}$． (4) $\alpha\cap\beta=l$，且 $A\in l, AB\subset\alpha, AC\subset\beta$． (5) $l\cap\alpha=\{P\}$, $m\cap\alpha=\varnothing$, $m\cap l=A$． (6) $\alpha\cap\beta=\varnothing$，且 $a\cap\alpha=\{A\}$, $a\cap\beta=\{B\}$．

2．用集合符号来表示下列几何语言所叙述的空间图形，并画出图形来． (1) 直线 l 与平面 α 相交于点 A，直线 AB 在平面 α 内． (2) 直线 a 与平面 α 没有公共点，直线 a 在平面 β 内．（注意：平面 α 与平面 β 有两种不同位置关系的图形．）(3) 平面 α 和平面 β 相交于 AB，直线 CD 与平面 α 相交于点 C 与平面 β 相交于点 D，且直线 CD 与直线 AB 没有公共点．

2．平面的基本性质

【内容提要】

主要提出三条公理和三条推论：

公理 1 是确定直线在平面内．$A\in l$, $B\in l$，且 $A\in\alpha$, $B\in\alpha$，则 $l\subset\alpha$．

公理 2 是确定两个平面相交．$A\in\alpha$, $A\in\beta$, $A\in l$，则 $\alpha\cap\beta=l$．

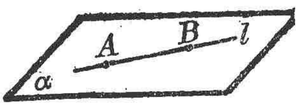


图 1-13

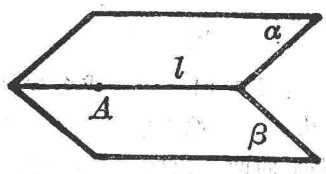


图 1-14

公理 3 及三条推论是确定平面的条件，也就是平面位置的确定．

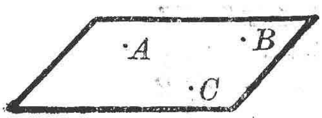


图 1-15

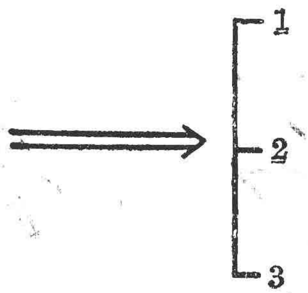


图 1-16

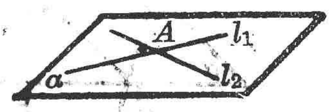


图 1-17

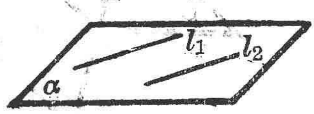


图 1-18

公理 3 及三条推论，这四个命题等效，即不论将那一个命题作为公理，都可以推出其余三条命题的正确性．但通常总把“过不在一直线上的三点，可以确定一个平面”作为公理．

所谓“确定”，是指明图形的存在性和唯一性．

公理 1 的逆命题，常将它作为平面的判定．即“经过一个面内任意两点的直线，如果都在这面内，这个面就是平面．

平面的基本性质，是人类经过长期观察和实践总结出来的规律，是作为研究空间图形性质推理的重要依据．

【范例】

例 1 已知：直线 $a/\!/b$，直线 c 和直线 a、b 分别交于 A、B．求证：直线 a、b、c 都在同一平面内．

分析：$\because a/\!/b$，$\therefore$ 过 a、b 可确定平面 α．欲证 a、b、c 共面，须证 c 在平面 α 内．

$\because c$ 和 a、b 分别相交于 A、B，$\therefore c$ 上的点 A、点 B 在平面 α 内．即直线 c 在平面 α 内．$\therefore$ 本题获证．（证略）

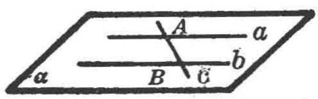


图 1-19

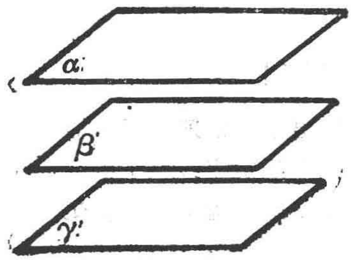


图 1-20

例 2 三个平面把空间分成多少部分？并画图说明．

解：须从三个平面在空间的相互位置来决定．

1．三个平面两两之间没有公共点，这时把空间分成四个部分，如图 1-20 所示．

2．它们之中有两个平面没有公共点，而另一个平面与这两个平面相交．这时把空间分成六个部分，如图 1-21 所示．

3．三个平面相交于一条直线时，这时把空间分成六个部分，如图 1-22 所示．

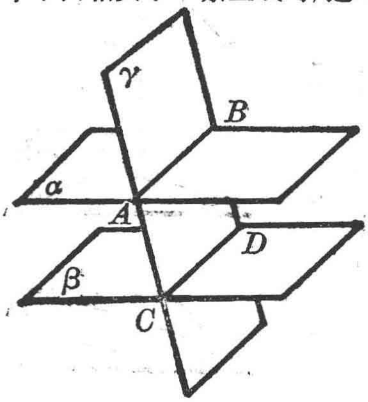


图 1-21

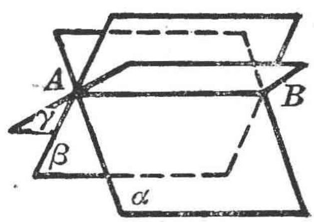


图 1-22

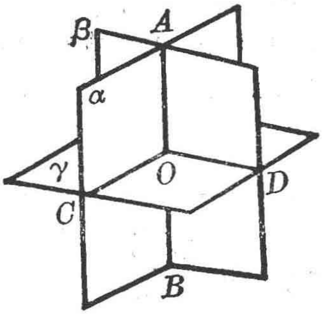


图 1-23

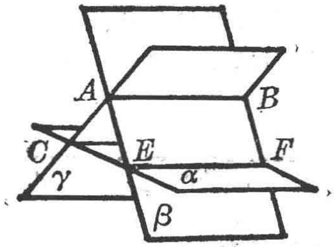


图 1-24

4. 三个平面两两相交，三条交线：(1) 相交于一点. 这时把空间分成八个部分，如图 1-23 所示. (2) 两两平行. 这时把空间分成七个部分，如图 1-24 所示.

答：根据三个平面相互间不同位置，将空间可分成 4、6、7、8 个部分.

例 3 已知平面 α 和不在平面 α 内的一条直线 l，问：平面 α 和直线 l 它们之间有没有公共点？并说明理由.

分析：(1) 由于直线 l 不在平面 α 内，因此直线 l 与平面 α 要么有一个公共点要么没有公共点，它们之间只有这两种位置关系.

(2) 直线 l 与平面 α 有没有公共点，又依存于过直线 l 的平面 β 与平面 α 的交线 m，要看直线 m 与直线 l 有没有公共点.

因此解本题的关键在于获得交线 m.

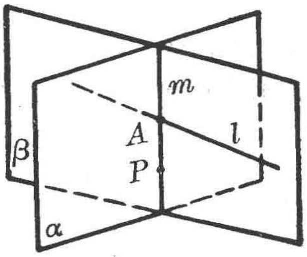


图 1-25

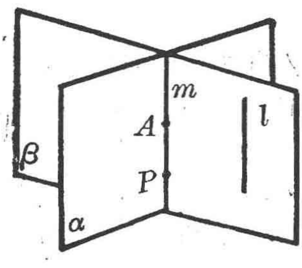


图 1-26

解：在平面 α 上任取直线 l 外的一点 P，过点 P 和 l 可确定平面 β，作出平面 β. $\because$ 点 P 在平面 α 上也在平面 β 上. 根据公理 2 可知，平面 α 与平面 β 必相交于过点 P 的直线 m. 即 $\alpha\cap\beta=m$，且 $P\in m$.

(1) 如果 $l \not\parallel m$（如图 1-25）. $\because l\subset\beta$，$m\subset\beta$，$\therefore l\cap m=\{A\}$. $\because A\in m$，$m\subset\alpha$，$\therefore A\in\alpha$. 即 $l\cap\alpha=\{A\}$. $\therefore$ 当 $l \not\parallel m$ 时，直线 l 与平面 α 有一个公共点 A.

(2) 如果 $l\parallel m$，$\therefore l$、m 在同一平面 β 内. $\therefore l$、m 没有公共点(即 $l\cap m=\varnothing$)(如图 1-26). $\because m\subset\alpha$，且点 P 为平面 α 内且不在直践 l 上的任意一点. $\therefore l\cap\alpha=\varnothing$. 即直线 l 与平面 α 没有公共点.

说明：从本例可知，通常所谓“一条直线不在一个已知平面内”，它们的图形位置有两种情况：① 这直线与已知平面有一个公共点；② 这直线与已知平面没有公共点. 我们必须分别予以研究.

例 4 空间四条直线两两相交且不过同一点，证明这四条直线在同一平面内.

证明：设这四条直线为 l_1、l_2、l_3 及 l_4，它们两两相交，且不过同一点．通常有下面两种情况：(1) 没有三条直线相交于一点（如图 1-27）． (2) 其中有三条直线相交于一点（如图 1-28）.

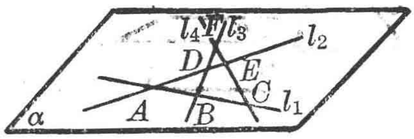


图 1-27

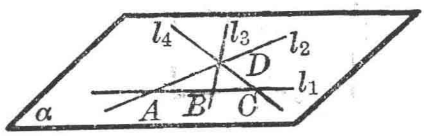


图 1-28

如图：$\because l_1\cap l_2=\{A\}$． $\therefore l_1$ 与 l_2 可确定一个平面 α． $\because l_3\cap l_1=\{B\}$， $l_3\cap l_2=\{D\}$，$\therefore B$、$D\in\alpha$． $\because B$、$D\in l_3$，从公理 1， $\therefore l_3\subset\alpha$．同理可证：$l_4\subset\alpha$． $\therefore$ 这四条直线 l_1、l_2、l_3、$l_4\subset\alpha$．即这四条直线在同一平面内.

说明：$\because l_1\cap l_2=\{A\}$， $\therefore l_1$、l_2 可确定平面 α_1．又 $\because l_3\cap l_4=\{F\}$， $\therefore l_3$、l_4 可确定平面 α_2．要证明 l_1、l_2、l_3、l_4 共面，只要证明 α_1 与 α_2 两平面重合．这里可通过 $l_3\cap l_1=\{B\}$、$l_3\cap l_2=\{D\}$ 及 $l_4\cap l_1=\{C\}$．而 B、D、C 是不在同一直线上的三点，它们分别在平面 α_1 和平面 α_2 内．从公理 3 可知平面 α_1 与平面 α_2 必重合，这同样可证得结论.

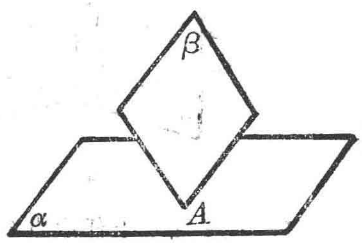
【想想练练】

1．"空间有三个点，那么这三个点一定在同一个平面内."试问，这个命题是否正确？为什么？

2．有人说"空间三个点，可以确定一个平面"这句话对吗？为什么？

3．照相机和平板仪的撑脚架都做成三脚架的形状，这是什么道理？

4．如图：平面 $\alpha\cap$ 平面 $\beta=\{A\}$．试问这个图形正确吗？如认为不正确的话，怎样把它完善起来.



第 4 题

5．如果把一张纸对折一下，它的折痕为什么是一条直线？

6．箱子加锁就可以固定箱盖，门上加一开关就可以关闭，这与平面的确定有没有关系？并说明道理.

7．A、B 表示点，a、b 表示直线，α、β 表示平面．将下列集合语言叙述的命题，改用几何语言叙述． (1) 若 $A\in\alpha$，$B\in\alpha$，$A\neq B$，则 $AB\subset\alpha$． (2) 若 $a\cap b=\{A\}$，且 $a\subset\alpha$，$b\subset\alpha$，则 $A\in\alpha$． (3) 若 $a\subset\alpha$，$a\subset\beta$，$\alpha\neq\beta$，则 $\alpha\cap\beta=a$.

【自测练习题】

A 组

1．填空题

(1) 如果空间有三个点 A、B、C 在同一直线 l 上，则过这 A、B、C 三点的平面有______个.

(2) 过____条直线和这直线外____点，可确定一个平面.

(3) 空间有四个点，其中没有三个点是在同一条直线上，如果过其中任意三个点各作一个平面．则一共可作____平面．

2．选择题

(1) 相交于一点而不在同一个平面内的三条直线，可确定的平面数是 ( )

(A) 两个平面； (B) 三个平面； (C) 四个平面； (D) 不能确定．

(2) 空间有四个点，没有三点在一条直线，它们的位置关系是 ( )

(A) 一定在同一平面内； (B) 一定不在同一平面内； (C) 一定在四个平面内； (D) 可能在一个或四个平面内．

3．把直尺的边放在一个圆筒的侧面上，直尺的边恰好经过这圆筒侧面上的 A、B 两点，那么直尺边上所有的点都在圆筒的侧面上．这样能否说这个圆筒的侧面是一个平面？为什么？

4．根据下列符号所表示的关系画出图形．

(1) $l_1\subset\alpha$, $l_2\not\subset\alpha$, $l_1\cap l_2=\{A\}$； (2) $A\notin\alpha$, $A\in l$, $l\cap\alpha=\{B\}$； (3) $l_1\cap l_2=\{P\}$，且 l_1、$l_2\subset\pi$； (4) $\alpha\cap\beta=l$, $A\in l$, $AB\subset\alpha$, $AC\subset\beta$.

B 组

1．试证明平行四边形和梯形一定是平面图形．并说明具有什么条件的四边形才是平面图形．

2．直线 a、b、c、d 都过直线 l 外的一点 P，且和 l 相交．求证这些直线都在同一个平面内．

3．一直线和这直线外不在同一直线上的三点最多可以确定几个平面？并画出图形．

4．空间四条直线相交于同一点，问这四条直线可以确定几个平面？并画出图形．

3．水平放置的平面图形的直观图画法

【内容提要】

空间图形的直观图画法，是建筑在制图学中斜二轴测投影的基础上．根据斜二轴测画法的规定：

1．画线段：由于实物投影在水平面内的线段分为两类：

(1) 横线：画在纸上仍旧是横的且长度不变．

(2) 纵线：画在纸上和横线成 45° 角倾斜，所画线段的长取原纵线实长的一半．

2．画角：横线与纵线交角 $\alpha=45°$(或 135°)．

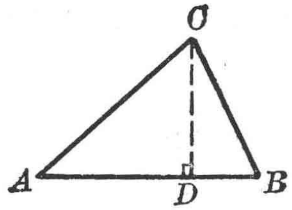
【范例】

例 1 把三角形画成水平放置的直观图．

解：设 $\triangle ABC$ 的 AB 边是水平放置的(即横线)，作 $CD\perp AB$，在平面 α 内作 A_1B_1 和 AB 的方向相同且长度相等，在 A_1B_1 上取一点 D_1，使 $A_1D_1=AD$，过 D_1 作 $D_1C_1=\dfrac{1}{2}DC$，使 $\angle C_1D_1B_1=45°$，连接 A_1C_1 及 B_1C_1，则 $\triangle A_1B_1C_1$ 是 $\triangle ABC$ 水平放置的直观图．

例 2 已知四边形 $ABCD$，将它画成水平放置的直观图．

解：设四边形 $ABCD$ 没有一条边在水平位置上(即横线位置)．过点 A 作水平线 MN，



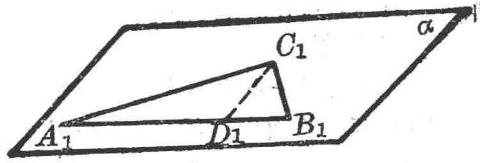
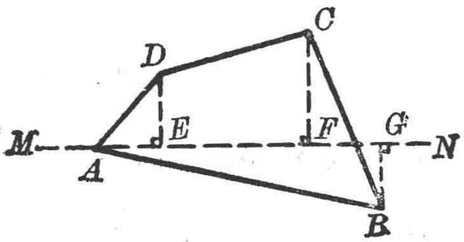


图 1-29

过 D、C、B 各点分别作 MN 的垂线 DE、CF、BG，E、F、G 分别为垂足.

在平面 α 内作对应的水平线 M_1N_1，并在 M_1N_1 上分别取 A_1、E_1、F_1 和 G_1 各点，使 A_1E_1、E_1F_1、F_1G_1 分别和 AE、EF、FG 相等，过 E_1、F_1、G_1 各点作 E_1D_1、F_1C_1、G_1B_1 分别和 ED、FC、GB 的一半相等，并和 M_1N_1 成 $45°$ 的角，连接 A_1B_1、B_1C_1、C_1D_1 及 D_1A_1，则四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 是四边形 $ABCD$ 水平放置的图形.



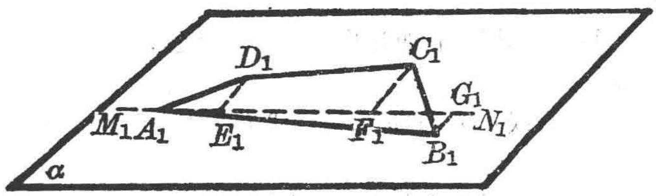


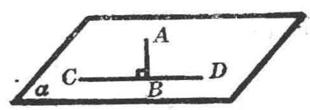
图 1-30

【想想练练】

1．把一个平面图形在纸上画成水平放置的直观图，是不是原来图形的真实形象？为什么？

2．根据斜二轴测画法，画水平放置的平面图形直观图时有什么规定？

3．如图：$AB\subset\alpha$，$CD\subset\alpha$，$AB\perp CD$，$CB=BD$．你看这样画图是否正确？并说出理由.



第 3 题

【自测练习题】

A　组

1．如图所示，正方形 $ABCD$ 画水平放置的平面 α 内，你看这个图形画得是否合理？为什么？

2．如图：用三块矩形表示互相平行的三个平面，看来很不直观．应该怎样画才具有立体感.

3．画出下列各题中水平放置的平面图形的直观图．(1) 边长为 3 cm 的正三角形的图形；(2) 长为 3 cm，宽为 2 cm 的矩形的图形；(3) 腰长为 3 cm 的等腰直角三角形的图形.